

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Невинномысский технологический институт (филиал)

Теоретические основы электротехники

Контрольные задания и методические указания к выполнению расчетно-графической работы №2 «Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях. Нелинейные цепи постоянного тока» студентами направления 14400.62 «Электроэнергетика и электротехника»

ЗАДАНИЕ 1

Переходные процессы в линейных электрических цепях.

Дана электрическая цепь (рис.1 – 20), которой происходит коммутация. В цепи действует постоянная ЭДС E . Параметры цепи даны в таблице 1.

Определить закон изменения во времени тока после коммутации одной из ветвей схемы или напряжения на каком-либо элементе или между заданными точками схемы. Задачу решить классическим и операторным методами.

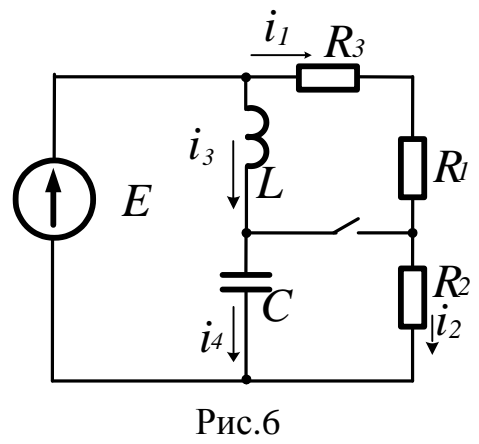
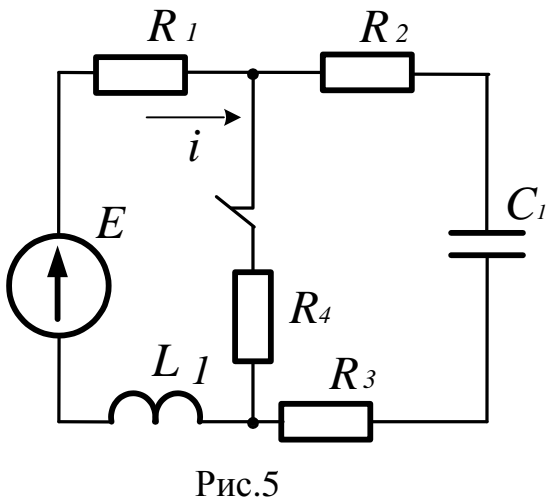
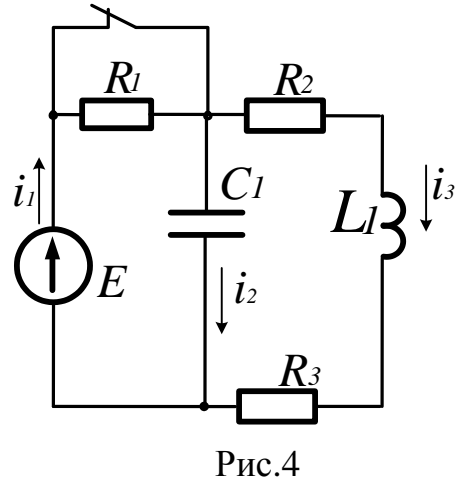
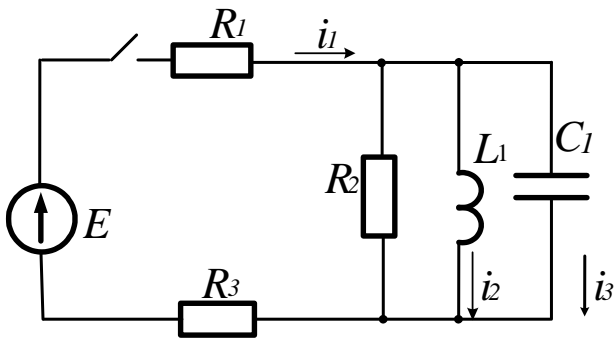
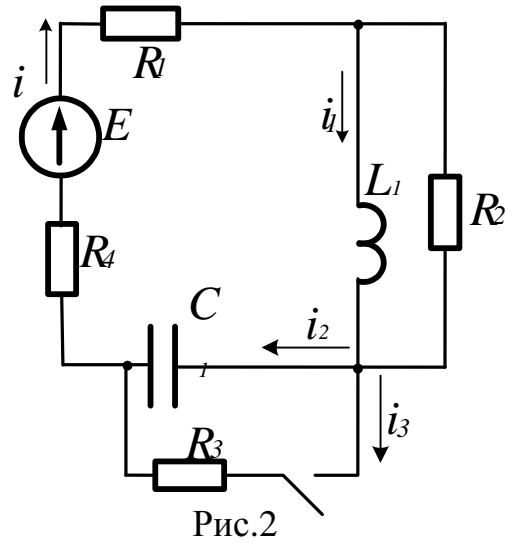
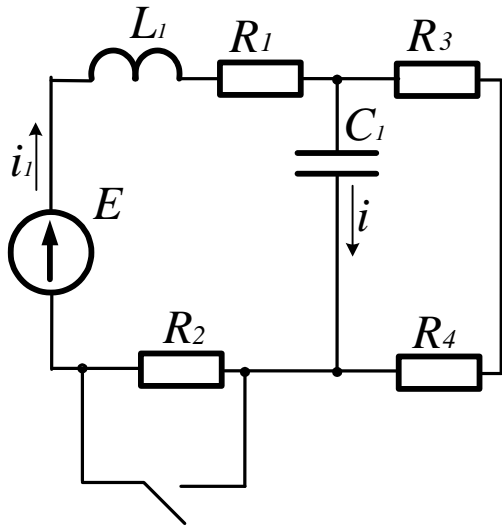
На основании полученного аналитического выражения построить график изменения искомой величины в функции времени.

