

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Невинномысский технологический институт (филиал)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
по выполнению практических работ  
по дисциплине «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»  
для студентов направления подготовки  
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Невинномысск 2021

Методические указания разработаны в соответствии с требованиями ФГОС ВО и рабочей программы дисциплины «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН». Указания предназначены для студентов направления подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование. Приведены примеры решения задач.

Составители

Д.В. Казаков, к.т.н., доцент

Отв. редактор

Е.Н. Павленко, к.т.н., доцент

## С о д е р ж а н и е

Введение	4
Практическая работа 1. Рычажные механизмы	5
Практическая работа 2. Кулачковые механизмы	8
Практическая работа 3. Фрикционные механизмы	11
Практическая работа 4. зубчатые механизмы	13
Практическая работа 5 Механизмы с гибкими звеньями	17
Практическая работа 6. Клиновые и винтовые механизмы	18
Практическая работа 7. Механизмы с гидравлическими и пневматическими устройствами	19
Практическая работа 8. Структурный анализ механизмов	21
Практическая работа 9. Структурный анализ пространственных механизмов	30
Практическая работа 10. Кинематический анализ зубчатых механизмов	39

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания и задания по курсу теории механизмов и машин составлены в соответствии с программой данного курса, читаемого в ФГАОУ ВО «СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ», Невинномысский технологический институт (филиал).

Ведущей отраслью современной техники является машиностроение. Прогресс машиностроения определяется созданием новых высокопроизводительных и надежных машин. Решение этой важнейшей проблемы основывается на комплексном использовании результатов многих научных дисциплин и, в первую очередь, теории механизмов и машин.

По мере развития машин содержание термина "машина" изменялось. Для современных машин дадим следующее определение: *машина есть устройство, создаваемое человеком для преобразования энергии, материалов и информации с целью облегчения физического и умственного труда, увеличения его производительности и частичной или полной замены человека в его трудовых и физиологических функциях.*

По выполняемым машинами функциям их делят на следующие классы:

- 1) Энергетические машины
- 2) Транспортные машины
- 3) Технологические машины
- 4) Контрольно-управляющие машины
- 5) Логические машины
- 6) Кибернетические машины

Определение термина "механизм" неоднократно менялось по мере того, как появлялись новые механизмы.

*Механизм есть система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других тел.* Если в преобразовании движения кроме твердых тел участвуют жидкие или газообразные тела, то механизм называется соответственно гидравлическим или пневматическим. С точки зрения функционального назначения механизмы делятся на следующие виды:

- 1) Механизмы двигателей и преобразователей
- 2) Передаточные механизмы
- 3) Исполнительные механизмы
- 4) Механизмы управления, контроля и регулирования
- 5) Механизмы подачи, транспортировки и сортировки обрабатываемых изделий и объектов
- 6) Механизмы автоматического счета, взвешивания и упаковки готовой продукции

Основным признаком механизма является преобразование механического движения. Механизм входит в состав многих машин, т. к. для преобразования энергии, материалов и информации требуется обычно преобразование движения получаемого от двигателя. Нельзя отождествлять понятия "машина" и "механизм". Во-первых, кроме механизмов в машине всегда имеются дополни-

тельные устройства, связанные с управлением механизмами. Во-вторых, есть машины, в которых нет механизмов. Например, в последние годы созданы технологические машины, в которых каждый исполнительный орган приводится в движение от индивидуального электро- или гидродвигателя.

При описании механизмов, они были разделены на отдельные группы по признаку их конструктивного оформления (рычажные, кулачковые, фрикционные, зубчатые и др.)

Механизмы образуются последовательным присоединением звеньев к начальному механизму.

**ЗВЕНО** – одна или несколько неподвижно соединенных друг с другом деталей, входящих в механизм и движущихся, как одно целое.

**ВХОДНОЕ ЗВЕНО** – звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев. Входное звено соединено с двигателем либо с выходным звеном другого механизма.

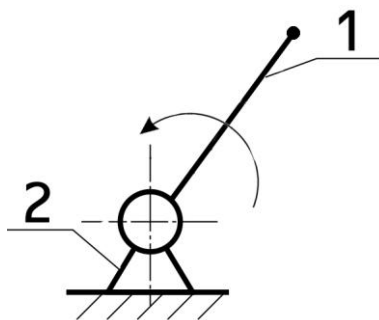
**ВЫХОДНОЕ ЗВЕНО** – звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм. Выходное звено соединено с исполнительным устройством (рабочим органом, указателем прибора), либо со входным звеном другого механизма.

Звенья соединяются друг с другом подвижно посредством кинематических пар: вращательных (шарнир) и поступательных (ползун).

**ТРАЕКТОРИЯ** движения точки (звена) – линия перемещения точки в плоскости. Это может быть прямая линия или кривая.

## Практическая работа 1. РЫЧАЖНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Рычажными механизмами называют механизмы, в которые входят жесткие звенья, соединенные между собой вращательными и поступательными кинематическими парами. Простейшим рычажным механизмом является двухзвенный механизм, состоящий из неподвижного звена-стойки **2** (*Рис.1.1*) и подвижного рычага **1**, имеющего возможность вращаться вокруг неподвижной оси (обычно это начальный механизм).

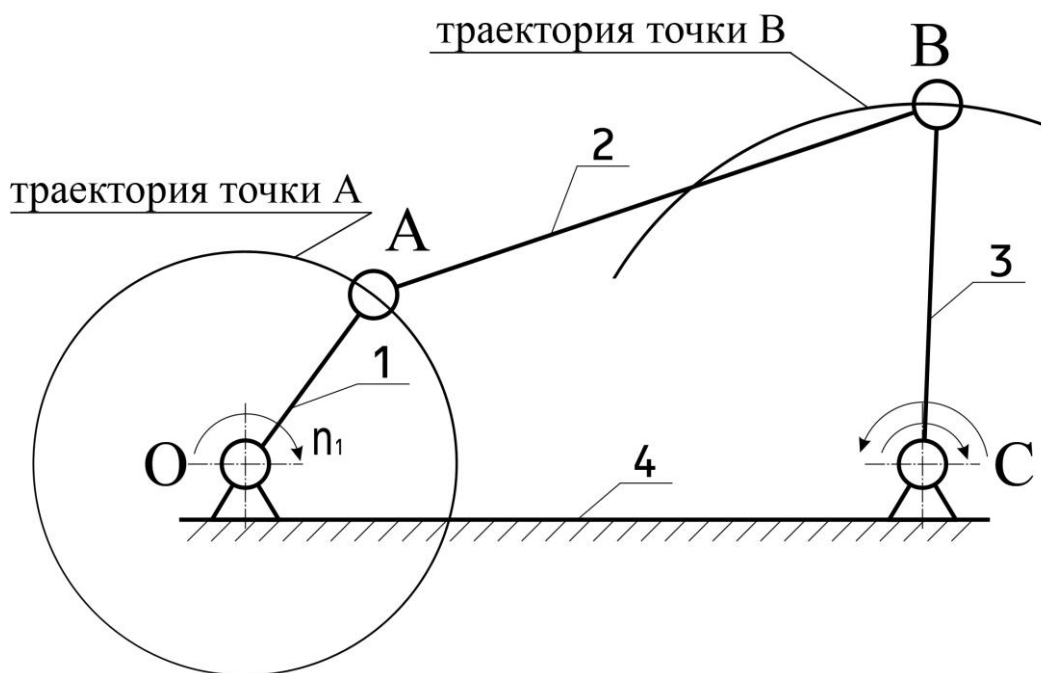


*Рис.1.1* Двухзвенный рычажный механизм

К двухзвенным рычажным механизмам относятся механизмы многих ротационных машин: электродвигателей, лопастных турбин и вентиляторов. Механизмы всех этих машин состоят из стойки и вращающегося в неподвижных подшипниках звена (ротора).

Более сложными рычажными механизмами являются механизмы, состоящие из четырех звеньев, так называемые четырёхзвенные механизмы.

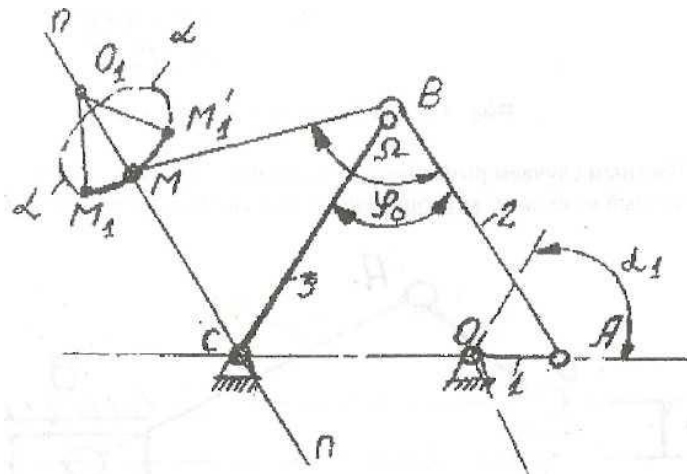
На **Рис.1.2** показан механизм шарнирного четырехзвенника, состоящего из трех подвижных звеньев 1, 2, 3 и одного неподвижного звена 4. Звено 1, соединенное со стойкой, может совершать полный оборот и носит название кривошипа. Такой шарнирный четырехзвенник, имеющий в своем составе один кривошип и одно коромысло называется кривошипно-коромысловым механизмом, где вращательное движение кривошипа посредством шатуна преобразуется в качательное движение коромысла. Если кривошип и шатун вытянуты в одну линию, то коромысло займет крайнее правое положение, а при наложении друг на друга – левое.



**Рис. 1.2** Механизм шарнирного четырехзвенника

Примером такого механизма является механизм представленный на **Рис.1.3**, где звено 1 – кривошип (входное звено), звено 2 – шатун, звено 3 – коромысло. Точка  $M_S$  двигаясь по кривой  $M_1 - M'_1$  описывает траекторию  $\alpha - \alpha$ . Одни траектории могут быть воспроизведены рычажными механизмами теоретически точно, другие – приближенно, с достаточной для практики степенью точности.

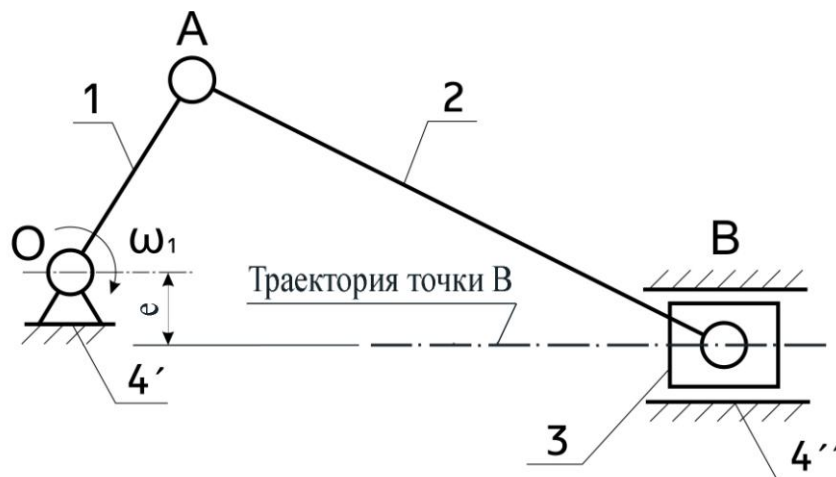
Рассматриваемый механизм, называемый симметричным механизмом Чебышева, часто применяют в качестве кругового направляющего механизма, у которого  $AB = BC = BM = 1$ . При указанных соотношениях



**Рис. 1.3** Кривошипно-коромысловый механизм

точка  $M$  шатуна  $AB$  описывает траекторию, симметричную относительно оси  $n-n$ . Угол наклона оси симметрии к линии центров  $CO$  определяется:  $\angle MCO = \pi - \Omega / 2$ . Часть траектории точки  $M$  является дугой окружности радиуса  $O_1M$ , что может быть использовано в механизмах с остановкой выходного звена.

Другим примером четырехзвенника является широко распространенный в технике кривошипно-ползунный механизм (**Рис. 1.4**).

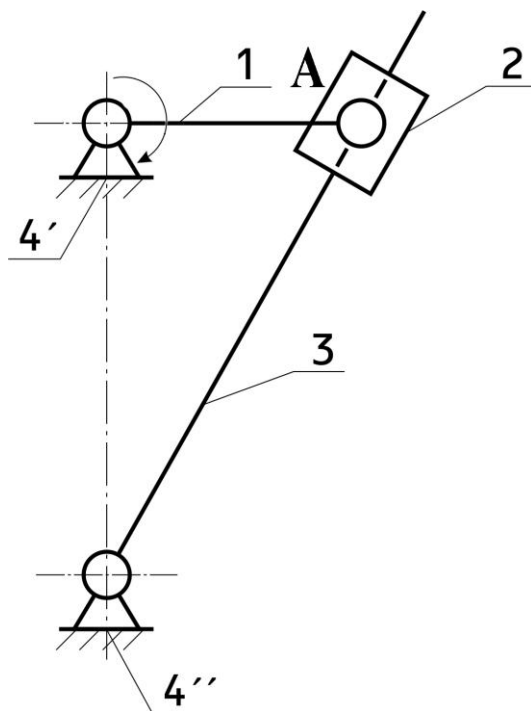


**Рис. 1.4** Кривошипно-ползунный механизм

В этом механизме вместо коромысла устанавливается ползун, движущийся в неподвижной направляющей. Этот кривошипно-шатунный механизм применяют в поршневых двигателях, насосах, компрессорах и т.д. Если эксцентриситет  $e$  равен нулю, то получим центральный кривошипно-ползунный механизм или аксиальный. При  $e$  не равном нулю кривошипно-ползунный механизм называется нецентральным или дезаксиальным. Здесь вращение кривошипа  $OA$  через шатун  $AB$  преобразуется в возвратно-поступательное движение ползуна. Естественно крайние положения ползуна, будут при расположении кривошипа и шатуна в одну линию.

Если в рассмотренном механизме заменить неподвижную направляющую на подвижную, которая называется кулисой, то получим четырёхзвенный кулисный механизм с кулисным камнем. Примером такого механизма может служить кулисный механизм строгального станка (**Рис.1.5**). Кривошип  $I$ , вра-

щаяся вокруг оси, через кулисный камень 2 заставляет кулису 3 совершать качательное движение. При этом кулисный камень относительно кулисы движется возвратно-поступательно.



**Рис. 1.5** Четырехзвенный кулисный механизм

Крайние положения кулисы будут при перпендикулярном расположении к ней кривошипа. Построить такие положения просто: изображается окружность радиусом равным длине кривошипа (траектория движения точки *A*), и проводятся касательные из оси вращения кулисы.

Таким образом звенья могут совершать *поступательное, вращательное* или *сложное* движения.

## Практическая работа 2. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Широкое распространение в технике получили кулачковые механизмы. Простейший кулачковый механизм – трехзвенный, состоящий из кулачка, толкателя и стойки. Входным звеном чаще всего бывает кулачок. Кулачковые механизмы бывают как плоскими, так и пространственными.

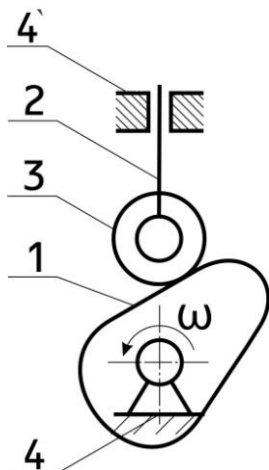
Плоские кулачковые механизмы для удобства рассмотрения разобьем на механизмы в зависимости от движения выходного звена на два вида:

1. Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем (ползуном).
2. Кулачковый механизм с поворачивающимся толкателем (коромыслом).

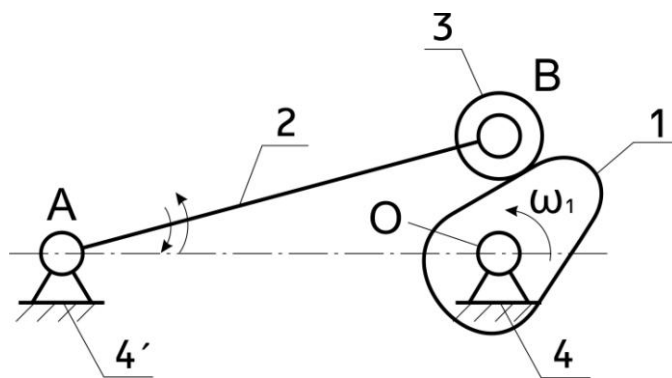
Пример первого кулачкового механизма показан на **Рис.2.1**. Кулачок *1*, вращаясь с заданной угловой скоростью, действует на ролик *3* и заставляет толкатель *2* в виде ползуна двигаться в направляющих возвратно-поступательно.

На **Рис.2.2** приведена схема кулачкового механизма с поворачивающимся толкателем (коромыслом). Кулачок *1*, вращаясь с заданной угловой скоростью  $\omega_1$ , действует на толкатель *2* и заставляет последний вращаться вокруг оси

вращения А.