Таблица 1

Вариант	Рис.	$E, В$	$L, мГн$	$C, мкФ$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	Определить
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	100	1	10	20	20	0	2	U_{c1}
2	2	150	2	5	5	10	5	5	i_3
3	19	100	1	10	1	32	-	-	i_2
4	10	120	1	10	1	2	1	1	u_{R3}
5	3	100	5	50	3	8	5	-	i_3
6	1	50	1	1500	2	13	2	3	u_{L1}
7	11	120	10	10	210	80	1000	1000	i_2
8	18	200	1	50	2	10	20	8	i_2
9	4	100	1	10	50	20	30	-	i_3
10	17	300	5	4	15	20	5	20	i_1
11	20	100	1	10	20	17	3	2	U_{L1}
12	15	150	4	5	9	10	5	1	i_1
13	6	30	1	2,5	5	10	15	-	i_4
14	7	200	10	10	50	50	50	100	u_c
15	12	100	1	10	5	15	15	-	u_3
16	16	50	2	1670	1	2	2	4	u_{L1}
17	8	120	10	10	20	80	1000	1000	i_3
18	13	120	1	10	12	6	8	4	i_2

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
19	9	200	1	10	10	10	50	30	i_3
20	14	50	1	100	3	7	10	10	i_3
21	5	100	1	10	20	2	18	2	u_L
22	2	150	2	5	4	10	5	6	u_L
23	19	100	1	10	1.5	2.5	-	-	u_L
24	10	120	1	10	2	1	1	1	u_L
25	3	100	5	50	6	8	2	-	i_2
26	1	50	1	1500	2	13	3	2	u_c
27	11	120	10	10	30	70	1000	1000	u_L
28	18	200	1	50	4	10	20	6	u_L
29	4	100	1	10	50	10	40	-	i_1
30	17	300	5	4	3	20	17	20	u_L
31	20	100	1	10	20	8	12	2	u_c
32	15	150	4	5	0	10	5	10	i_2
33	6	30	1	2,5	15	10	5	-	i_2
34	7	200	10	10	25	75	50	100	u_L
35	12	100	1	10	15	5	4	-	i_2
36	16	50	2	1670	1	2	3	3	u_c
37	8	120	10	10	30	70	1000	1000	u_L
38	13	120	1	10	24	4.8	8	4	u_c
39	9	200	1	10	10	25	50	15	u_L
40	14	50	1	100	4	6	10	10	u_L



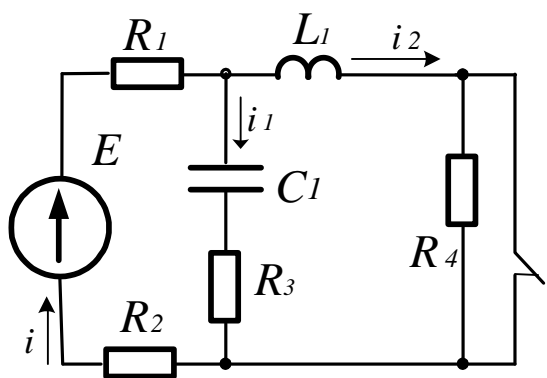


Рис.7

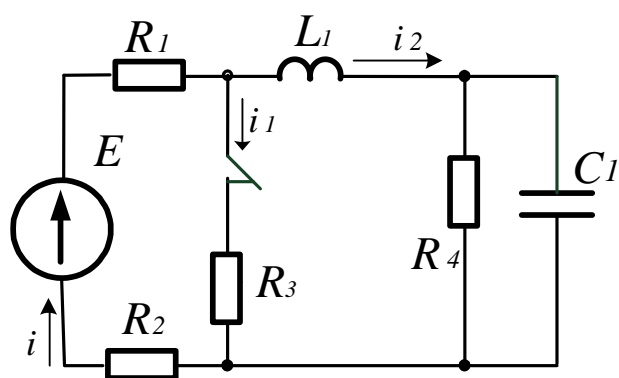


Рис.8

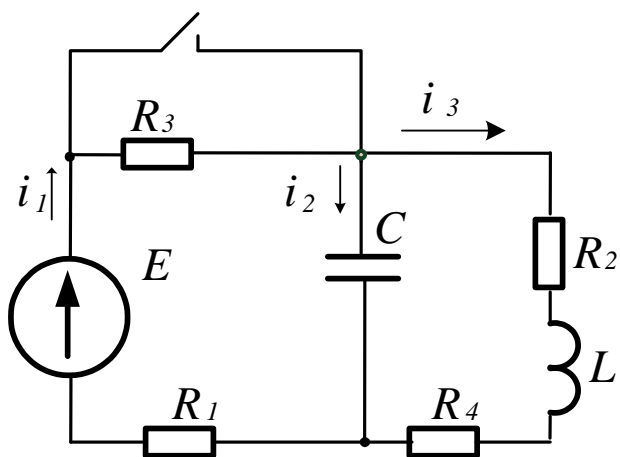


Рис.9

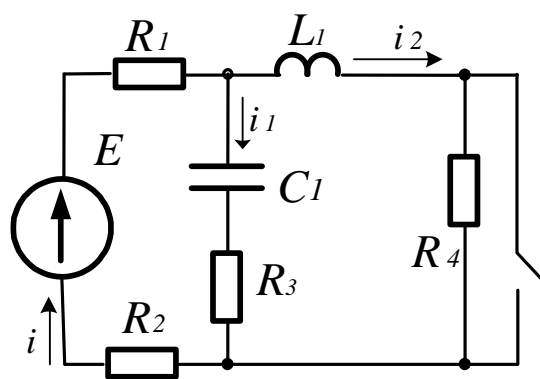


Рис.10

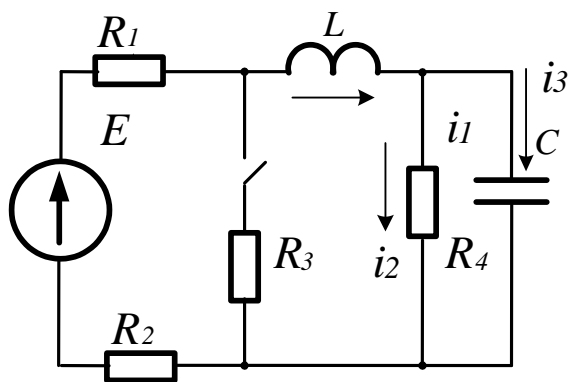


Рис.11

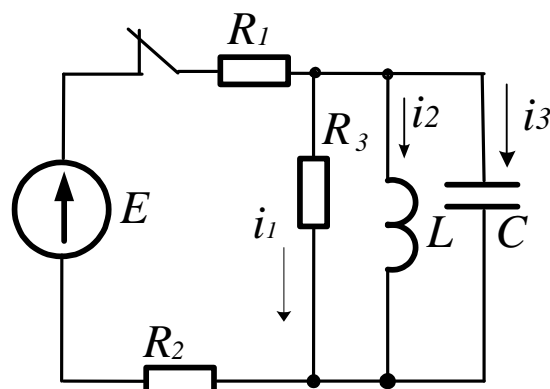


Рис.12

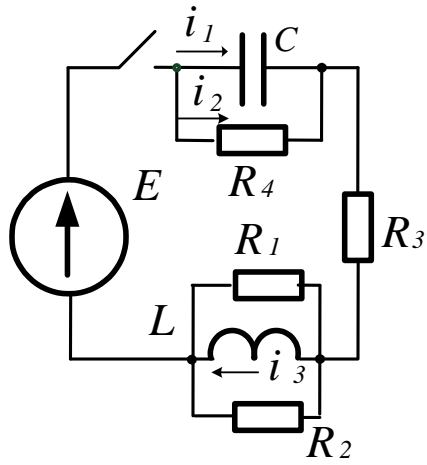


Рис.13

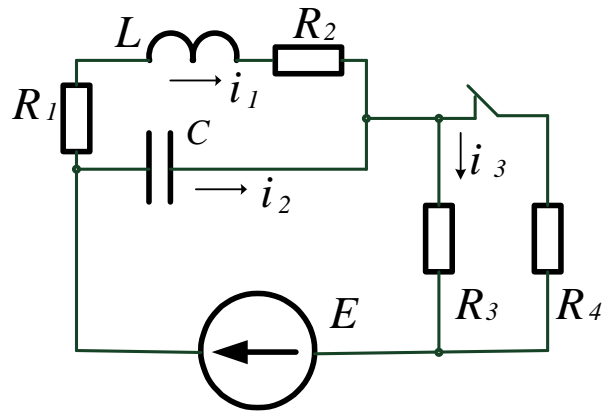


Рис.14

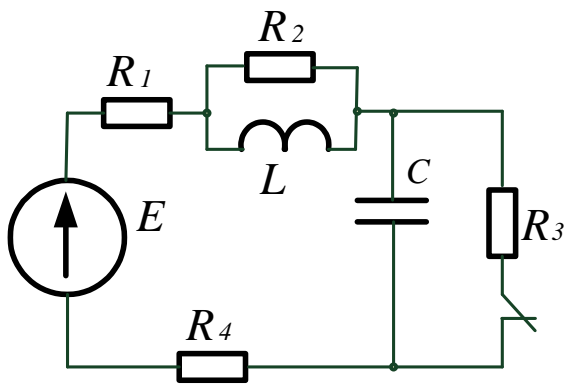


Рис.15

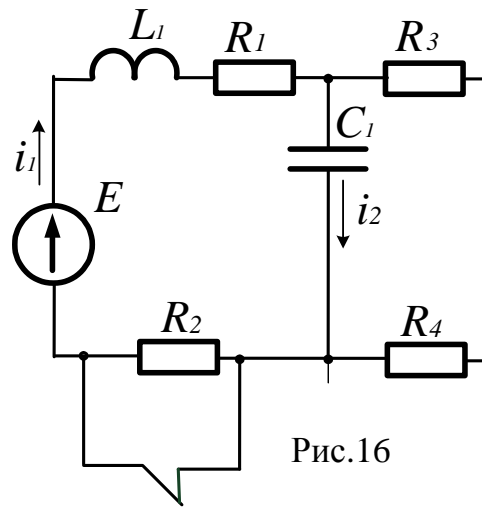


Рис.16

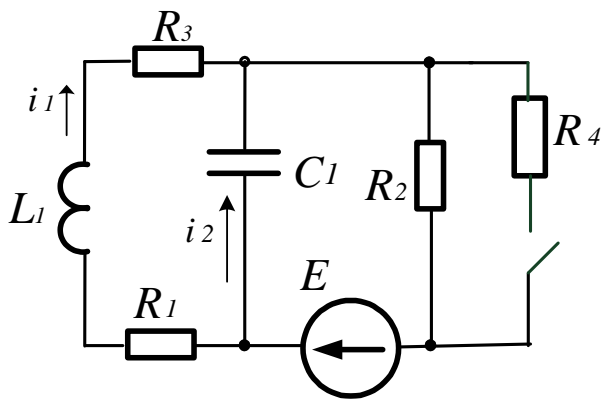


Рис.17

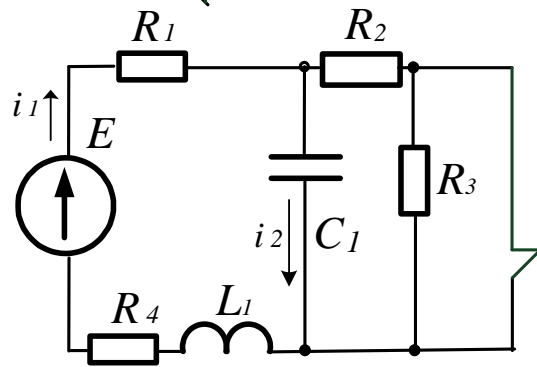


Рис.18

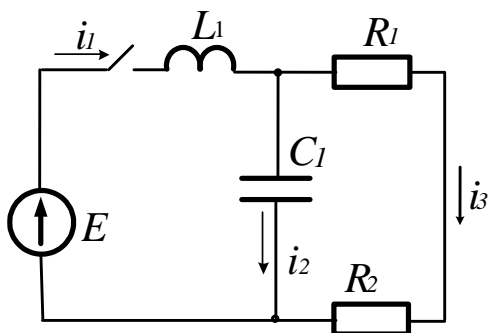


Рис.19

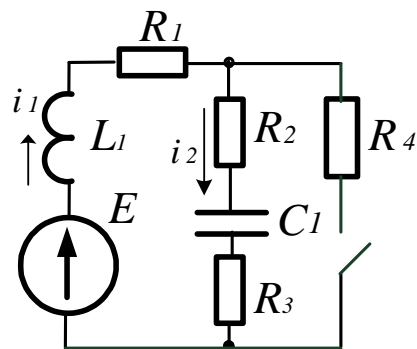
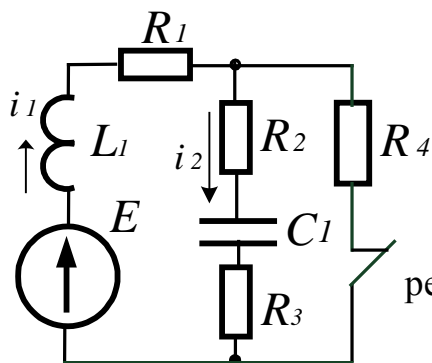


Рис.20

МЕТОДИКА И ПРИМЕР РЕШЕНИЯ



Дано: $E=200\text{В}$; $L=1\text{мГн}$; $C=30\text{мкФ}$;

$$R_1=R_2=4\text{Ом}; R_3=7\text{Ом}; R_4=6\text{Ом}.$$

Определить $i_2=f(t)$ в послекоммутационном режиме (после размыкания ключа).

Решение

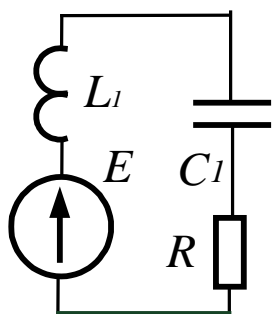
До коммутации в цепи был установившийся режим и протекал ток

$$I = \frac{E}{R_1 + R_4} = \frac{200}{4 + 6} = 20\text{А}.$$

Конденсатор был заряжен до напряжения $U_c = IR_4 = 20 \cdot 6 = 120\text{В}$.

Классический метод

Нарисуем схему в послекоммутационном режиме, где $R = R_1 + R_2 + R_3 = 15\hat{\Omega}$.



Для определения корней характеристического уравнения составим выражение для входного сопротивления схемы в послекоммутационном режиме $Z_{\hat{\delta}} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$. Заменяем в этом выражении $j\omega$