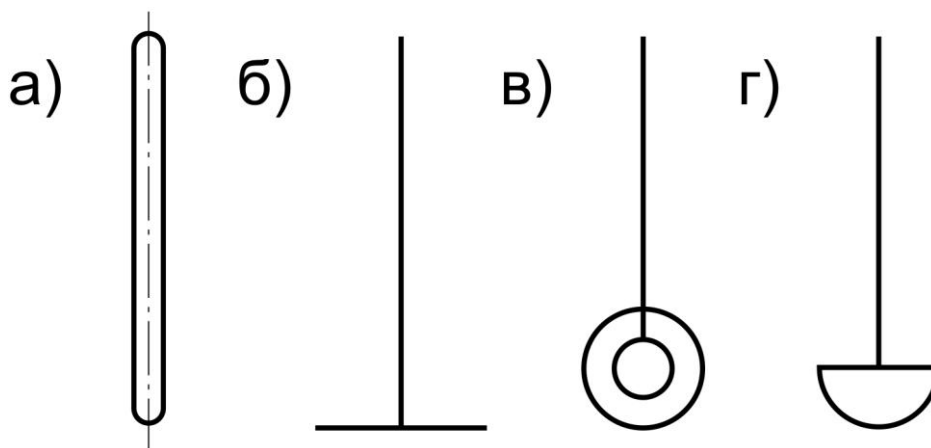


**Рис.2.1** Механизм с поступательно-движущимся толкателем



**Рис.2.2** Кулачковый механизм с поворачивающимся толкателем

Кулачковые механизмы имеют разновидности в зависимости от геометрических форм элемента выходного (ведомого) звена и взаимного расположения толкателя и кулачка. Например, кулачковый механизм, показанный на **Рис.2.1** может иметь разные виды ведомых звеньев (**Рис.2.3**).



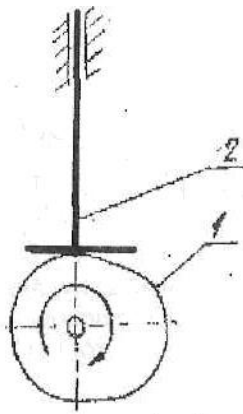
**Рис.2.3** Виды ведомых звеньев, применяемые для кулачковых механизмов с поступательно движущимся выходным звеном:

- а) толкатель с острием; б) с плоскостью; в) толкатель с роликом;
- г) толкатель со сферическим наконечником.

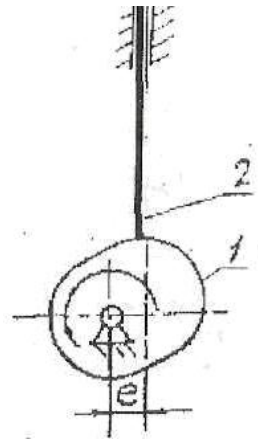
Кулачковые механизмы с поступательно движущимся ведомым звеном можно разделить на:

а) кулачковые механизмы с центральным толкателем, у которых направление движения толкателя совпадает с осью вращения кулачка (**Рис.2.4**);

б) кулачковые механизмы со смещенным толкателем (дезаксиальные), если ось толкателя отстоит на расстояние  $e$  – дезаксиал от оси вращения кулачка (**Рис.2.5**).

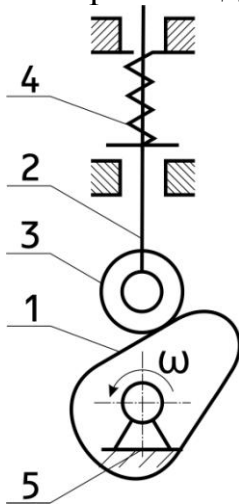


**Рис.2.4** Кулачковый механизм с центральным толкателем

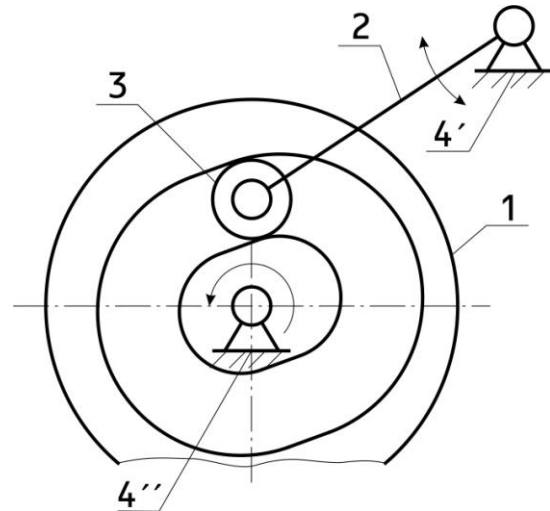


**Рис.2.5** Кулачковый механизм со смещенным толкателем

При работе кулачковых механизмов необходимо, чтобы было постоянное соприкосновение ведущего и ведомого звеньев. Это может быть обеспечено либо **силовым замыканием**, чаще всего с помощью пружин (**Рис.2.6**), либо **геометрически**, если выполнить профиль кулачка **1** в форме **паза**, боковые поверхности которого воздействуют на ролик **3** толкателя **2**.



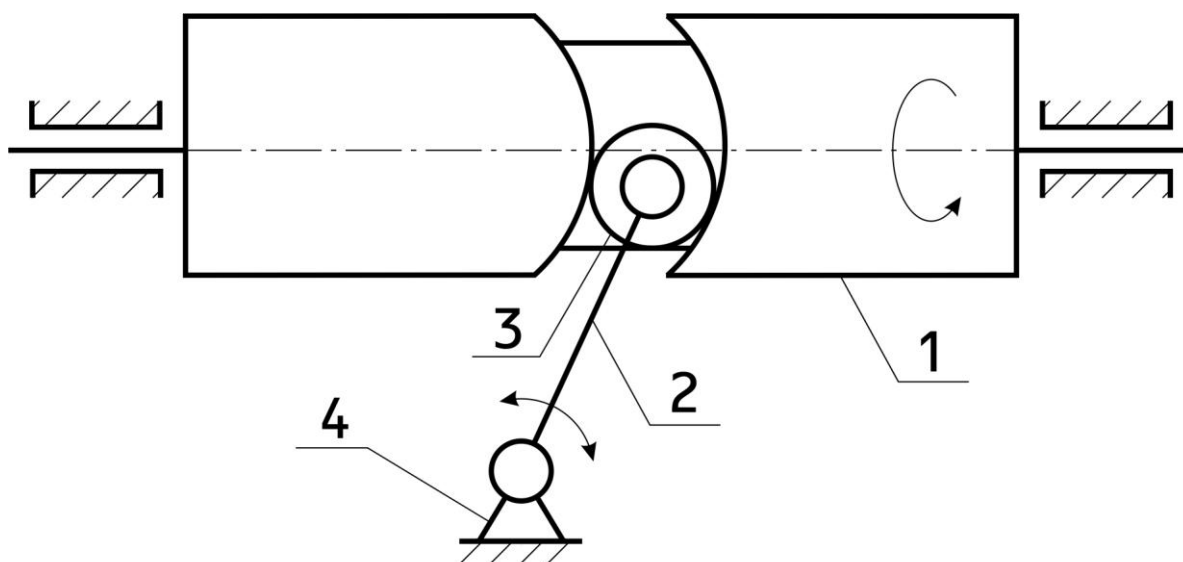
**Рис.2.6** Кулачковый механизм с силовым замыканием



**Рис.2.7** Кулачковый механизм с геометрическим замыканием

Пазовый кулачок обеспечивает геометрическое замыкание высшей пары кулачкового механизма (**Рис.2.7**).

Все рассмотренные выше кулачковые механизмы плоские. Часто встречаются пространственные кулачковые механизмы, которые весьма разнообразны по конструктивному оформлению. Наиболее распространенными пространственными кулачковыми механизмами являются механизмы барабанного типа (**Рис.2.8**). Цилиндрический кулачок **1** с профильным пазом, обеспечивающим кинематическое замыкание высшей пары, вращается с постоянной угловой скоростью и через ролик **3** сообщает качательное движение толкателю **2**, закон изменения которого зависит от очертания паза.



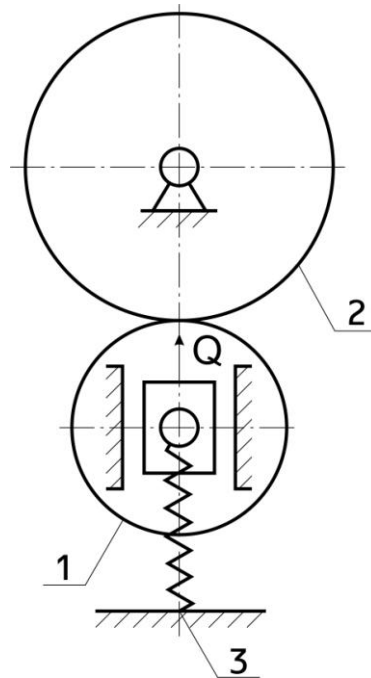
**Рис.2.8** Пространственный кулачковый механизм барабанного типа

### Практическая работа 3. ФРИКЦИОННЫЕ МЕХАНИЗМЫ

В фрикционных механизмах передача вращательного движения между звеньями (катками – роликами) осуществляется вследствие трения возникающего между ними. На **Рис.3.1** показан фрикционный механизм с цилиндрическими катками. Передача движения от ведущего катка **1** к ведомому катку **2** осуществляется силой трения, возникающей под действием пружины с силой равной **Q**.

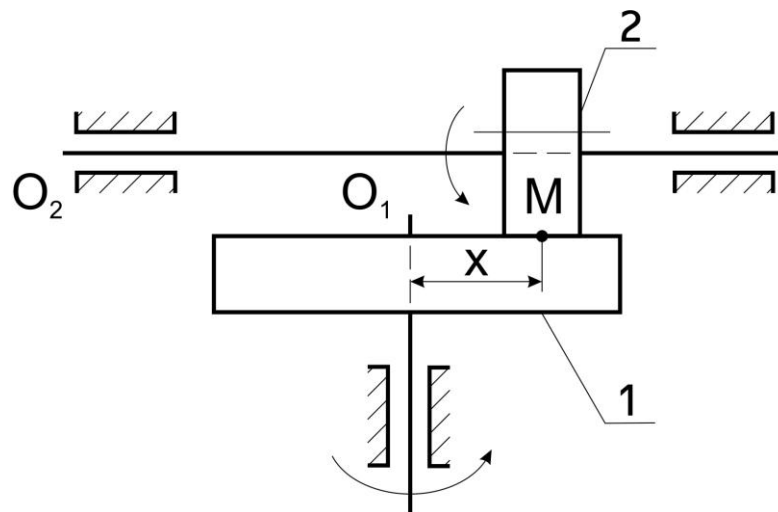
Нами рассмотрен фрикционный механизм с цилиндрическими катками для передачи вращательного движения между параллельными валами. В передачах же с пересекающимися осями применяют фрикционные механизмы с коническими катками.

Достоинствами фрикционной передачи являются плавность работы и возможность осуществления бесступенчатого изменения передаточного отношения, а также реверсирования. Поэтому фрикционные передачи широко применяют в машиностроении в качестве вариаторов. Простейший вариатор, называемый лобовым (**Рис.3.2**), состоит из диска **1** и ролика **2**.



**Рис.3.1** Фрикционный механизм с цилиндрическими катками

Ролик можно смещать вдоль оси  $O_2$ , следствием чего точка контакта  $M$  может занимать различные положения, определяемые расстоянием  $x$ . Это позволяет плавно регулировать величину и направление угловой скорости выходного звена.



**Рис.3.2** Лобовая фрикционная передача

В качестве вариаторов можно применять также фрикционные механизмы с коническими барабанами.

В процессе эксплуатации фрикционных механизмов, вследствие перегрузки или попадания масла на них, может наблюдаться проскальзывание одного катка относительно другого. Поэтому фрикционные механизмы не обеспечивают постоянства передаточного отношения между ведущим и ведомым валами, что является существенным недостатком, который отсутствует у зубчатых механизмов.

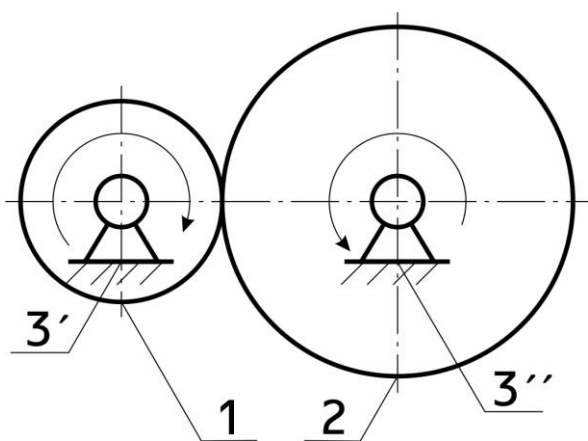
## Практическая работа 4. ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Самое широкое применение в машинах и приборах находят зубчатые механизмы которые позволяют передавать вращательные движения от одного вала к другому с заданными угловыми скоростями.

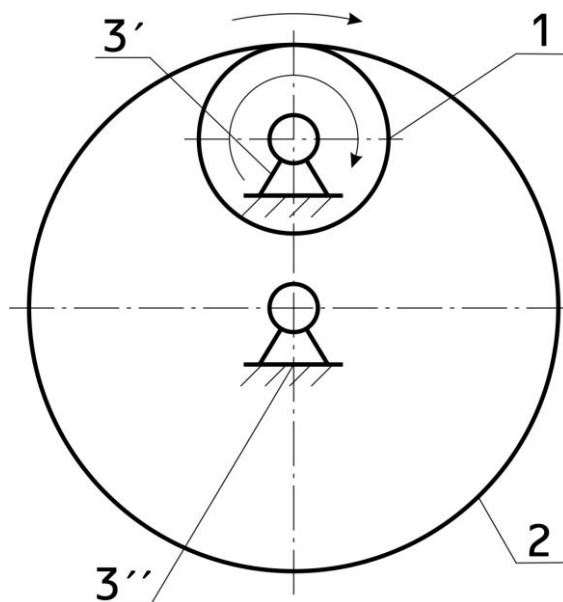
В зависимости от расположения осей валов, между которыми осуществляется вращательное движение при постоянном значении передаточного отношения, различают передачи:

1. При параллельных валах
2. При пересекающихся валах
3. При скрещивающихся валах

1) На **Рис.4.1** показаны цилиндрические колеса с внешним зацеплением, а на **Рис.4.2** изображены цилиндрические колеса с внутренним зацеплением, где зубья одного из колес расположены по внутренней поверхности.



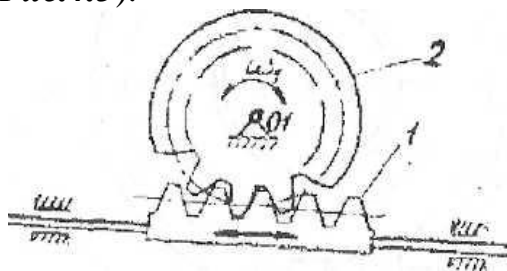
**Рис.4.1** Зубчатый механизм с внешним зацеплением



**Рис.4.2** Зубчатый механизм с внутренним зацеплением

Наряду с прямозубыми, широкое распространение получили зубчатые колеса с косыми и шевронными зубьями.

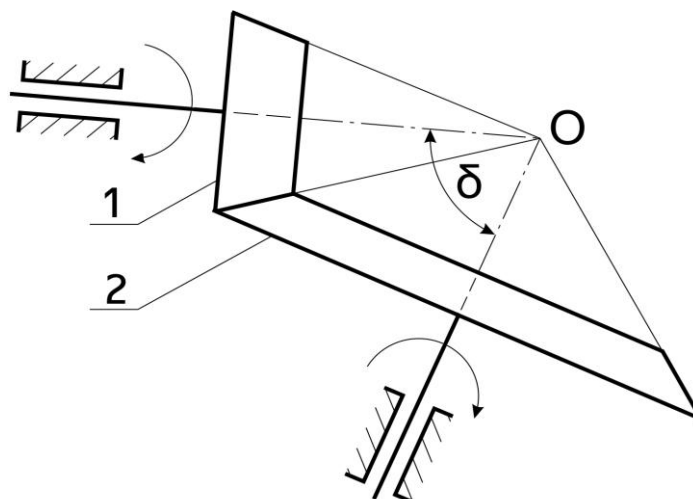
Зубчатый механизм с реечным зацеплением имеет в составе зубчатую рейку **1** и зубчатое колесо **2** (**Рис.4.3**).



**Рис.4.3** Зубчатый механизм с реечным зацеплением

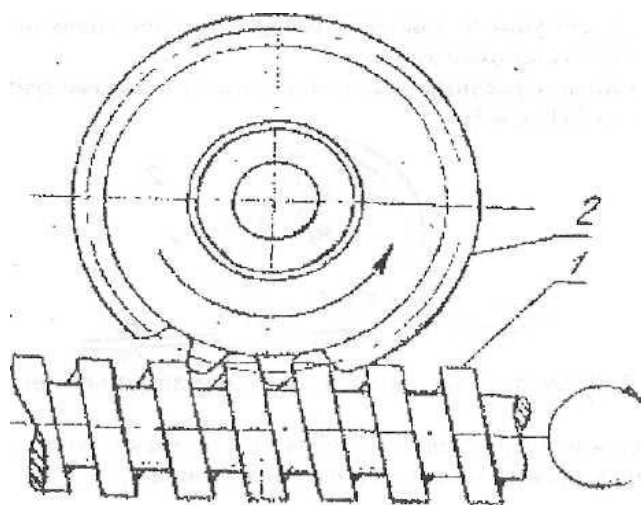
- 2) При пересекающихся валах применяют конические колеса (**Рис.4.4**) с

прямыми зубьями, а также с косыми, криволинейными и круглыми.



**Рис.4.4** Коническая зубчатая передача

3) При скрещивающихся валах используется червячная передача (**Рис.4.5**), у которой входным звеном является червяк **1**, а также могут применяться винтовые конические (гипоидные) колеса и винтовые цилиндрические (геликоидальные) колеса.



**Рис.4.5** Червячная передача

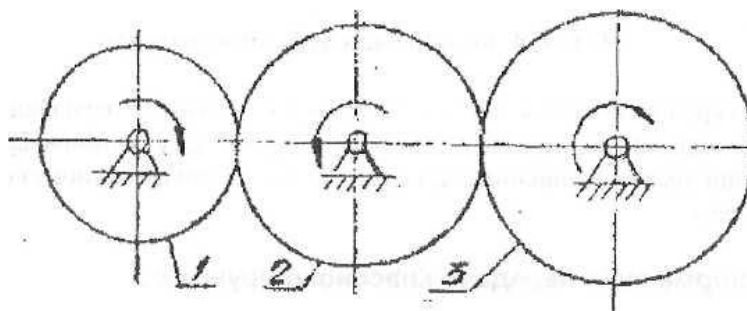
**По форме зуба передачи классифицируются:**

- а) зубчатые передачи с эвольвентным профилем зубьев;
- б) передачи с циклоидным профилем зуба;
- в) косозубые передачи с зацеплением Новикова М.Л., имеющем в нормальном сечении круговой профиль зуба.

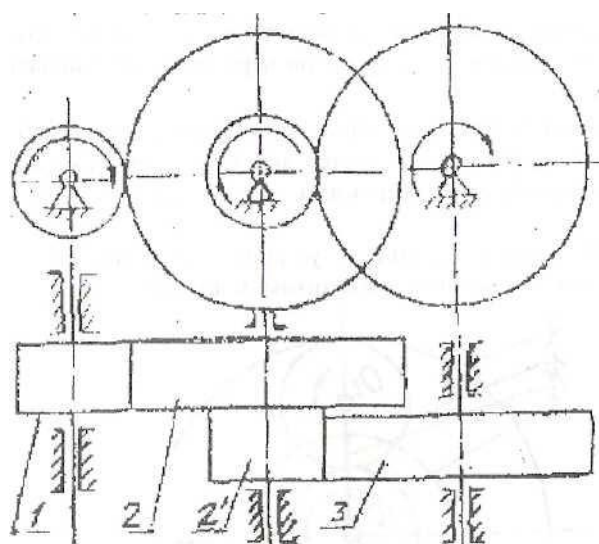
Зубчатые передачи осуществляются не только в виде отдельной пары зубчатых колес в одноступенчатой передаче, но и в более сложных комбинациях, образуя сложные механизмы. Различают два вида таких механизмов: многоступенчатые зубчатые механизмы с неподвижными осями и зубчатые механизмы с колесами, имеющими подвижные оси.

1. **Многоступенчатые** зубчатые механизмы с неподвижными осями подразделяются на рядовые и ступенчатые зубчатые механизмы.

1.1 Рядовое соединение зубчатых колес представляет собой последовательное соединение нескольких зубчатых колес (**Рис.4.6**).



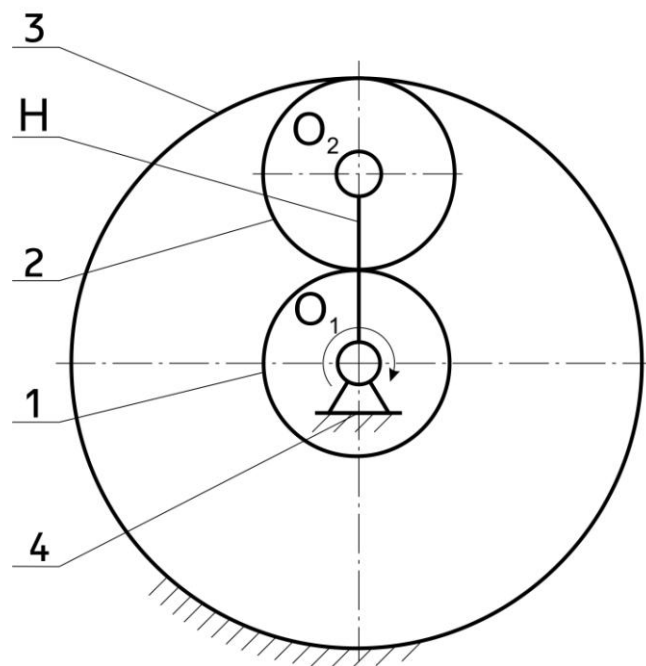
**Рис.4.6** Рядовое соединение зубчатых колес



**Рис.4.7** Двухступенчатый зубчатый механизм

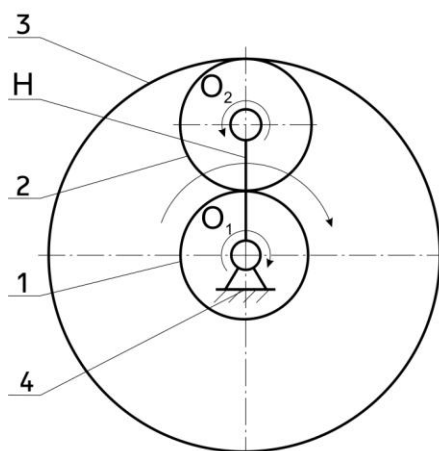
1.2 В ступенчатых зубчатых механизмах последовательно соединяются несколько пар колес (**Рис.4.7**), так что на осях может быть помещено более одного колеса.

2. **Специальные** многоступенчатые механизмы имеют некоторые зубчатые колеса с подвижными осями (**Рис.4.8**). Здесь на подвижной оси  $O_2$  находится колесо 2, которое при вращении водила  $H$  вокруг центральной оси  $O_1$  обегает неподвижное (опорное) колесо 3 и вращается вокруг собственной оси.



**Рис.4.8** Планетарный зубчатый механизм

Колеса **1** и **3** называются центральными колесами (солнечным и корончатым), колесо **2** сателлит или планетарное колесо. Рассматриваемый зубчатый механизм называется *планетарным* и имеет одну степень под-



**Рис.4.9** Дифференциальный механизм

вижности, т.к. имеется неподвижное колесо **3**. Достаточно задать закон движения одному звену, чтобы все остальные звенья двигались определенно и целесообразно.

Иными словами работу механизма следует описать так: центральное колесо **1** сообщает движение сателлиту **2**, который обкатывается по колесу **3** и увлекает за собой по часовой стрелке водило.

Планетарные механизмы компактны и используются для значительного уменьшения числа оборотов на выходе, при этом передаточные отношения могут быть более тысячи,

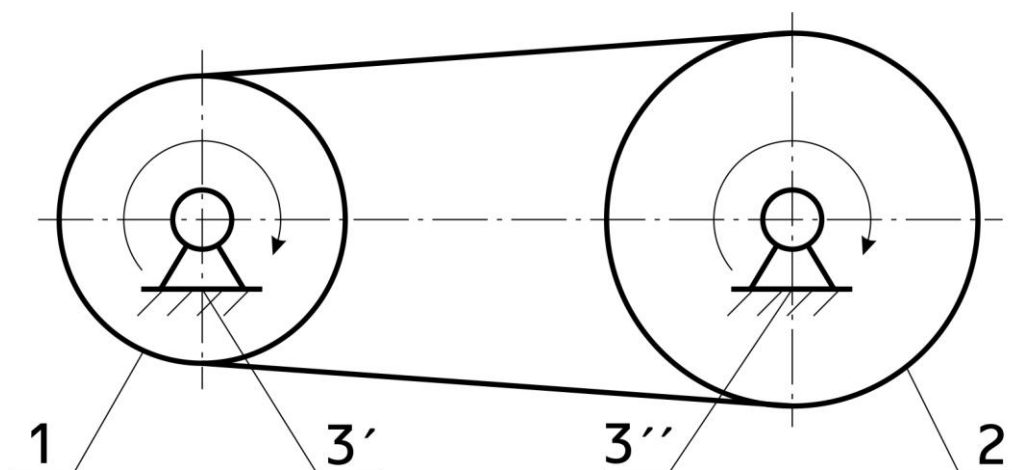
Планетарные механизмы, в которых все колеса подвижны, обладают двумя степенями подвижности и называются *дифференциальными* механизмами

(*Рис.4.9*). Такой механизм должен иметь заданными законы движения двух звеньев.

К зубчатым механизмам относятся и **устройства прерывистого движения**: храповые механизмы, мальтийские механизмы и другие.

### Практическая работа 5 МЕХАНИЗМЫ С ГИБКИМИ ЗВЕНЬЯМИ

Кроме механизмов с твердыми звеньями, рассмотренными нами выше, в качестве промежуточных звеньев применяются гибкие звенья (ремни, канаты, цепи, ленты и т.д.). Механизмы с гибкими звеньями применяются при значительных межосевых расстояниях.



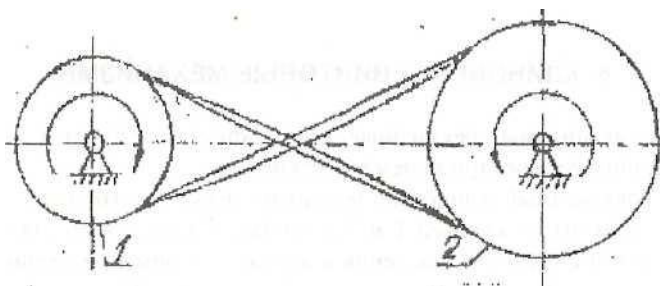
*Рис.5.1* Открытая ременная передача

Ременные передачи по конструктивному оформлению подразделяются на:

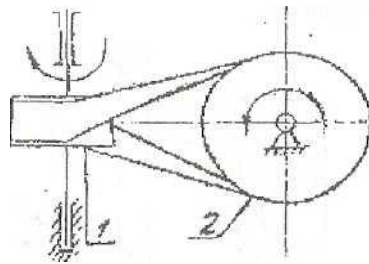
- 1.Передачи с параллельными осями валов.
- 2.Передачи с непараллельными осями валов.

На *Рис.5.1* показан простейший пример открытой ременной передачи, у которой вращение шкивов *1* и *2* происходит в одном и том же направлении. Передача ремнем осуществляется за счет трения возникающего между шкивом и ремнем. **Ремень может быть плоский, клиновой или зубчатый.**

В перекрестной ременной передаче (*Рис.5.2*) вращение шкивов *1* и *2* происходит в разных направлениях.



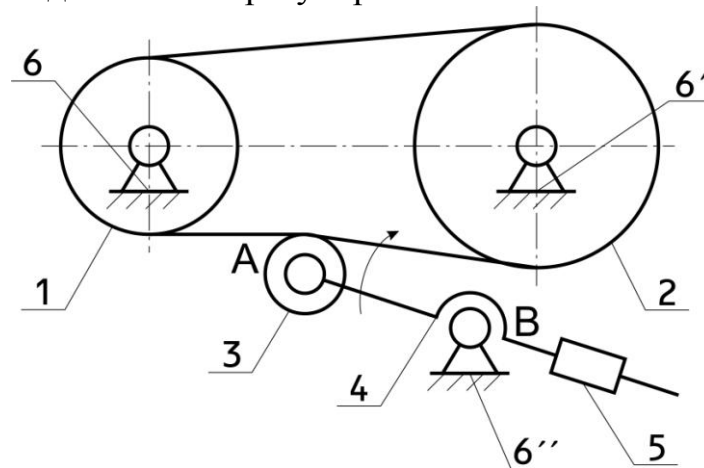
*Рис.5.2* Перекрестная ременная передача



**Рис.5.3** Полуперекрестная ременная передача

Примерами передачи с непараллельными осями валов может служить полуперекрестная ременная передача (**Рис.5.3**), применяемая при передаче вращения между скрещивающимися валами.

Для обеспечения необходимой силы трения между ремнем и шкивами, ремень должен быть натянут. Простейшее натяжное приспособление показано на **Рис.5.4**, где ролик 3 установлен на рычаге 4, который вращается вокруг оси В. На противоположном плече рычага закреплен груз 5, перемещением которого вдоль рычага достигается регулировка силы натяжения.

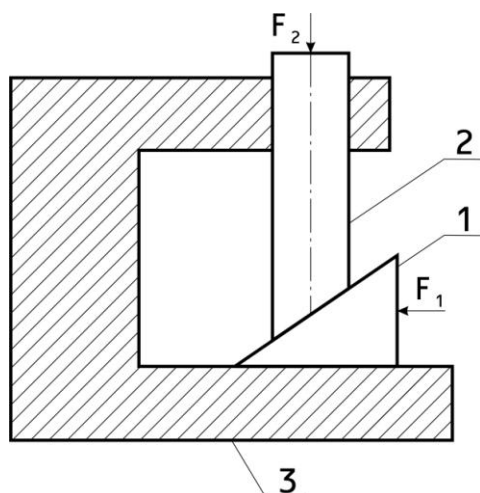


**Рис.5.4** Открытая ременная передача с натяжным роликом

## Практическая работа 6. КЛИНОВЫЕ И ВИНТОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

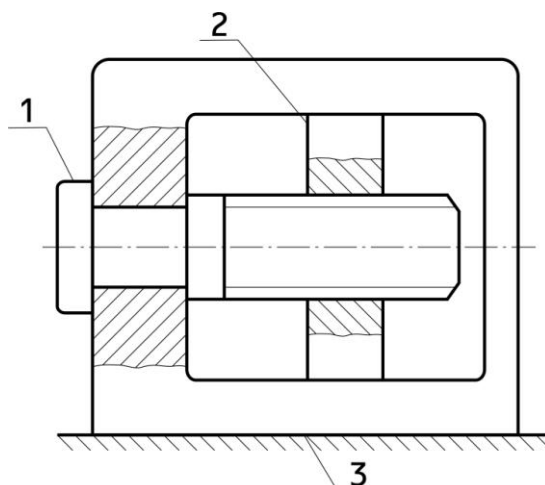
Эти механизмы трехзвенные. Они состоят из стойки и двух подвижных звеньев, образующих три кинематические пары.

1) Трехзвенный клиновый механизм простейшего вида, показанный на **Рис.6.1**, состоит из клиньев 1 и 2 и стойки 3. Он служит для преобразования одного прямолинейного движения в другое. Например, в механизме клинчатого пресса, клин 1, движущийся под действием силы  $F_1$ , перемещает вверх клин 2, преодолевая усилие  $F_2$ . Эти механизмы применяются для различного вида прессов, поглощающих аппаратов железнодорожных автосцепок, зажимов, механизмов подачи деталей и т.д.



**Рис.6.1** Простой клиновый механизм

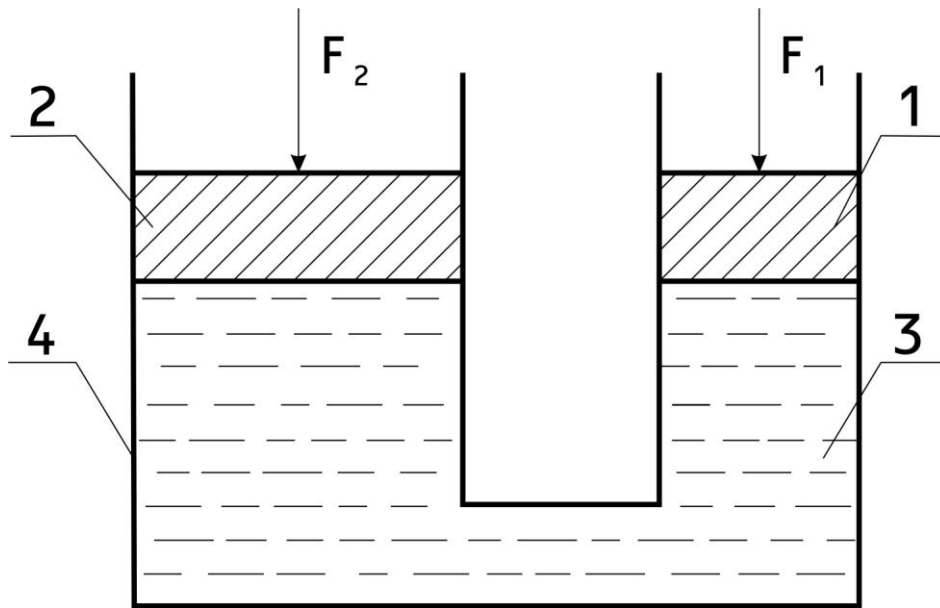
2) Трехзвенный винтовой механизм (**Рис.6.2**) состоит из винта **1**, гайки **2** и стойки **3**. Он предназначен для преобразования вращательного движения винта в поступательное движение гайки по направляющим стойки. Винтовой механизм, иначе называемый передачей винт - гайка, применяют для осуществления перемещений, связанных с теми или иными технологическими процессами (винты прессов, ходовые винты станков, домкраты, струбины, съемники и т. д.).



**Рис.6.2** Трехзвенный винтовой механизм

## Практическая работа 7. МЕХАНИЗМЫ С ГИДРАВЛИЧЕСКИМИ И ПНЕВМАТИЧЕСКИМИ УСТРОЙСТВАМИ

Простейший механизм с гидравлическим устройством является гидравлический пресс (**Рис.7.1**). Его можно рассматривать как четырехзвенный механизм, в котором ведущим звеном может быть один из поршней, например **1**, ведомым — поршень **2**. Жидкость **3** является звеном, передающим движение от ведущего к ведомому поршню с выигрышем в силе. Здесь емкость **4** — стойка.