на p и приравняем его к нулю $Z_{\hat{\delta}} = 0$.

$$R + pL + \frac{1}{pC} = 15 + 10^{-3}p + \frac{1}{30 \cdot 10^{-6}p} = 0 \text{ или}$$

$$p^2 + 15 \cdot 10^3 p + \frac{100}{3} 10^6 = 0, \text{ откуда } p_1 = -2700\text{с}^{-1}; p_2 = -12300\text{с}^{-1}.$$

Напишем выражение для переходного напряжения на конденсаторе

$$u_c(t) = u_{c\hat{\delta}} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \text{ где } u_{c\hat{\delta}} = \hat{A} = 200\hat{\text{А}}$$

$$\text{Итак } u_c(t) = 200 + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Для нахождения постоянных интегрирования A_1 и A_2 из начальных условий запишем еще одно уравнение для переходного тока через конденсатор; этот же ток протекает через индуктивность L .

$$i_c(t) = C \frac{du_c}{dt} = CA_1 p_1 e^{p_1 t} + CA_2 p_2 e^{p_2 t} = i_L(t).$$

Тогда

$$u_c(t) = 200 + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

$$i_c(t) = CA_1 p_1 e^{p_1 t} + CA_2 p_2 e^{p_2 t}$$

Воспользуемся законами коммутации при $t = 0_+$

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 120 \text{ В.}$$

$$i_c(0_+) = i_L(0_+) = i_L(0_-) = 20 \text{ А.}$$

Тогда уравнения при $t = 0_+$ принимают вид:

$$120 = 200 + A_1 + A_2$$

$$20 = 30 \cdot 10^{-6} (-2700A_1 - 12300A_2)$$

Их совместное решение дает $A_1 = -33$; $A_2 = -47$.

Подставив полученные значения постоянных интегрирования в выражение для искомого тока. Получаем

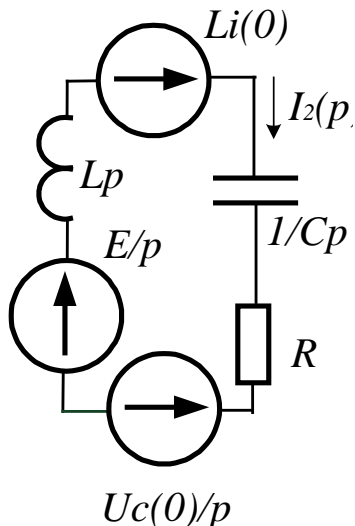
$$i_2(t) = 30 \cdot 10^{-6} \left[-33(-2700)e^{-2700t} - 47(-12300)e^{-12300t} \right] = 2.67e^{-2700t} + 17.2e^{-12300t}.$$