*Рис. 7.1* Гидравлический пресс

Аналогичное устройство имеют многие механизмы, в которых используется сжатый воздух, например, различные станочные приспособления, инструменты.

## Практическая работа 8. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

### Задача 1.

Структурный анализ - это раздел курса, в котором изучается строение механизмов, т.е. исследуется, из каких звеньев состоит механизм, каким образом соединяются звенья в кинематическую цепь, какова степень подвижности механизмов.

*Механизмом* называется система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других твердых тел.

Твердое тело, входящее в состав механизма, называется звеном. Звено может состоять из одной или нескольких неподвижно соединенных деталей.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется *кинематической парой*. Кинематические пары классифицируют по числу степеней свободы или по числу условий связи. В зависимости от вида элементов кинематических пар они подразделяются на высшие и низшие.

Система звеньев, образующих между собой кинематические пары, называется *кинематической цепью*. Различают замкнутые и незамкнутые кинематические цепи. Если известные ранее механизмы представляли собой замкнутые кинематические цепи, то некоторые современные механизмы (например, механизмы манипуляторов) образованы из незамкнутых кинематических цепей.

В каждом механизме есть одно неподвижное (или принимаемое за неподвижное) звено, называемое *стойкой*.

Из неподвижных звеньев выделяют входные и выходные. Входному звену сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев. Звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм, называется *выходным звеном* (ранее звенья с указанным функциональным назначением назывались соответственно *ведущим* и *ведомым*).

Число степеней свободы пространственных и плоских механизмов определяются соответственно по формулам Малышева и Чебышева.

Механизмы разделяются на плоские и пространственные. Плоским называется механизм, все подвижные звенья которого совершают движения, параллельные одной и той же неподвижной плоскости.

К основным видам механизмов относятся: рычажные, кулачковые, зубчатые, фрикционные, механизмы с гибкими звеньями, гидравлические, пневматические, волновые.

Рычажными называют механизмы, в состав которых входят только низшие кинематические пары. Эти механизмы могут обеспечивать передачу значительных сил, так как в низших кинематических парах звенья соприкасаются по поверхности. Ввиду ограниченного числа видов низших кинематических пар многие важные законы преобразования движения

звеньев не могут быть получены с помощью рычажных механизмов. В этом плане большими возможностями обладают механизмы с высшими кинематическими парами, в которых звенья соприкасаются по точкам или по линиям. Однако, они менее изнаноустойчивы, чем низшие.

В системах управления широко применяются кулачковые механизмы. Кулачковый механизм состоит из кулачка, толкателя и стойки. Кулачок - это звено, которому принадлежит элемент высшей пары. Разнообразие форм, которые можно придать кулачку, определяют большое разнообразие возможных преобразований движения. Одна из особенностей кулачковых механизмов состоит в том, что может быть обеспечено движение выходного звена с остановками за конечный отрезок времени при непрерывном движении входного.

Кулачковые механизмы различают по виду кулачка, характеру движения входного и выходного звеньев, по виду элемента высшей пары на звене, соприкасающимся с кулачком (плоскость, цилиндрическая поверхность ролика, сферическая поверхность и т. п.), по способу замыкания высшей кинематической пары.

Все законы движения, удовлетворяющие одним и тем же граничным условиям, сравнивают по многим безразмерным коэффициентам, выражающим ту или иную кинематическую или динамическую характеристику.

Движение выходного звена кулачкового механизма с принятым законом движения обеспечивается выбором соответствующей формы профиля кулачка (сечения поверхности кулачка плоскостью, перпендикулярной оси вращения). Искомый профиль кулачка определяется по точкам. Формулы для вычисления получают, используя метод обращения движения. Для контроля вычислений и предварительного определения формы кулачка и некоторых характеристик механизма используют графическое построение профиля.

*Условие.* Схемы плоских механизмов представлены на рис 1.

*Произвести структурный анализ плоских механизмов с высшими и низшими кинематическими парами, обозначить звенья и кинематические пары механизма, класс и наименование каждой кинематической пары, определить число степеней подвижности в механизме, разложить механизм на структурные группы, указать класс и порядок каждой структурной группы, определить класс механизма.*

При наличии высших кинематических пар произвести их замену и нарисовать схему заменяющего механизма.

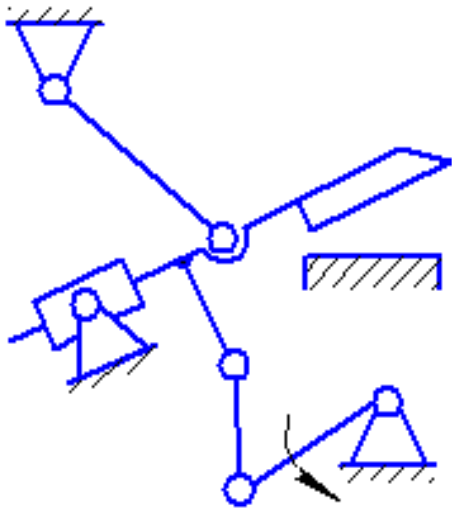


Схема 0

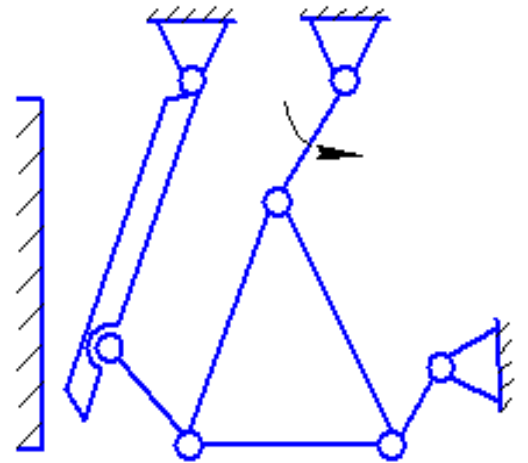


Схема 1

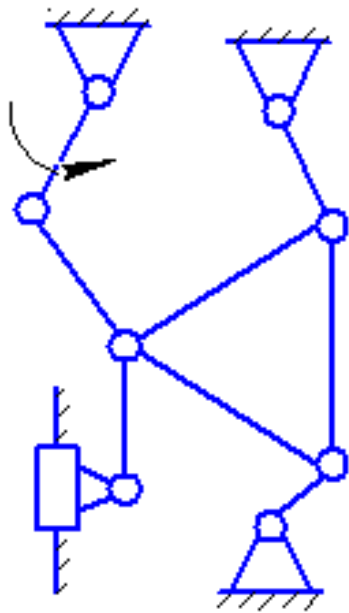


Схема 2

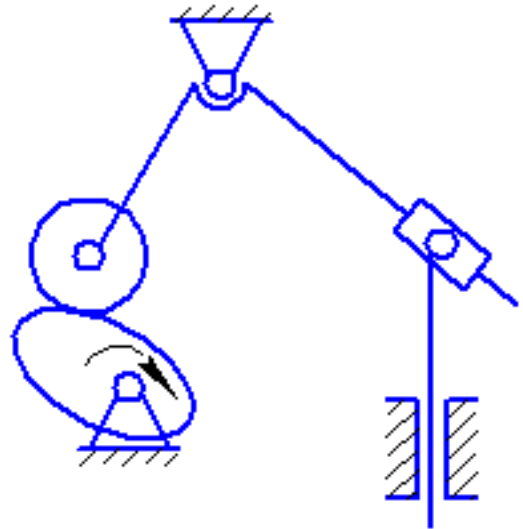


Схема 3

Рис. 1

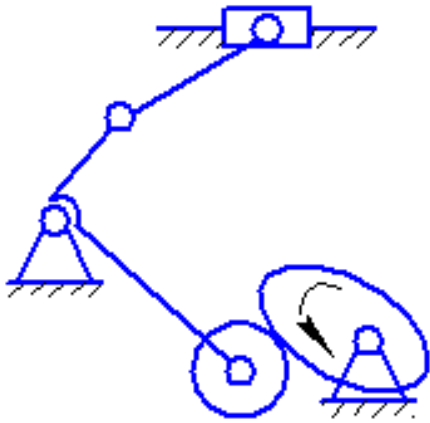


Схема 4

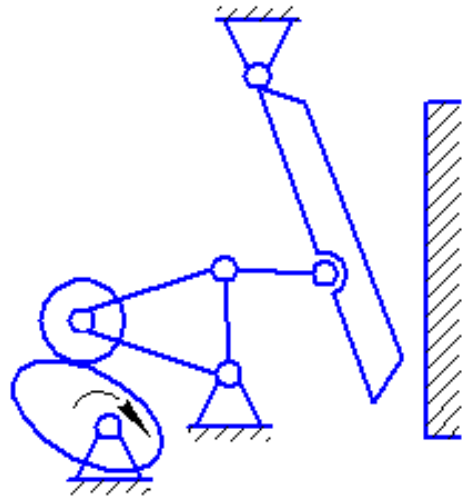


Схема 5

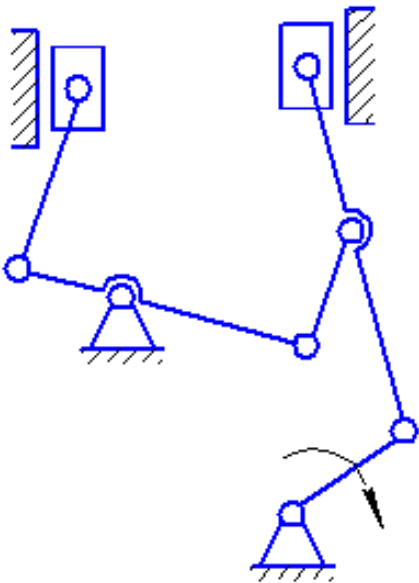


Схема 6

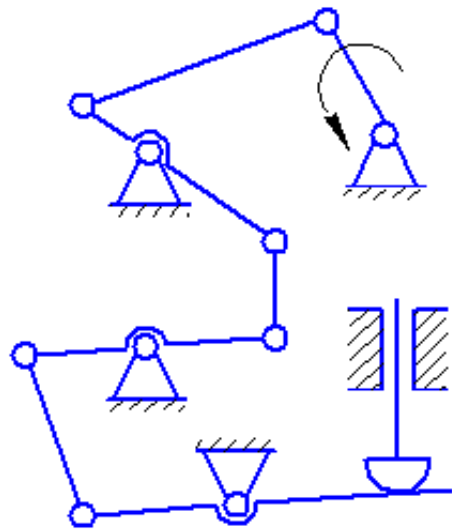


Схема 7

Продолжение рис. 1

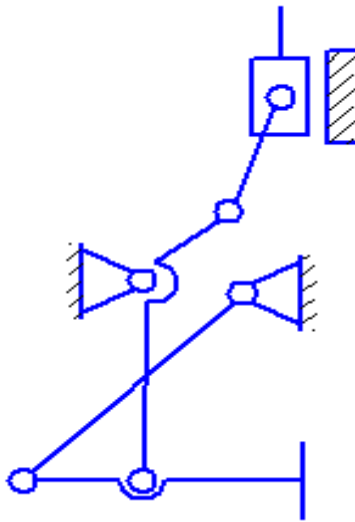


Схема 8

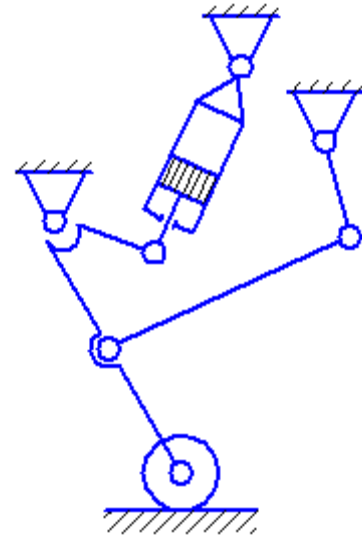


Схема 9

Окончание рис. 1

### Пример решения задачи 1

*Условие.* Произвести структурный анализ механизма приемника давления электрического дистанционного манометра (рис. 2,а).

*Решение.* Степень подвижности механизма  $W$  определяем по формуле Чебышева [2, с.40].

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4 \quad (1.1)$$

где  $n$  - число подвижных звеньев;

$P_5$  - число кинематических пар 5-го класса;

$P_4$  - число кинематических пар 4-го класса.

Арабскими цифрами на схеме (рис 2,а) обозначены звенья механизма, а именно:

1 - ползун; 2- коромысло; 3- шатун; 4- ползун.

Итого число подвижных звеньев  $n = 4$ .

Анализ кинематических пар, обозначенных на схеме римскими цифрами, сведен в табл. 1

Таблица 1

Анализ кинематических пар механизма

Обозначение кинематической пары	I	II	III	IV	V	VI
Звенья, образующие кинематическую пару	0-1	1-2	2-0	2-3	3-4	4-0
Класс кинематической пары	5	4	5	5	5	5

Таким образом, число кинематических пар 5-го класса  $P_5 = 5$ , 4-го класса  $P_4 = 1$ .

В механизме отсутствуют пассивные связи и звенья, вносящие лишние степени свободы. Степень подвижности механизма по формуле (1.1).

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 5 - 1 = 1.$$

Ведущее звено задано в условии примера, и оно должно быть одно, так как  $W = 1$ .

Структурный анализ механизма по Ассур-Артоболовскому выполняется для кинематической цепи, состоящей только из кинематических пар 5-го класса. Если же исследуемый механизм имеет кинематические пары 4-го класса, то они предварительно должны быть заменены одним звеном, входящим в две кинематические пары 5-го класса. Получившийся после такой замены механизм называется заменяющим.

Схема заменяющего механизма представлена на рис. 2.б. Дополнительное звено 5 - ползун. Анализ кинематических пар заменяющего механизма сведен в табл.2.

Степень подвижности заменяющего механизма определяется постановкой в форму Чебышева следующих значений:  $n = 5$ ,  $P_5 = 7$ :

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Таким образом, степень подвижности осталась равной единице, т.е. замена выполнена верно.

Таблица 2

Анализ кинематических пар заменяющего механизма

Обозначение кинематической пары	I	II	III	IV	V	VI	VII
Звенья, образующие кинематическую пару	0-1	1-5	5-2	2-0	2-3	3-4	4-0
Класс кинематической пары	5	5	5	5	5	5	5
Наименование	Поступательная	Поступательная	Вращательная	Вращательная	Вращательная	Вращательная	Поступательная

Следующим этапом структурного анализа является выделение из механизма структурных групп с нулевой степенью подвижности. Эту задачу рекомендуется решать по следующей методике:

- Отсоединение структурных групп начинать с групп II класса и наиболее удаленных по кинематической цепи от ведущего звена;
- Если степень подвижности оставшейся кинематической цепи изме-

нилась, то отсоединение сделано неверно, и следует отсоединить пару звеньев в другой комбинации;

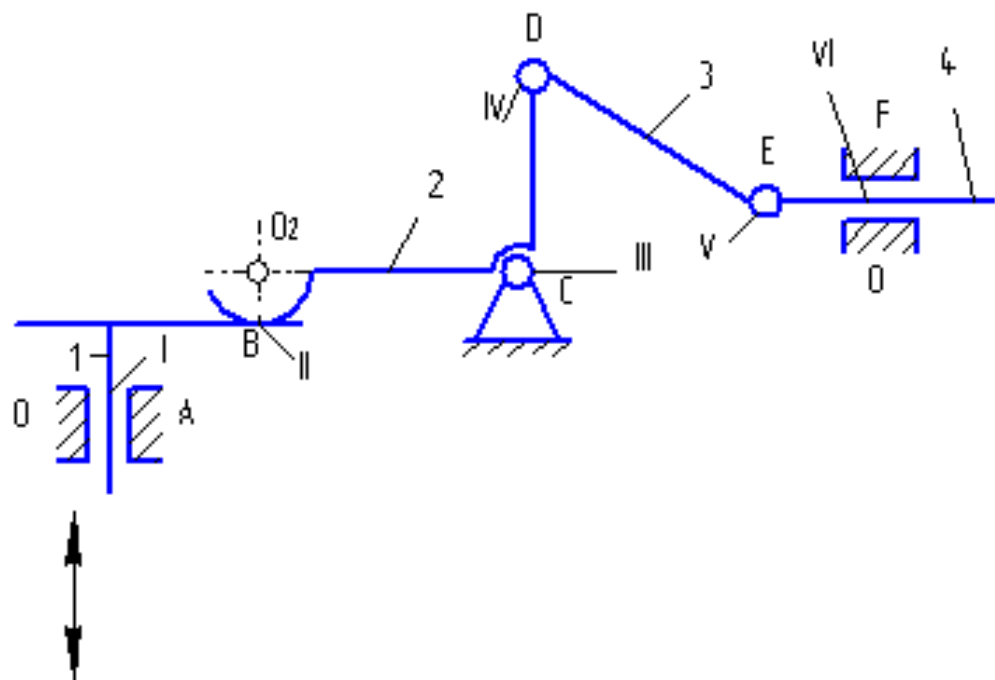
в) Если отсоединить группу II класса не удастся, то следует рассмотреть возможность отсоединения группы III класса.

г) После отсоединения 1 группы отсоединить от оставшейся кинематической цепи следующую группу и т. д. до тех пор, пока не останется механизм I класса, т. е. ведущее звено, соединенное кинематической парой со стойкой.

Рассмотрим изложенную последовательность на примере заменяющего механизма (рис.2.б). Вначале отделяется группа Ассур второго класса, образованная звеньями 4 и 3, а затем группа второго класса, состоящая из звеньев 2 и 5.

На этом расчленение механизма заканчивается, так как остались ведущее звено 1 и стойка 0, т.е. механизм I класса. Разложение механизма на группы Ассур приведено на рис. 3.

а



б

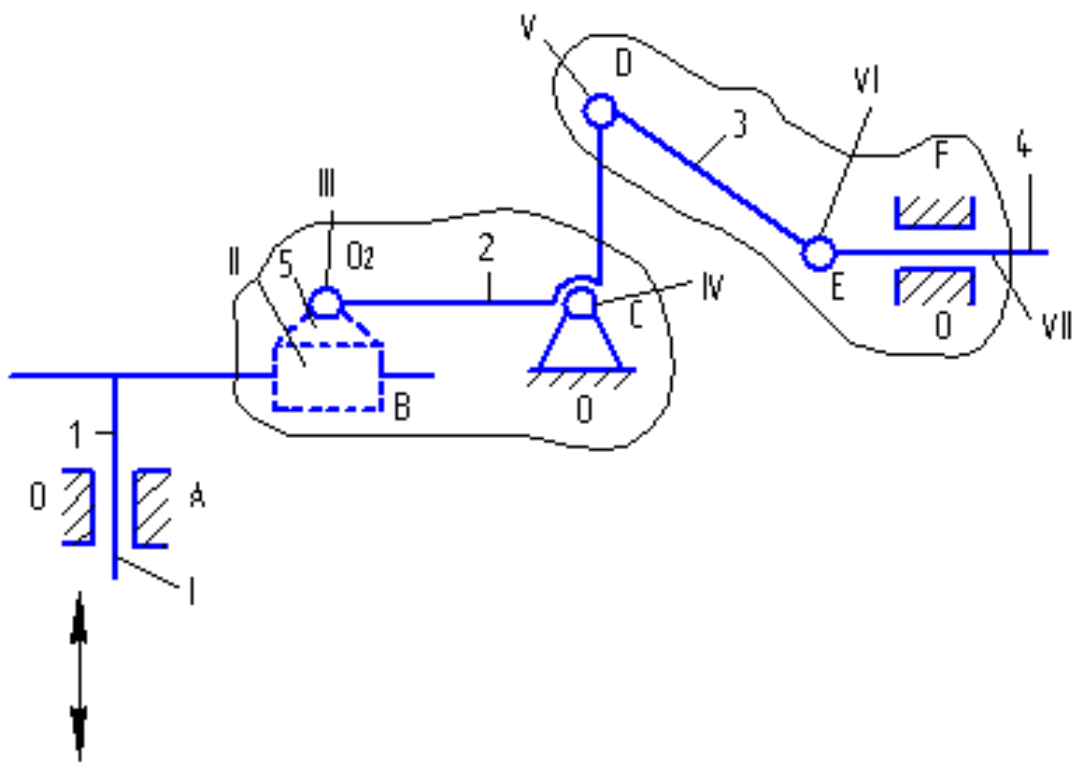
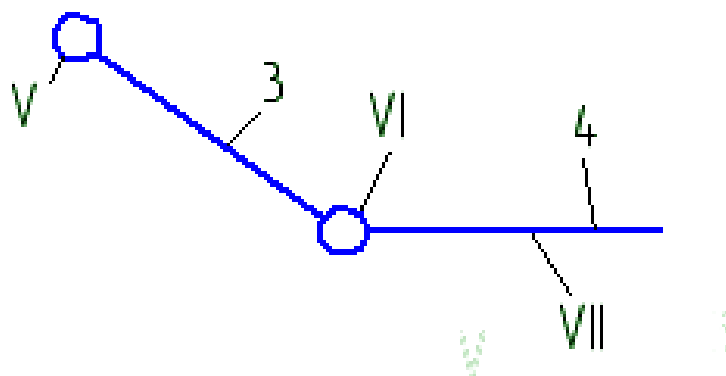
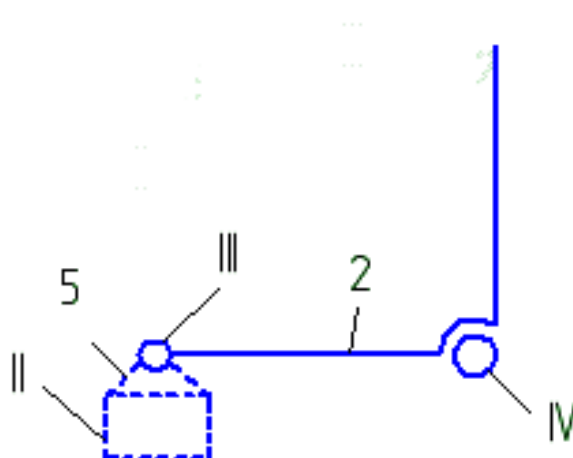


Рис. 2. а) – исходный механизм; б) – заменяющий механизм.

а



б



в

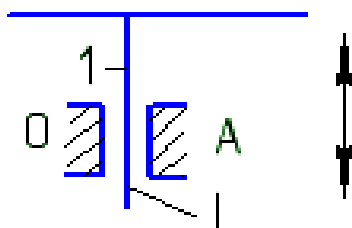


Рис.3. Структурные составляющие механизма: а) Группа Ассур II класса 2-го вида; б) Группа Ассур II класса 2-го вида; в) Механизм I класса.

Структурный анализ показал, что механизм имеет одну степень свободы и структурная формула его запишется в виде

$$I \rightarrow II_2 \rightarrow II_2$$

Римские цифры показывают класс структурных групп, а индексы, обозначенные арабскими цифрами, - вид групп.

Класс механизма определяется наивысшим классом структурной группы Ассура, входящей в состав механизма. Для исследуемого механизма наивысший класс присоединенных групп - второй, поэтому весь механизм относится ко II классу (при ведущем звене 1).

## **Практическая работа 9. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ**

### **Задача 2.**

Манипуляторы как исполнительные устройства промышленных роботов представляют собой пространственные механизмы различных структурных схем с несколькими степенями подвижности, выполняемые в виде незамкнутых кинематических цепей.

Обычно манипулятор имеет шесть или большее число степеней свободы (подвижности), из которых три используются для перемещения (переноса) объекта из одной точки пространства в другую по заданной траектории с регламентированным законом движения, а три других обеспечивают требуемую ориентацию объекта в пространстве.

Объем, ограниченный поверхностью, огибающей все возможные положения рабочего органа (захвата), называется рабочим объемом манипулятора. Не все части рабочего объема одинаково удобны для выполнения заданных движений захвата. Одни части рабочего объема совершенно свободны для любых движений захвата, в то время как в других его частях на движения захвата могут быть наложены разного рода ограничения.

Под маневренностью манипулятора понимается его число степеней свободы при неподвижном захвате. Сравнение различных схем манипуляторов показывает, что маневренность зависит не только от числа степеней свободы манипулятора, но и от расположения кинематических пар.

В зависимости от степени совершенства системы управления и оснащенности техническими органами чувств роботы подразделяются на три поколения:

*Роботы первого поколения* работают по жесткой программе и могут воспроизводить заданные движения манипулятора независимо от внешней обстановки. Программа легко заменяется, чем обеспечивается гибкость перестройки работа на различные операции. Эти роботы находят широкое применение в различных производствах при автоматизации травмоопасных, монотонных, тяжелых ручных операций и пр.

*Роботы второго поколения* - адаптирующиеся, осязательные системы. Они снабжены датчиками - техническими органами чувств (зрение, слух, осязание и пр.). Эти роботы классифицируют обстановку (внешнюю и внутреннюю) и производят действия в соответствии со сложившейся обстановкой, т.е. работают по принципу «класс ситуаций - действие». Роботы второго поколения обладают некоторой автономностью и используются для выполнения сборочных работ, исследования морских глубин, космического пространства и пр.

*Роботы третьего поколения* - интеллектуальные роботы, снабжены элементами искусственного интеллекта. Задание для них задается в весьма общем виде. Они выбирают и осуществляют оптимальное решение поставленной задачи. Такие роботы находятся в стадии разработки и эксперимента.

Степень подвижности пространственных механизмов определяют по формуле А.П.Малышева [2, с.35]

$$W = 6 \cdot n - 5 \cdot p_5 - 4 \cdot p_4 - 3 \cdot p_3 - 2 \cdot p_2 - p_1, \quad (2.1)$$

где  $n$  - число подвижных звеньев;

$p_5, p_4, \dots, p_i$  – число кинематических пар 5-го, 4-го, ...  $i$ -го класса.

На практике в пространственных механизмах встречаются кинематические пары 5-го класса (вращательная и поступательная); 4-го класса (сферический шарнир и цилиндрическая пара); 3-го класса (сферическая).

Условные обозначения кинематических пар на схемах приведены в таблице 3.

Примером рычажных пространственных механизмов служат кинематические цепи манипуляторов робототехнических систем.

Манипулятор представляет собой незамкнутую кинематическую цепь с несколькими степенями свободы. В задачу структурного анализа входит определение числа степеней свободы и маневренности манипулятора. Маневренность определяют также по формуле А.П.Малышева, но при этом захват считают неподвижным звеном. Таким образом, маневренность характеризует возможность звеньев манипулятора изменять свое положение при условии, что захват соединен с объектом манипулирования.

**Условие.** Для работы манипулятора определить число степеней свободы захвата и маневренность. Указать название, число и класс кинематических пар.

Схемы пространственных механизмов представлены на рис. 4.