Операторный метод

С учетом ненулевых начальных условий операторная схема для послекоммутационного режима имеет вид

$$E/p = 200/p; U_c(0)/p = 120/p; Lp = 10^{-3} p;$$

$$1/Cp = 1/30 \cdot 10^{-6} p; Li(0) = 20 \cdot 10^{-3}.$$



По закону Ома из операторной схемы имеем:

$$\begin{aligned} I_2(p) &= \frac{E/p + Li(0) - U_c(0)/p}{R + pL + 1/pC} = \\ &= \frac{(200/p + 20 \cdot 10^{-3} - 120/p)pC}{p^2 LC + RCp + 1} = \\ &= \frac{2.4 \cdot 10^{-3} + 0.6 \cdot 10^{-6} p}{30 \cdot 10^{-9} p^2 + 450 \cdot 10^{-6} p + 1} = \frac{N(p)}{M(p)}. \end{aligned}$$

Для нахождения оригинала $i_2(t)$ по изображению $I_2(p)$ воспользуемся теоремой разложения.

Найдем сначала корни уравнения

$$M(p) = 0. \quad 30 \cdot 10^{-9} p^2 + 450 \cdot 10^{-6} p + 1 = 0;$$

$$p_1 = -2700;$$

$$p_2 = -12300.$$

По формуле разложения:

$$i_2(t) = \frac{N(p_1)}{M'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{N(p_2)}{M'(p_2)} e^{p_2 t};$$

$$N(p_1) = N(-2700) = 2.4 \cdot 10^{-3} + 0.6 \cdot 10^{-6}(-2700) = 0.78 \cdot 10^{-3};$$

$$N(p_2) = N(-12300) = 2.4 \cdot 10^{-3} + 0.6 \cdot 10^{-6}(-12300) = -5 \cdot 10^{-3};$$

$$M'(p_1) = M'(-2700) = 60 \cdot 10^{-9}(-2700) + 450 \cdot 10^{-6} = 288 \cdot 10^{-6};$$

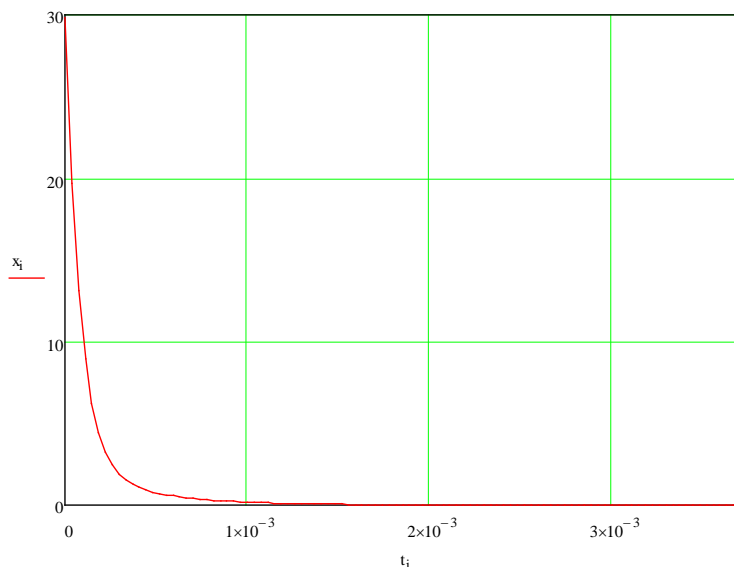
$$M'(p_2) = M'(-12300) = 60 \cdot 10^{-9}(-12300) + 450 \cdot 10^{-6} = -288 \cdot 10^{-6}.$$

Тогда

$$i_2(t) = \frac{0.78 \cdot 10^{-3}}{288 \cdot 10^{-6}} e^{-2700t} + \frac{-5 \cdot 10^{-3}}{-288 \cdot 10^{-6}} e^{-12300t} = 2.67 e^{-2700t} + 17.2 e^{-12300t}.$$

Задаваясь значениями $t = 0; \frac{1}{|p_{\min}|}; \frac{2}{|p_{\min}|}; \frac{3}{|p_{\min}|}$ рассчитываем график

$i_2(t)$. Для расчета и построения графика можно воспользоваться пакетом программ Mathcad.



ЗАДАНИЕ 2

Для электрической цепи, представленной на рисунке 1 по заданным вольт-амперным характеристикам нелинейных сопротивлений, ЭДС E и внутреннему сопротивлению источника r_B (таблица 1,2) рассчитать токи I_1 , I_2 , I_3 и напряжения U_{ab} , U_{bc} , U_{ac} . Задачу решить графически и методом линеаризации вольтамперных характеристик.

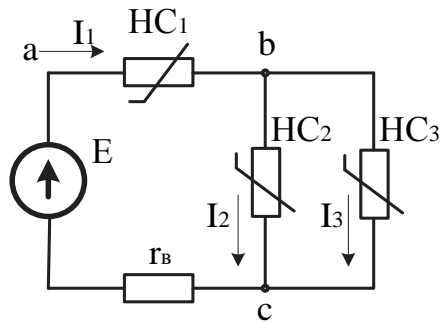


Рисунок 1

Таблица 1

вариант	№ ВАХ	$E, В$	$r_B, Ом$	вариант	№ ВАХ	$E, В$	$r_B, Ом$	вариант	№ ВАХ	$E, В$	$r_B, Ом$
1	1	120	0,4	15	15	110	0,2	29	9	110	04,
2	2	190	0,1	16	16	120	0,2	30	10	75	0,2
3	3	140	0,5	17	17	80	0,1	31	11	75	0,1
4	4	75	0,2	18	18	135	0,3	32	12	100	0,1
5	5	110	0,3	19	19	180	0,6	33	13	110	0,4
6	6	135	0,4	20	20	220	0,8	34	14	90	0,2
7	7	110	0,3	21	1	100	0,3	35	15	90	0,1
8	8	125	0,6	22	2	150	0,2	36	16	90	0,1
9	9	130	0,5	23	3	110	0,4	37	17	60	0,1
10	10	100	0,3	24	4	90	0,1	38	18	110	0,2
11	11	90	0,2	25	5	100	0,2	39	19	150	0,3
12	12	85	0,1	26	6	110	0,3	40	20	75	0,1
13	13	150	0,5	27	7	90	0,2				
14	14	127	0,3	28	8	110	0,5				

Таблица 2

1	U ₁	11	20	27	34	42	49	63	U ₂	7	18	40	74	110	135	143	145	U ₃	4	9	16	25	38	67	97	128
	I ₁	10	20	30	40	50	60	80	I ₂	5	10	15	20	25	30	35	40	I ₃	5	10	15	20	25	35	45	55
2	U ₁	8	17	22	28	32	36	42	U ₂	0	24	44	59	70	90	110	130	U ₃	7	18	40	74	110	135	143	145
	I ₁	5	10	15	25	35	50	70	I ₂	0	5	10	15	20	30	40	50	I ₃	5	10	15	20	25	30	35	40
3	U ₁	15	22	23	26	30	33	45	U ₂	10	29	47	60	72	94	115	138	U ₃	3	8	18	59	106	130	135	140
	I ₁	5	10	15	30	50	60	70	I ₂	1	2.5	5	7.5	10	15	20	25	I ₃	5	10	15	20	25	30	35	40
4	U ₁	2	5	10	25	45	50	52	U ₂	7	18	40	74	110	135	143	145	U ₃	4	9	16	25	38	67	97	128
	I ₁	10	25	40	55	70	75	80	I ₂	5	10	15	20	25	30	35	40	I ₃	5	10	15	20	25	35	45	55
5	U ₁	15	22	23	26	30	33	45	U ₂	3	8	18	59	106	130	135	140	U ₃	5	8	16	37	58	80	100	123
	I ₁	5	10	15	30	50	60	70	I ₂	5	10	15	20	25	30	35	40	I ₃	5	10	15	20	25	30	35	40
6	U ₁	9	16	22	25	35	45	55	U ₂	3	5	8	16	37	69	102	143	U ₃	20	35	47	60	80	101	122	142
	I ₁	5	10	15	20	35	50	65	I ₂	5	7.5	10	15	20	25	35	45	I ₃	2.5	15	7.5	10	15	25	35	45
7	U ₁	2	5	10	25	45	50	52	U ₂	0	24	44	59	70	90	110	130	U ₃	4	9	16	25	38	67	97	128
	I ₁	10	25	40	55	70	75	80	I ₂	0	5	10	15	20	30	40	50	I ₃	5	10	15	20	25	35	45	55
8	U ₁	11	20	27	34	42	49	63	U ₂	7	18	40	74	110	135	143	145	U ₃	0	5	13	24	39	70	100	125
	I ₁	10	20	30	40	50	60	80	I ₂	5	10	15	20	25	30	35	40	I ₃	0	5	10	15	20	30	40	50
9	U ₁	9	16	22	25	35	45	55	U ₂	20	35	47	60	80	101	122	142	U ₃	15	24	34	44	63	90	119	143
	I ₁	5	10	15	20	35	60	65	I ₂	2.5	5	7.5	10	15	25	35	45	I ₃	2.5	5	7.5	10	15	25	35	45
10	U ₁	8	17	22	28	32	36	42	U ₂	0	5	13	24	39	70	100	125	U ₃	0	24	44	59	70	90	110	130
	I ₁	5	10	15	25	35	50	70	I ₂	0	5	10	15	20	30	40	50	I ₃	0	5	10	15	20	30	40	50
11	U ₁	11	21	28	34	41	46	56	U ₂	18	38	52	64	75	97	118		U ₃	7	16	33	54	75	96	117	
	I ₁	2.5	5	7.5	10	15	20	40	I ₂	5	10	15	20	25	35	45		I ₃	5	10	15	20	25	30	35	
12	U ₁	18	25	32	36	38	41	45	U ₂	7	16	33	54	75	96	117		U ₃	18	38	52	64	75	97	118	
	I ₁	5	10	15	20	25	35	45	I ₂	5	10	15	20	25	30	35		I ₃	5	10	15	20	25	35	45	

Продолжение таблицы 2

13	U ₁	11	21	28	34	41	46	56	U ₂	18	28	52	64	75	97	118		U ₃	2	7	16	33	51	69	105	140
	I ₁	2.5	5	7.5	10	15	20	40	I ₂	5	10	15	20	25	35	45		I ₃	2.5	5	10	15	20	25	35	45
14	U ₁	18	25	32	36	38	41	45	U ₂	2	7	16	33	51	69	105	140	U ₃	18	38	52	64	75	97	118	
	I ₁	5	10	15	20	25	35	45	I ₂	2.5	5	10	15	20	25	35	45	I ₃	5	10	15	20	25	35	45	
15	U ₁	11	21	28	34	41	46	56	U ₂	18	38	52	64	77	90	115	140	U ₃	7	16	33	54	75	96	117	
	I ₁	2.5	5	7.5	10	15	20	40	I ₂	5	10	15	20	25	30	40	50	I ₃	5	10	15	20	25	30	35	
16	U ₁	13	25	32	36	38	41	45	U ₂	7	16	33	54	75	96	117		U ₃	18	38	52	64	77	90	115	140
	I ₁	5	10	5	20	25	35	45	I ₂	5	10	15	20	25	30	35		I ₃	5	10	15	20	25	30	40	50
17	U ₁	11	21	28	34	41	46	56	U ₂	18	38	52	64	77	90	115	140	U ₃	2	7	16	33	51	69	105	140
	I ₁	2.5	5	7.5	10	15	20	40	I ₂	5	10	15	20	25	30	40	50	I ₃	2.5	5	10	15	20	25	35	45
18	U ₁	13	25	32	36	38	41	45	U ₂	2	7	16	33	51	69	105	140	U ₃	18	38	52	64	77	90	115	140
	I ₁	2.5	10	15	20	25	35	45	I ₂	2.5	5	10	15	20	25	35	35	I ₃	5	10	15	20	25	30	40	50
19	U ₁	20	34	40	43	45	50	60	U ₂	2	5	10	22	45	70	140	210	U ₃	37	70	92	110	125	140	180	220
	I ₁	1	2	3	4	5	7	11	I ₂	1	2	3	4	5	6	9	12	I ₃	1	2	3	4	5	6	9	12
20	U ₁	20	34	40	43	45	50	60	U ₂	2	5	10	22	45	70	140	210	U ₃	37	70	92	110	125	140	180	220
	I ₁	10	20	30	40	50	70	110	I ₂	10	20	30	40	50	60	90	120	I ₃	10	20	30	40	50	60	90	120