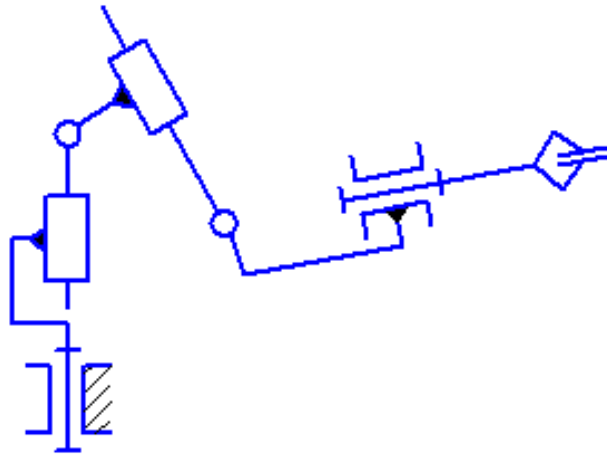


Схема 0

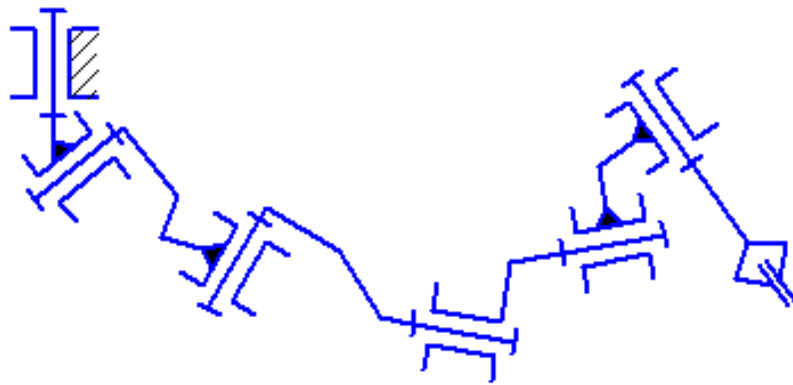


Схема 1

Рис. 4

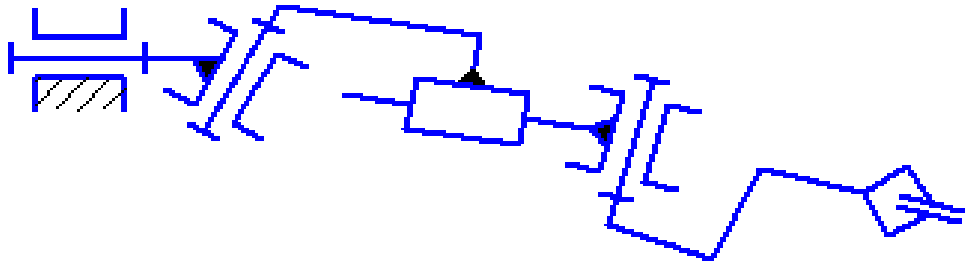


Схема 2

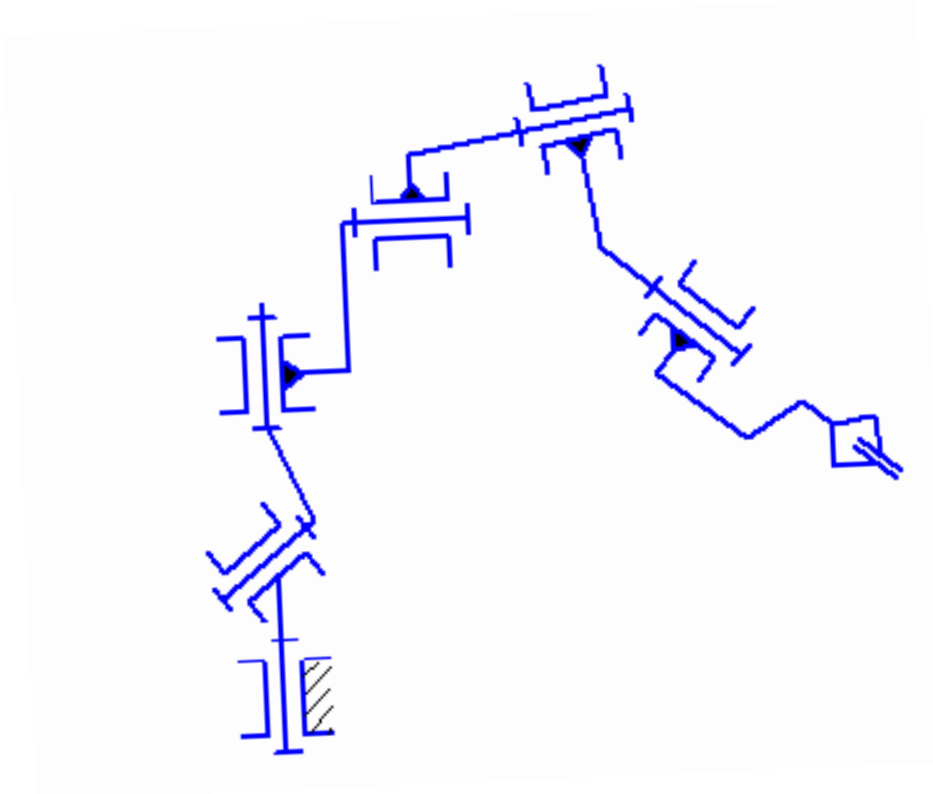


Схема 3

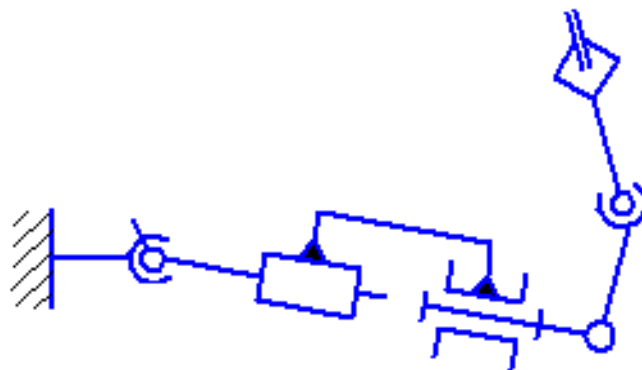


Схема 4

Продолжение рис. 4

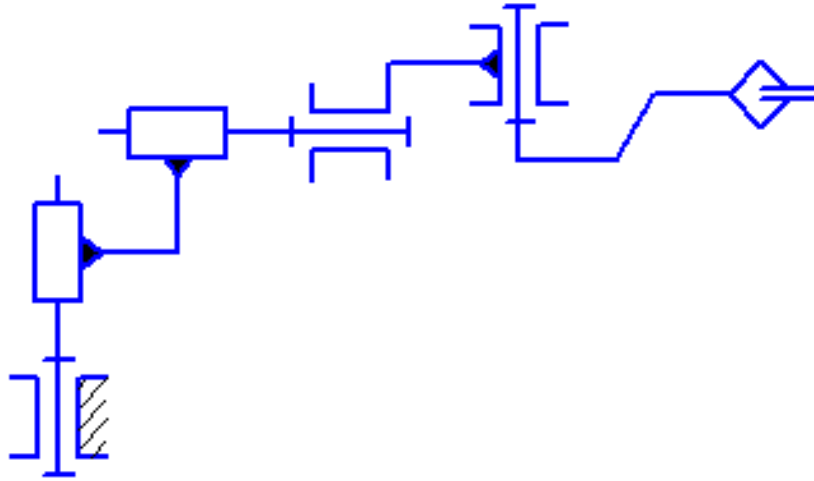


Схема 5

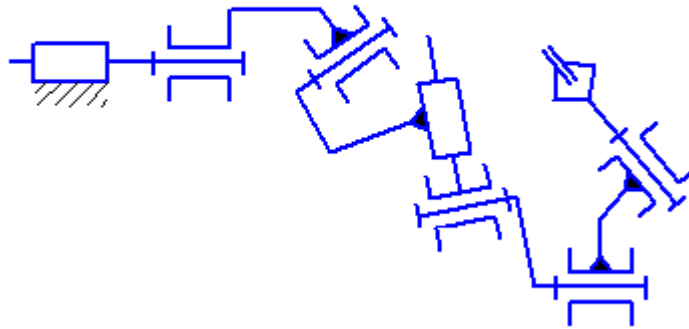


Схема 6

Продолжение рис. 4

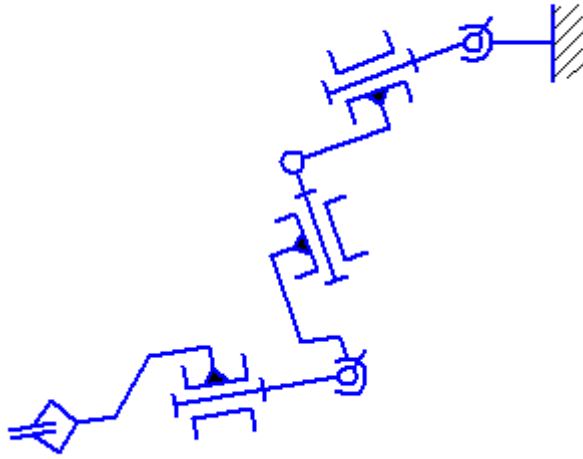


Схема 7

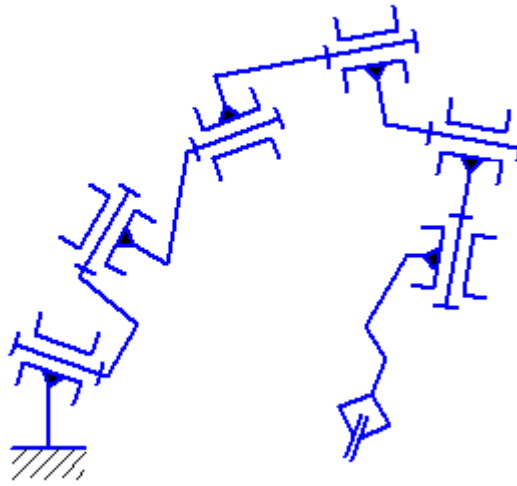


Схема 8

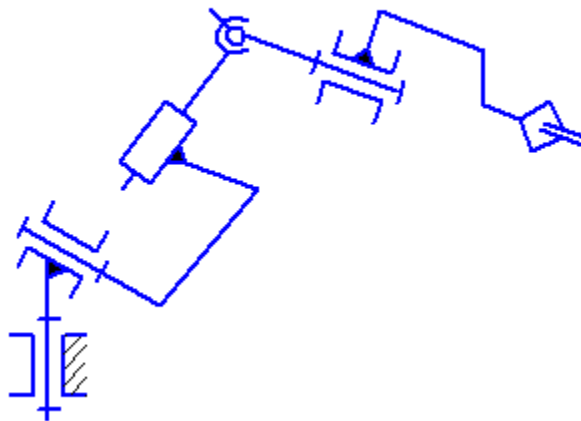
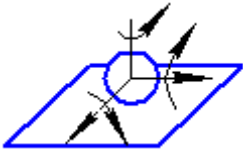

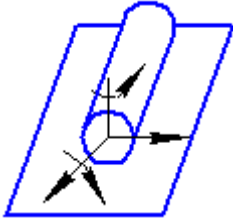

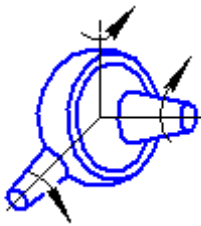

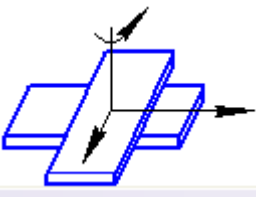

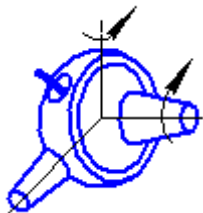
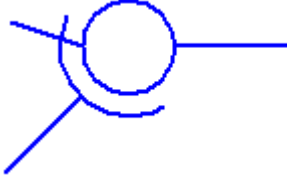
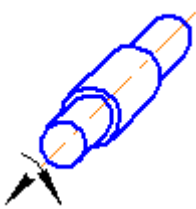

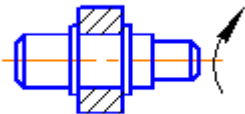
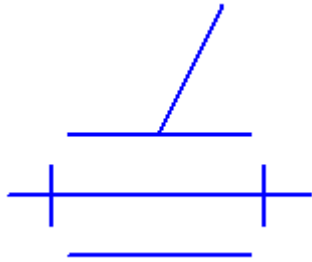
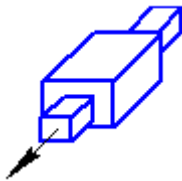
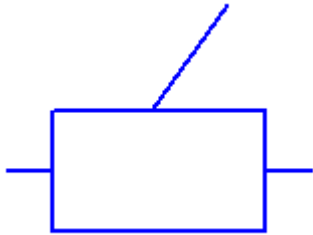


Схема 9

Окончание рис. 4

## Классификация кинематических пар.

Класс пары	Название пары	Рисунок	Обозначение
1	Шар на плоскости		
2	Цилиндр на плоскости		
3	Сферическая пара		
3	Плоскостная пара		
4	Сферическая с пальцем		
4	Цилиндрическая пара		

Класс пары	Название пары	Рисунок	Обозначение
5	Вращательная пара		
5	Поступательная пара		

### Пример решения задачи 2

Для примера рассмотрим манипулятор, изображенный на рис. 5.

Звенья механизма обозначим арабскими цифрами, количество их  $n = 5$ .

Кинематические пары, входящие в состав данного механизма:

$p_5 = 3$ , в том числе две вращательные (А, В) и одна поступательная (С);

$p_4 = 2$ , сферический шарнир с пальцем ( Д ) и цилиндрическая пара (В).

До тех пор, пока захват (звено 5) не соединяется с объектом манипулирования, кинематическая цепь является незамкнутой.

Определяем степень подвижности:

$$W = 6 \cdot 5 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 2 = 7$$

Таким образом, механизм имеет 7 независимых движений для ориентации и перемещения в рабочем пространстве.

После того, как захват подведен к объекту манипулирования и объединен с ним, количество подвижных звеньев становится на единицу меньше, т.е.  $n = 4$ . Число кинематических пар остается неизменным. Те-

перь можно определить маневренность манипулятора.

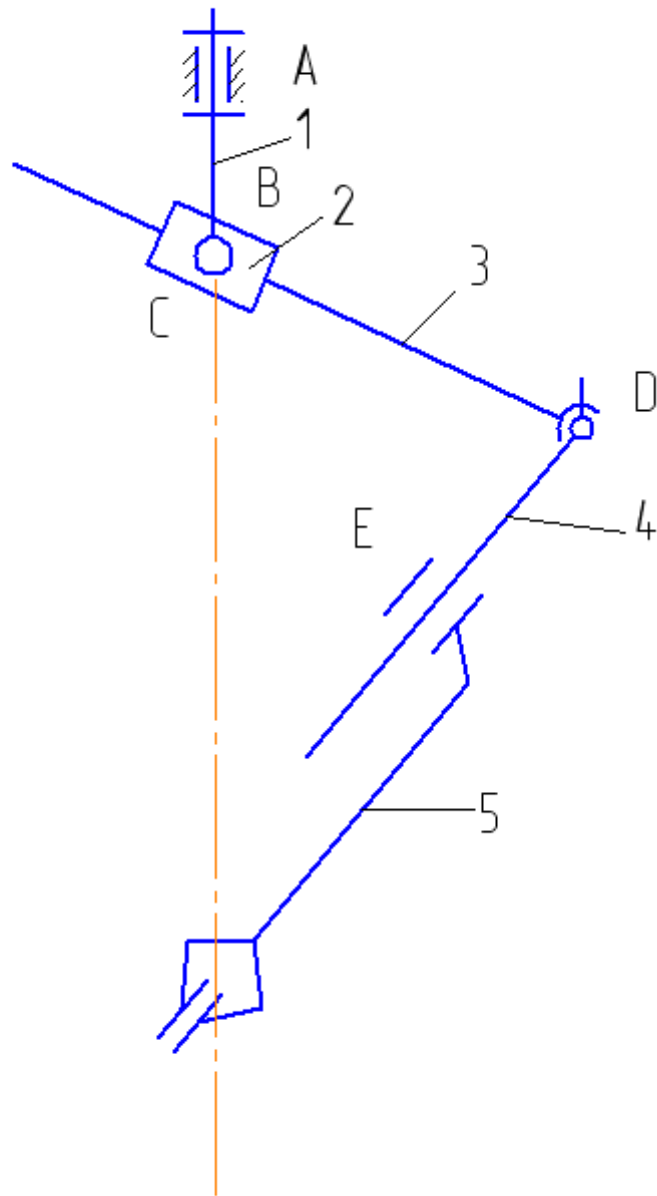


Рис. 5. Структурная схема руки манипулятора

$$W = 6 \cdot 5 - 5 \cdot 3 - 4 \cdot 2 = 1$$

Тот факт, что маневренность равна единице, означает, что при фиксированном положении захвата (неподвижная точка В) звенья механизма могут менять свое положение в зависимости от положения одного из звеньев: например, при вращении звена 2 одновременно изменятся длины сторон ВД и ДЕ, а также углы треугольника ВДЕ, то есть положение звеньев 3 и 4 является функцией угла поворота звена 2.

## **Практическая работа 10. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ**

### **Задача 3.**

Задачей кинематического анализа зубчатых механизмов является определение передаточного отношения и частоты вращения выходных звеньев.

Простейшая зубчатая передача состоит из двух колес с зубьями, посредством которых они сцепляются между собой. По форме колес различают цилиндрические, конические, эллиптические, фигурные зубчатые передачи.

Наиболее распространены зубчатые колеса круглой формы, т. е. цилиндрические и конические. Коническая зубчатая передача осуществляет вращение между валами, геометрические оси которых пересекаются. По форме и расположению зубьев на колесе различают прямые, косые, шевронные, круговые и другие криволинейные зубья.

Постоянство передаточного отношения зубчатой передачи обеспечивается формой профиля зубьев. Наибольшее распространение получил эвольвентный профиль, так как отличается простотой изготовления (методом копирования или обкатки).

При нарезании зубчатых колес с числом зубьев эвольвентного профиля меньше некоторого предельного значения происходит подрез ножек зубьев, в результате чего прочность зубьев значительно снижается. Для устранения подрезания применяют зубчатые зацепления со смещением или так называемые скорректированные зубчатые передачи.

К основным геометрическим параметрам, характеризующим зубчатое зацепление, относятся: модуль, угол зацепления, диаметры делительной, начальной и основной окружностей, коэффициент перекрытия.

Зубчатые механизмы подразделяются на механизмы с неподвижными и подвижными осями вращения.

Для выполнения кинематического анализа необходимо определить передаточное отношение зубчатой передачи.

Передаточным отношением  $U_{1i}$  называется отношение угловой скорости  $\omega_1$  зубчатого колеса 1 к угловой скорости  $i$  го  $\omega_i$  зубчатого колеса. Вместо угловых скоростей можно использовать также понятие частоты вращения  $n$ :

$$U_{1i} = \omega_1 / \omega_i = n_1 / n_i. \quad (3.1)$$

Угловые скорости колес, находящихся в зацеплении, обратно пропорциональны радиусам начальных окружностей  $r_w$  и числам зубьев колес  $Z$ .

Таким образом, передаточное отношение для пары цилиндрических колес внешнего зацепления (рис.6, а)

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_{w2}}{r_{w1}} = -\frac{Z_2}{Z_1}, \quad (3.2)$$

внутреннего зацепления ( рис.6, б)

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{Z_2}{Z_1}.$$

Общее передаточное отношение многозвенного механизма равно произведению передаточных отношений отдельных ступеней [6, с.93]

$$U_{1i} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{34} \dots U_{(i-1) i} \quad (3.3)$$

Определение передаточного отношения рекомендуется производить в следующем порядке:

- 1 определить число ступеней в передаче;
- 2 найти передаточное отношение каждой ступени;
- 3 перемножить передаточные отношения ступеней.

Полученное число и будет передаточным отношением многоступенчатой передачи.

Механизмы с одной степенью свободы, имеющие неподвижное колесо, называют планетарными. Особенность планетарных механизмов - наличие зубчатых колес (сателлитов) с движущимися геометрическими осями.

a

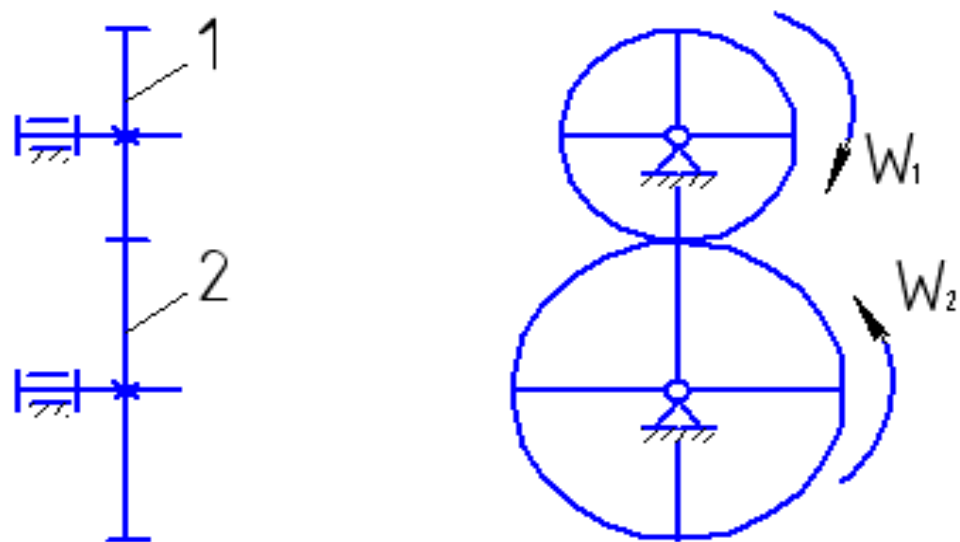
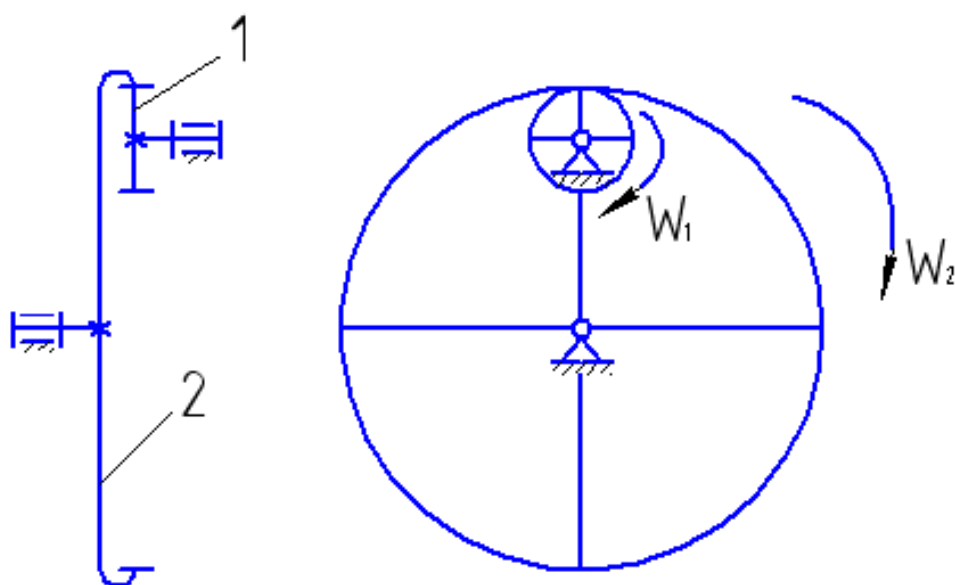


Рис.6.

б



Продолжение рис.6.

Механизмы с числом степеней свободы  $W > 2$ , которые обычно не имеют неподвижного колеса, называют дифференциальными.

Поскольку сателлиты в передачах с подвижными осями совершают сложное вращательное движение, то определение передаточного движения производят методом обращенного движения [3, с.34-35].

**Условие.** Исходные данные к задаче 3 приведены в табл.4, кинематические схемы зубчатых механизмов представлены на рис.7. Определить число степеней подвижности механизма, неизвестные числа зубьев колес и частоту вращения колес.