Пример решения

Дано: $E=200\text{В}$, $r_{\text{в}}=1,7\text{Ом}$

НС1	$U_1, \text{В}$	20	34	40	43	45	50	60	69
	$I_1, \text{А}$	1	2	3	4	5	7	11	15
НС2	$U_2, \text{В}$	2	5	10	22	45	70	140	210
	$I_2, \text{А}$	1	2	3	4	5	6	9	12
НС3	$U_3, \text{В}$	37	70	92	110	125	140	180	220
	$I_3, \text{А}$	1	2	3	4	5	6	9	12

Графическое решение

1. В выбранном масштабе строим заданные ВАХ нелинейных сопротивлений (рис.2)

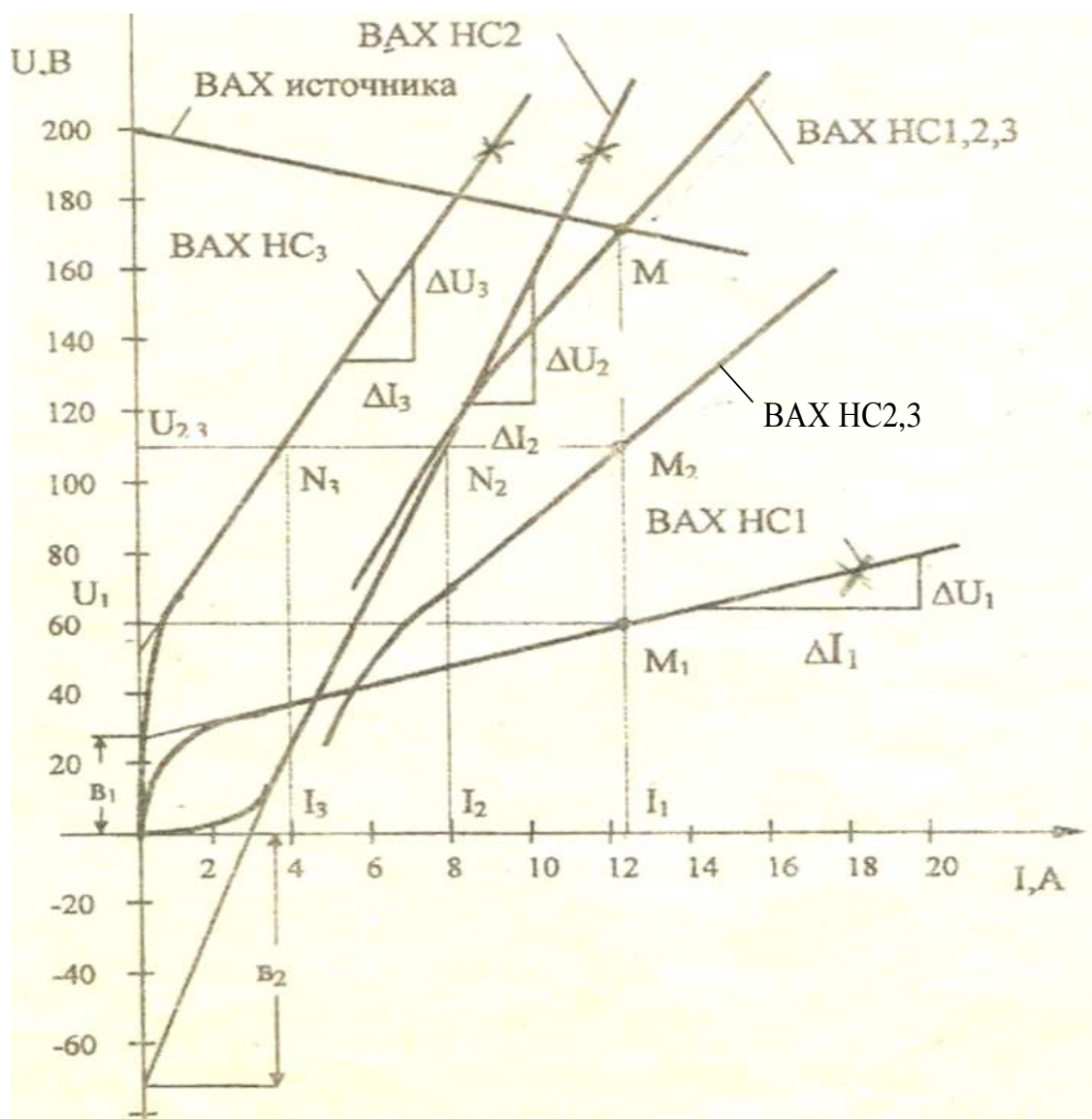


Рисунок 2

2. Строим вольтамперную характеристику параллельного соединения (ВАХ НС2-3). Для этого задаемся произвольными значениями напряжений U_{23i} , определяя каждый раз по вольтамперным характеристикам НС2 и НС3 токи I_{2i} и I_{3i} , соответствующие выбранным напряжениям. Суммарный ток параллельного разветвления определяется их суммой $I_{23i} = I_{2i} + I_{3i}$. После этого преобразования схема принимает вид, показанный на рисунке 3.

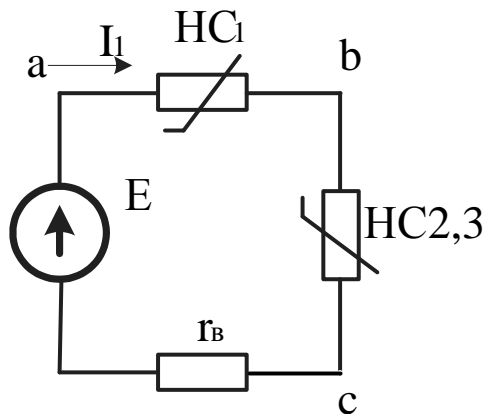


Рисунок 3

3. Строим вольтамперную характеристику ВАХ НС1,2,3, т.е. последовательного соединения НС1 и НС2,3. Для этого, т.к. по НС1 и НС2,3 проходит одинаковый ток, произвольно задаемся токами I_{1i} , определяя каждый раз по ВАХ НС1 и ВАХ НС2,3 напряжения U_{1i} и $U_{2,3i}$, соответствующие выбранным токам. Суммарное напряжение последовательного соединения определяется их суммой $U_i = U_{1i} + U_{2,3i}$.

После этого преобразования схема принимает вид, показанный на рисунке 4.

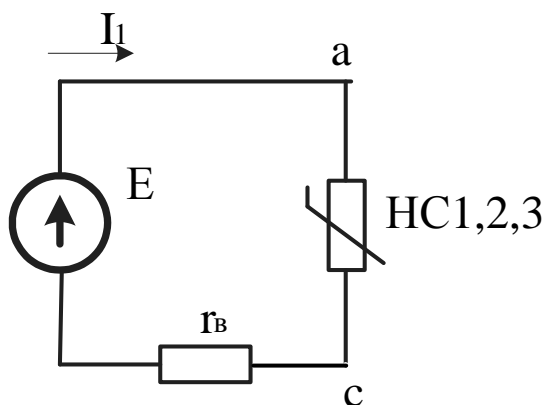


Рисунок 4

4. Строим на графике (рис.2) ВАХ источника. Которая представляется прямой линией. Для ее построения достаточно иметь две точки. Первая точка соответствует холостому ходу источника ($I=0$; $U=E=200\text{В}$). Вторая точка соответствует любому нагрузочному режиму, например, если ток нагрузки $I=15\text{А}$, то падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника $U = I \cdot r_{\text{вн}} = 15 \cdot 1,7 = 25,5\text{В}$, а напряжение между точками «а» и «с» источника $U_{ac} = E - U = 200 - 25,5 = 174,5\text{В}$. Поэтому вторая точка имеет координаты $U = 174,5\text{В}$; $I = 15\text{А}$.

5. Точка М пересечения ВАХ источника и ВАХ НС1,2,3 является рабочим режимом данной цепи. Перпендикуляр. Опущенный из точки М на ось токов, определяет значение тока I_1 в неразветвленной части цепи ($I_1=12,5\text{А}$). Этот же перпендикуляр пересекает ВАХ НС1 и НС2,3 в точка М1 и М2, которые определяют напряжения U_1 и $U_{2,3}$ при полученном токе I_1 ($U_1=64\text{В}$; $U_{2,3}=114\text{В}$). Перпендикуляр, опущенный из точки М2 на ось напряжений, пересекает ВАХ НС2 и ВАХ НС3 в точках N2 и N3, которые определяют токи I_2 и I_3 ($I_2=8\text{А}$; $I_3=4,0\text{А}$).

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД

1. Исходная схема с нелинейными элементами НС1, НС2, НС3 заменяется схемой с линейными элементами (рис.5), при этом каждое нелинейное сопротивление представляется виде цепочки из последовательно соединенных линейного резистора R_i и источника ЭДС E_i .

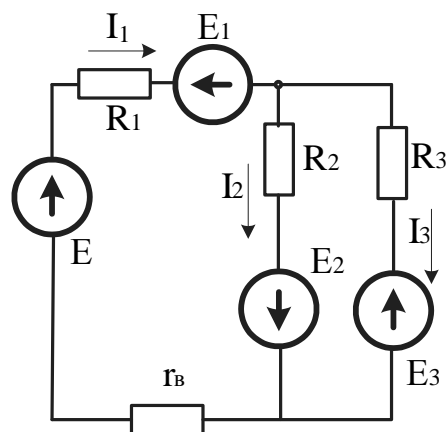


Рисунок 5

2. Для определения параметров R_i ; E_i представляют ВАХ НС1, НС2, НС3 в полученном диапазоне токов в виде прямой линии. ЭДС E_1 , E_2 и E_3 определяются в пересечениях с осью напряжений продолжения линейной части ВАХ НС1, НС2, НС3. Сопротивления R_1, R_2, R_3 определяются вычислением отношений приращений $\Delta U / \Delta I$ для соответствующей линейной части ВАХ.

Направление ЭДС выбирается таким образом, чтобы выражение по закону Ома для участка цепи, имеющего ЭДС ($U_i = E_i \pm I_i R_i$) совпадало с уравнением прямой $y = kx \pm b$, заменяющей ВАХ НС, где y соответствует напряжению, x – току, $k - R_i$; $b - E_i$.

3 Затем схема (рис.5) рассчитывается любым методом расчета линейных цепей постоянного тока. Определяются токи I_1, I_2, I_3 и напряжения U_{ab} , U_{bc} , U_{ac} .