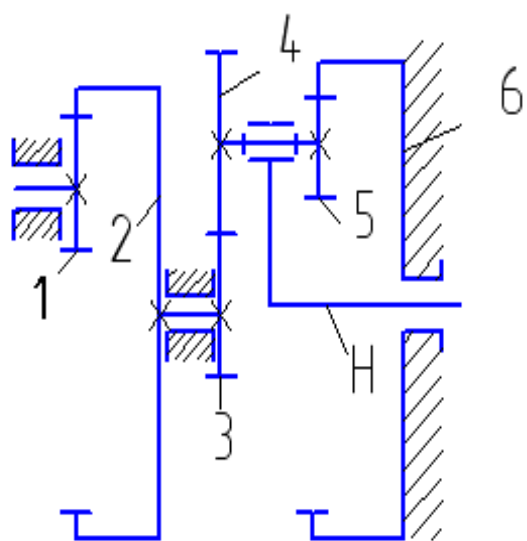


Схема 0

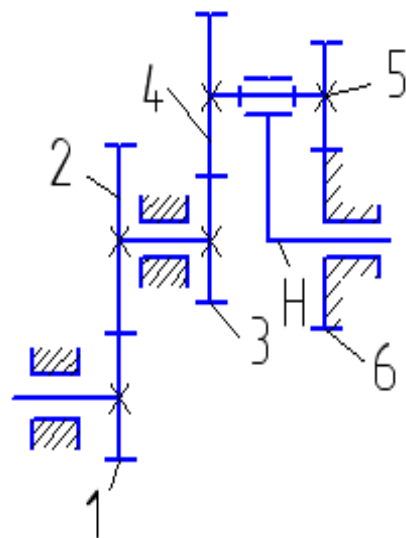


Схема 1

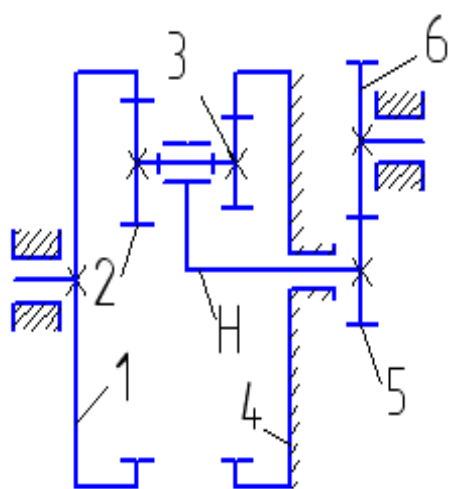


Схема 2

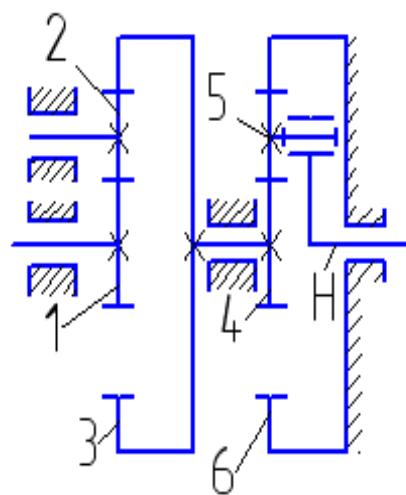


Схема 3

Рис. 7

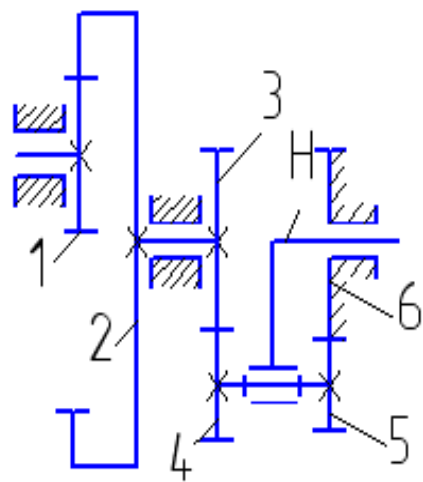


Схема 4

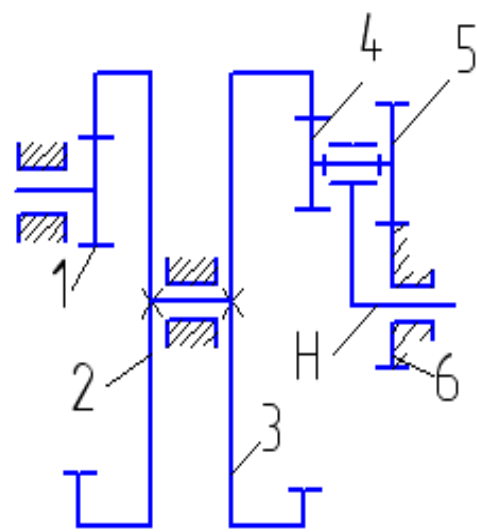


Схема 5

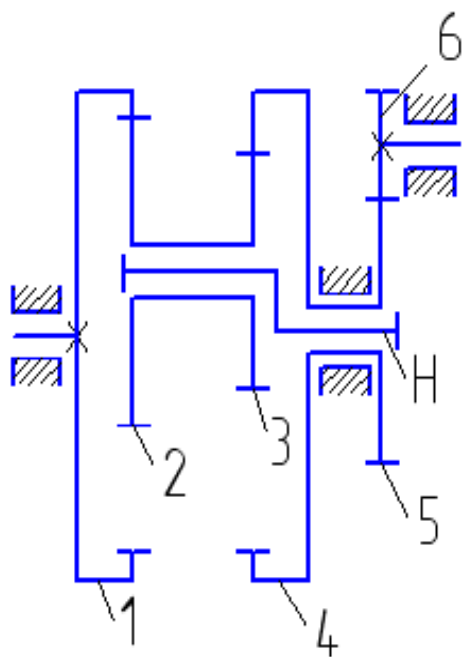


Схема 6

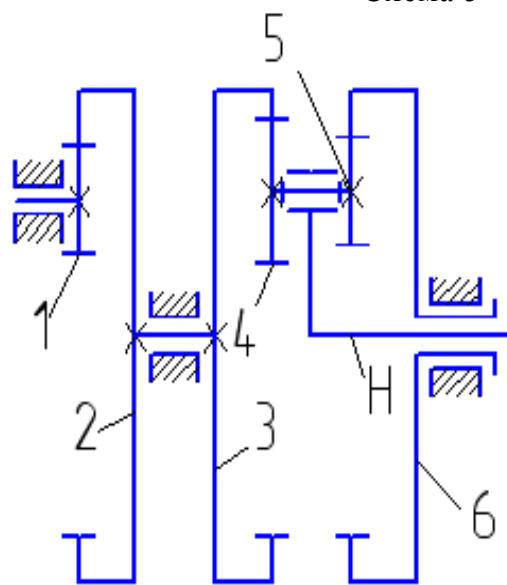


Схема 7

Продолжение рис. 7

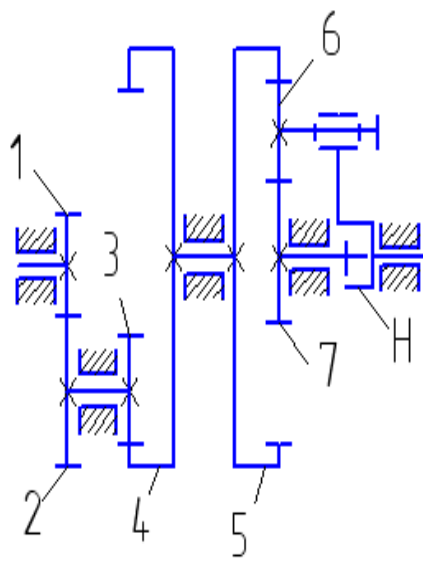


Схема 8

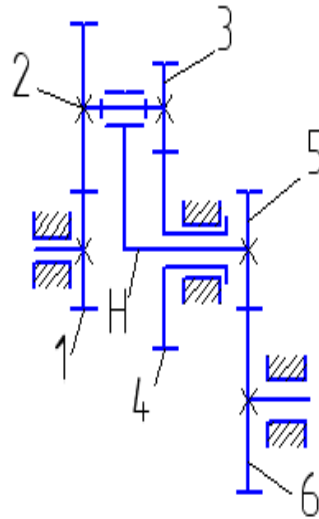


Схема 9

Окончание рис. 7

Таблица 4

Варианты исходных данных к задаче 3

Величина	Предпоследняя цифра шифра зачетной книжки									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Z_1$	20	25	150	17	30	25	65	20	30	
$Z_2$	100	50	20	34	210	200	62	120	70	20
$Z_3$	30	25		120	40	200	63	140	20	40
$Z_4$	40		160	10	40	25			120	80
$Z_5$	20	30	25		20		30	30	140	17
$Z_6$		70	40	50		80	60	150	20	51
$n_1$ . об/мин	1000	1450	750				950	1500	1000	750
$n_H$ . об/мин				45	60	50	50	40	60	
Опре- делить	$Z_6, n_H$	$Z_4, n_H$	$Z_3, n_H$	$Z_5, n_1$	$Z_6, n_1$	$Z_5, n_1$	$Z_4, n_6$	$Z_4, n_6$	$Z_7, n_7$	$Z_1, n_4$

### Пример решения задачи 3 с планетарной ступенью

*Условие.* Зубчатый механизм (рис.8) имеет частоту вращения 1-го колеса  $n_1 = 750$  об/мин. Числа зубьев колес:  $Z_1 = Z_4 = 16$ ,  $Z_2 = 40$ ,  $Z_5 = 64$ .

*Решение.*

1. Определяем степень подвижности механизма по формуле П.А. Чебышева для плоских механизмов

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4.$$

Подвижные звенья  $n$ :

1- колесо 1; 2 - колеса 2 и 3, установленные на одной неподвижной оси; 3 - колесо 4 (сателлит); 4 - подвижная ось Н (водило). Итого,  $n = 4$ .

Колесо 5 - неподвижное, т.к. жестко крепится к стойке.

Кинематические пары 5-го класса (вращательные) представляют собой подвижные соединения осей  $O_1$ ,  $O_2$  со стойкой, оси  $O_4$  с водилом Н, а также соединение водила со стойкой. Таким образом,  $p_5 = 4$ .

Кинематические пары 4-го класса, т.е. высшие кинематические пары, находятся в точках касания колес: 1 и 2, 3 и 4, 4 и 5. Итого,  $p_4 = 3$ .

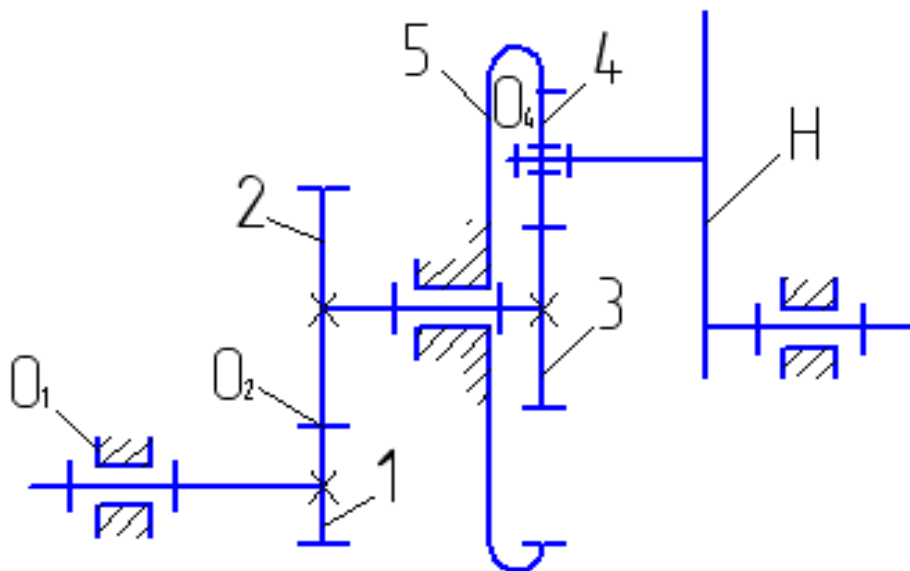


Рис. 8. Механизм с планетарной ступенью

Вычисляем степень подвижности механизма

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 1.$$

2. Определяем число ступеней в механизме.

I ступень, образованная колесами 1 и 2, - рядовая.

II ступень, включающая колесо 3, неподвижное колесо 5, сателлит 4 и водило Н — планетарная.

3. Определяем передаточное отношение I ступени.

$$U_{12} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad (3.4)$$

Зацепление внешнее, поэтому отношение имеет значок « минус ».

Определяем передаточное отношение II ступени (планетарной).

Применяем метод обращенного движения. Для этого всему механизму условно задается дополнительная частота вращения, равная и противоположно направленная частоте вращения водила ( $-n_H$ ).

Частоты вращения звеньев в обращенном движении изменяется на  $-n_H$  и станут равны

$$n_3^H = n_3 - n_H$$

$$n_4^H = n_4 - n_H$$

$$n_5^H = n_5 - n_H \quad (3.5)$$

$$n_H^H = n_H - n_H = 0$$

где,  $n_3$ ,  $n_4$ ,  $n_5$  и  $n_H$  – соответственно частоты вращения колес 3,4,5 и водила в реальном механизме. Верхний индекс Н показывает, что водило остановлено.

Передаточное отношение обращенного механизма

$$U_{35}^H = \frac{n_3^H}{n_5^H} = \frac{n_3 - n_H}{0 - n_H} = 1 - U_{3H} \quad (3.6)$$

отсюда

$$U_{3H} = 1 - U_{35}^H \quad (3.7)$$

где  $U_{3H}$  – передаточное отношение от колеса 3 к водилу H.

При остановленном водиле ступень II представляет собой обычную рядовую передачу, поэтому величину передаточного отношения  $U_{35}^H$  находим как обратное отношение чисел зубьев крайних колес. При этом учитываем знаки: "минус" - для внешнего зацепления колес 3 и 4, "плюс" - для внутреннего зацепления колес 4 и 5.

$$U_{35}^H = - \frac{Z_5}{Z_3} \quad (3.8)$$

Неизвестное число зубьев  $Z_3$  определяем из условия соосности, согласно которому

$$r_{w_3} + 2 \cdot r_{w_4} = r_{w_5} \quad (3.9)$$

где  $r_{w_3}$ ,  $r_{w_4}$ ,  $r_{w_5}$  - радиусы начальных окружностей колес 3,4,5, соответственно.

Формулу (3.9) можно представить в виде

$$\frac{mZ_3}{2} + mZ_4 = \frac{mZ_5}{2}$$

здесь  $m$  - модуль колес.

Так как модули всех колес одинаковы, то

$$Z_3 = Z_5 - 2 Z_4$$

$$Z_3 = 64 - 2 \cdot 16 = 32.$$

4. Определяем общее передаточное отношение зубчатого механизма путем перемножения передаточных отношений отдельных ступеней.

$$U_{1H} = U_{12} \cdot U_{3H} \quad (3.10)$$

Подставляя полученные выражения (3.6), (3.7) и (3.8) в формулу (3.10), имеем

$$U_{1H} = -\frac{40}{16} \cdot \left(1 + \frac{64}{32}\right) = -7.5$$

Знак «минус» показывает, что колесо 1 и водило Н вращаются в противоположные стороны.

Частота вращения водила Н

$$n_H = \frac{n_1}{U_{1H}}$$
$$n_H = -\frac{750}{7.5} = -100 \text{ об/мин} .$$

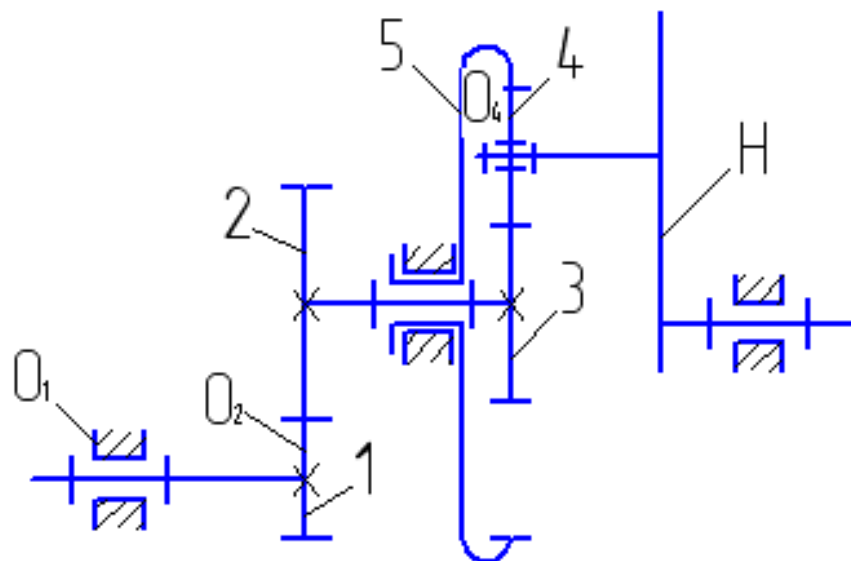
*Примечание.* Передаточное отношение от водила Н к колесу 3 определяется как обратное отношение по формуле

$$U_{H3} = \frac{1}{U_{3H}}$$

Если колесо 5 сделать подвижным, то получим дифференциальную ступень.

### **Пример решения задачи 3 с дифференциальной ступенью**

*Условие.* Зубчатый механизм (рис.9) имеет частоту вращения 1-го колеса  $n_1 = 750$  об/мин, частоту вращения 5-го колеса  $n_5 = 60$  об/мин. Числа зубьев колес:  $Z_1 = Z_4 = 16$ ,  $Z_2 = 40$ ,  $Z_5 = 64$ .



*Решение:*

1) Определим степень подвижности механизма по формуле Чебышева:

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4$$

Число подвижных звеньев  $n$ :

1 - колесо 1; 2 - колеса 2 и 3, установленные на одной неподвижной оси;  
3 - колесо 4 (сателлит); 4 - колесо 5; 5 - подвижная ось Н (водило).

Таким образом, число подвижных звеньев  $n = 5$ .

Число кинематических пар 5-го класса  $P_5 = 5$ , т.к. добавляется пара, образованная вращением оси подвижного 5-го колеса относительно стойки: число кинематических пар 4-го класса  $P_4 = 3$ .

Вычисляем степень подвижности

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 3 = 2$$

2) Определяем число ступеней в механизме.

I ступень, состоящая из колес 1 и 2, - рядовая.

II ступень, включающая подвижные колеса 3 и 5, сателлит 4, водило Н, - дифференциальная.

3) Определяем передаточное отношение I ступени

$$U_{12} = -\frac{Z_2}{Z_1}; \quad U_{12} = -\frac{40}{16} = -2,5$$

Частоту вращения колеса 2 находим из определения передаточного отношения

$$n_2 = \frac{n_1}{U_{12}} \quad n_2 = -\frac{750}{2.5} = -300 \text{ об / мин} \quad (3.12)$$

4) Определяем передаточное отношение II ступени (дифференциальной).

Применяем метод обращенного движения, аналогично рассмотренному ранее решению задачи 3 с планетарной ступенью. На основании формул (3.5) и (3.8) передаточное отношение обращенного механизма

$$U_{35}^H = \frac{n_3 - n_H}{n_5 - n_H} \quad (3.13)$$

$$U_{35}^H = -\frac{Z_5}{Z_3} \quad (3.14)$$

Приравнивая правые части полученных выражений (3.13) и (3.14), имеем

$$\frac{n_3 - n_H}{n_5 - n_H} = -\frac{Z_5}{Z_3}, \quad \text{откуда} \quad n_H = \frac{Z_3 \cdot n_3 + Z_5 \cdot n_5}{Z_3 + Z_5} \quad (3.15)$$

Поскольку колеса 2 и 3 находятся на одной оси, то частота вращения этих колес одинакова

$$n_2 = n_3 = 300 \text{ об/мин}$$

Число зубьев 3-го колеса определим из условия соосности, аналогично планетарной ступени предыдущей задачи 3

$$Z_3 = Z_5 - 2Z_4, \quad Z_3 = 64 - 2 \cdot 16 = 32.$$

Тогда частота вращения водила

$$n_H = \frac{32 \cdot 300 + 64 \cdot 60}{32 + 64} = 140 \text{ об / мин.}$$

## Литература

1. Тимофеев, Г. А. Теория механизмов и машин : учебное пособие / Г. А. Тимофеев ; Моск. гос. техн. ун-т им. Н. Э. Баумана. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2010. – 351 с. : ил. ; 22. – (Основы наук). – Гриф: Доп. УМО. – ISBN 978-5-9916-0544-1. – ISBN 978-5-9692-0840-7
2. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов / [М. З. Козловский и др.]. – 3-е изд., испр. – Москва : Академия, 2008. – 558 с. : ил. – (Высшее профессиональное образование). – Библиогр.: с. 548. – Предм. указ.: с. 549-554. – ISBN 978-5-7695-5633-3
3. Смелягин, А.И. Теория механизмов и машин : учебное пособие для студентов вузов / А.И. Смелягин ; М-во образования РФ, Новосиб. гос. технич. ун-т. – Москва : ИНФРА-М ; Новосибирск : НГТУ, 2008. – 262 с. : ил. – (Высшее образование). – Библиогр.: с. 260 (4 назв.). – ISBN 978-5-16-002557-5. – ISBN 978-5-7782-0382-2

## Интернет-ресурсы:

1. <http://window.edu.ru/> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
2. [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru) – Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн».
3. [www.e.lanbook.com](http://www.e.lanbook.com) – Электронно-библиотечная система «Лань»
4. [catalog.ncstu.ru](http://catalog.ncstu.ru) – Электронный каталог фолиант СКФУ
5. [www.library.stavsu.ru](http://www.library.stavsu.ru) – Электронная библиотека и электронный каталог научной библиотеки СКФУ

*МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ*

по выполнению практических работ  
по дисциплине «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»  
для студентов направления подготовки  
15.03.02 Технологические машины и оборудование

*Составители*

*Е.Н. Павленко, к.т.н., доцент*

*Отв. редактор*

*Д.В. Казаков, к.т.н., доцент*

Редактор Л.Д. Бородастова

---

Подписано в печать 10.04.2016 г.

Формат 60 × 84 1/16

Уч.-изд. л. 0,4 п.л.

Усл. печ. л. 0,5 п.л.

Тираж 50 экз.

Северо-Кавказский федеральный университет

---

Невинномысский технологический институт (филиал)

357108, г. Невинномысск, ул. Гагарина, 1

---

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Невинномысский технологический институт (филиал)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
по выполнению практических работ  
по дисциплине «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН»  
Ч2. «Словай расчет»  
для студентов направления подготовки  
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Невинномысск 2021

Методические указания разработаны в соответствии с требованиями ФГОС ВО и рабочей программы дисциплины «ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН». Указания предназначены для студентов направления подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование. Приведены примеры решения задач.

Составители

Д.В. Казаков, к.т.н., доцент

Отв. редактор

Е.Н. Павленко, к.т.н., доцент

## СОДЕРЖАНИЕ

Вступление.....	4
1. Задача силового расчета. Основные предположения для расчета.....	5
2. Последовательность силового расчета механизма.....	6
3. Силовой расчет структурных групп второго класса.....	6
4. Силовой расчет с учетом сил трения.....	10
5. Пример силового расчета плоского рычажного механизма без учета сил трения.....	11
6. Проверка правильности силового расчета .....	17
7. Применение ЭВМ для силового расчета .....	18
Список источников информации .....	19

## ВСТУПЛЕНИЕ

Во время движения механизма в соответствии с функциональным назначением в его кинематических парах возникают силы взаимодействия между звеньями. Знать нагруженность кинематических пар этими силами взаимодействия необходимо для расчета звеньев механизма на прочность, жесткость, вибростойкость, износоустойчивость, для расчета подшипников на долговечность, подбора муфт приводов и т. д.

Методические указания включают: задачи силового расчета, с рассмотренными основными предположениями для расчета, представлена рациональная последовательность силового расчета механизма, состоящего из структурных групп второго класса без учета сил трения, а также с учетом действия сил трения. Рассмотрен пример силового расчета плоского рычажного механизма без учета сил трения с проверкой правильности расчета графоаналитическим методом, и указана возможность силового расчета при помощи ЭВМ. Представленный список источников информации по силовому расчету позволяет изучить данный вопрос в необходимом объеме.

### 1. Задача силового расчета плоских рычажных механизмов.

#### Основные предположения для расчета

Механизм представляет собой механическую систему, нагруженную внешними силами (движущими силами, силами полезного сопротивления, силами тяжести и др.), под действием которых между звеньями механизма возникают силы взаимодействия, т.е. реакции в кинематических парах.

В задачу силового расчета входит определение: а) реакций во всех кинематических парах; б) уравновешивающей силы  $P_{ур}$  или уравновешивающего момента  $M_{ур}$  на начальном звене для заданного положения механизма.

Результаты силового расчета используются для прочностных расчетов проектируемого механизма и динамических расчетов машины. Реакции могут определяться без учета сил трения в кинематических парах и с учетом трения. Результаты силового расчета без учета сил трения и с учетом трения позволяют вычислить коэффициент полезного действия механизма.

С целью учета ускоренного движения звеньев в основу силового расчета положен метод кинетостатики, согласно которому все внешние силы, приложенные к любой группе звеньев механизма, совместно с силами инерции звеньев образуют уравновешенную систему сил, удовлетворяющую условиям равновесия статики.

Первоначально при силовом расчете трение в кинематических парах не учитывается.

Силовой расчет плоского рычажного механизма производится при следующих предположениях, которые соответствуют жесткой модели механизма:

- все звенья механизма считаются абсолютно жесткими телами;
- все звенья имеют общую плоскость симметрии, в которой располагаются задаваемые силы и реакции; эту плоскость называют основной плоскостью;
- массы звеньев  $m_i$  считаются сосредоточенными в центрах их масс  $S_i$ ;
- инерция звеньев во вращательном движении учитывается заданными моментами инерции  $I_{S_i}$  относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно основной плоскости;
- реакции в кинематических парах пятого класса (вращательных и поступательных) являются сосредоточенными силами, представляющими равнодействующие сил взаимодействия между звеньями, которые распределены по элементам кинематических пар.

## **2. Последовательность силового расчета плоского рычажного механизма**

Реакцию во вращательной паре принято обозначать буквой  $\vec{R}$  с индексами  $i, j$ , то есть  $\vec{R}_{ij}$ , где первый индекс соответствует номеру  $i$  звена, на которое действует реакция, а второй – номеру  $j$  смежного звена. Точкой приложения реакции считается центр вращательной пары.

Реакция в поступательной паре обычно обозначается буквой  $\vec{N}$  с индексом, имеющим аналогичное значение:  $\vec{N}_{ij}$ . Эта реакция перпендикулярна оси направляющей поступательной пары. Очевидно,

$$\vec{R}_{ij} = -\vec{R}_{ji}, \quad \vec{N}_{ij} = -\vec{N}_{ji}. \quad (1)$$

Каждая реакция определяется двумя неизвестными величинами. Во вращательной паре это модуль (величина) и направление реакции. В поступательной паре это модуль и положение линии действия реакции (которое определяется, например, расстоянием линии действия реакции до ближайшего шарнира).

Для нахождения реакций в кинематических парах отдельно взятой структурной группы (группы Ассур) необходимо определить  $2p_5$  неизвестных, где  $p_5$  – число пар пятого класса в группе. В то же время число уравнений равновесия, которые можно составить для всех  $n$  звеньев группы равно  $3n$ . В силу нулевого числа степеней подвижности группы ( $W = 3n - 2p_5 = 0$ )  $3n = 2p_5$ , а значит структурная группа является статически определимой.

Силовой расчет плоского рычажного механизма выполняется путем последовательного рассмотрения равновесия структурных групп, начиная с последней присоединенной группы.

### 3. Силовой расчет структурных групп второго класса

Пусть структурная группа состоит из двух звеньев с номерами  $i$  и  $j$ , а звенья, соединенные со звеньями рассматриваемой группы во внешних кинематических парах имеют номера  $k$  и  $l$  соответственно. Для выполнения расчета структурной группы графоаналитическим методом в начале вычерчивается схема нагружения группы. То есть кинематическая схема группы в заданном положении механизма с указанием внешних сил, действующих на звенья группы. Таковыми являются:

- силы  $\vec{Q}_C$  или моменты  $\vec{M}_C$  полезного сопротивления;
- движущие силы  $\vec{Q}_D$  или моменты  $\vec{M}_D$ ;
- силы инерции  $\vec{P}_i^n = -m_i \vec{a}_{S_i}$  и  $\vec{P}_j^n = -m_j \vec{a}_{S_j}$ , и моменты сил инерции  $\vec{M}_i^n = -I_{S_i} \varepsilon_i$ ,  $\vec{M}_j^n = -I_{S_j} \varepsilon_j$ , где  $\vec{a}_{S_i}$ ,  $\vec{a}_{S_j}$  и  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_j$  – векторы ускорения центров масс  $S_i$  и  $S_j$   $i$ -го и  $j$ -го звеньев и угловые ускорения звеньев соответственно;

- силы тяжести звеньев группы  $\vec{G}_i$  и  $\vec{G}_j$ , модули которых  $G_i = m_i g$ ,  $G_j = m_j g$ , где  $g$  – ускорение свободного падения;
- известная реакция в точке присоединения следующей структурной группы (если таковая имеется), для которой силовой расчет уже выполнен.

Кроме того, на схеме нагружения указываются неизвестные реакции  $\vec{R}_{ik}$  или  $\vec{N}_{jl}$  во внешних кинематических парах группы. При этом во внешних вращательных парах реакции  $\vec{R}_{ik}$  раскладываются на две составляющие: тангенциальную  $\vec{R}_{ik}^{\tau}$ , направленную параллельно скорости точки приложения реакции в относительном движении звеньев структурной группы, и нормальную  $\vec{R}_{ik}^n$ , которая перпендикулярна тангенциальной. В крайних поступательных парах реакция  $\vec{N}_{jl}$  перпендикулярна оси направляющей ползуна и прикладывается на некотором неизвестном расстоянии  $h_{jl}$  от ближайшего шарнира.

Для определения неизвестных реакций (или их составляющих) могут быть использованы уравнения равновесия, как отдельных звеньев структурной группы, так и группы в целом. Схема нагружения группы выполняется в масштабе длин (с коэффициентом  $\mu_l$  м/мм). При необходимости использования при расчете уравнения равновесия моментов сил на схеме необходимо показывать плечи всех сил, входящих в эти уравнения, относительно точки, к которой приводятся моменты.

Как правило, тангенциальные составляющие  $\vec{R}_{ik}^{\tau}$  определяются аналитически из уравнений равновесия моментов. Нормальные составляющие  $\vec{R}_{ik}^n$  и реакции  $\vec{N}_{jl}$  в поступательных парах – из уравнений равновесия сил, записанных в векторной форме. Такие уравнения решаются графически путем построения плана сил, то есть замкнутых силовых многоугольников, соответствующих этим уравнениям, и построенных в масштабе сил (с коэффициентом  $\mu_p$  Н/мм).

Рекомендуемое содержание этапов силового расчета двухзвенных структурных групп приведено в табл. 1. В табл. 1 на схемах нагружения звенья структурной группы условно обозначены цифрами 2 и 3. Звенья ме-

ханизма, к которым присоединяется группа, показаны пунктиром и обозначены цифрами 1 и 4. Кроме того, введены следующие обозначения.

$\vec{R}_{21}^n, \vec{R}_{21}^\tau$  – составляющее неизвестной реакции  $\vec{R}_{21}$  в крайней вращательной паре (реакция действует на звено 2 со стороны звена 1);

$\vec{R}_{34}^n, \vec{R}_{34}^\tau$  – то же для реакции  $\vec{R}_{34}$ , действующей на звено 3 со стороны звена 4;

$\vec{N}_{21}, \vec{N}_{34}$  – нормальные реакции в крайних поступательных парах; пунктиром на некоторых схемах обозначены реакции во внутренних поступательных парах ( $\vec{N}_{23}, \vec{N}_{32}$ );

$h_{23}, h_{34}, h_{32}$  – расстояние от ближайшего шарнира до линии приложения реакции в поступательной паре;

$\vec{P}_2^n, \vec{P}_3^n$  – силы инерции, приложенные в центрах масс звеньев 2 и 3 соответственно;

$\vec{M}_2^n, \vec{M}_3^n$  – моменты сил инерции звеньев 2 и 3 соответственно;

$\vec{G}_2, \vec{G}_3$  – силы тяжести звеньев 2 и 3, приложенные в центрах масс звеньев;

$Q$  – сила полезного сопротивления.

Кроме указанных в табл. 1 сил на схеме нагружения рассматриваемой группы следует показывать реакцию в точке присоединения звена следующей группы, если таковая имеется.

Для использования уравнений равновесия моментов сил ( $\sum M_B(\vec{F})=0$  и др.) на схемах нагружения, выполненных в масштабе длин, необходимо показывать плечи всех сил, входящих в уравнение.

При записи уравнения равновесия в векторной форме ( $\sum \vec{F}=0$ ) для структурной группы неизвестные реакции (или их неизвестные составляющие) рекомендуется расставлять по краям левой части уравнения; при этом рядом с неизвестными составляющими  $\vec{R}_{21}^n, \vec{R}_{34}^n$  необходимо ставить  $\vec{R}_{21}^\tau$  и  $\vec{R}_{34}^\tau$  соответственно. В записи указанного уравнения сначала расставляют силы, действующие на одно звено структурной группы, затем – силы, действующие на другое звено.

Таблица 1 - содержание этапов силового расчета структурных групп 2 класса

Схема нагружения группы	№ этапа	Объект, равновесие которого рассматривается	Вид уравнения равновесия	Неизвестные, определяемые в результате решения уравнений
	1	звено 2	$\sum M_B(\vec{F}_i) = 0$	$\vec{R}_{21}^\tau$
	2	звено 3	$\sum M_B(\vec{F}_i) = 0$	$\vec{R}_{34}^\tau$
	3	группа	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{R}_{21}^n, \vec{R}_{21}^\tau, \vec{R}_{34}^n, \vec{R}_{34}^\tau$
	4	звено 2 (или 3)	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{32}$
	1	звено 2	$\sum M_B(\vec{F}_i) = 0$	$\vec{R}_{21}^\tau$
	2	группа	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{R}_{21}^n, \vec{R}_{21}^\tau, \vec{N}_{34}$
	3	звено 2 (или 3)	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{32}$
	4	звено	$\sum M_B(\vec{F}_i) = 0$	$h_{34}$
	1	группа	$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0$	$\vec{R}_{34}^\tau$
	2	звено 3	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{N}_{34}, \vec{R}_{34}^n, \vec{R}_{34}^\tau$
	3	звено 2	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{R}_{21}$
	4	звено 2	$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0$	$h_{23}$
	1	группа	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{N}_{21}, \vec{N}_{34}$
	2	звено 2 (или 3)	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{32}$
	3	звено 2	$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0$	$h_{21}$
	4	звено 3	$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0$	$h_{34}$
	1	звено 3	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{N}_{32}, \vec{N}_{34}$
	2	звено 2	$\sum \vec{F}_i = 0$	$\vec{R}_{21}$
	3	группа	$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0$	$h_{34}$
	4	звено 2	$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0$	$h_{32}$

#### 4. Силовой расчет с учетом сил трения

При силовом расчете для учета сил трения к звеньям, образующим поступательную пару, следует приложить силы трения, к звеньям, образующим вращательную пару – моменты сил трения.

В поступательной кинематической паре, образованной звеньями  $i$  и  $k$ , следует приложить к звену  $i$  силу трения  $\vec{F}_{ik}$  со стороны звена  $k$ , а к звену  $k$  - силу трения  $\vec{F}_{ki}$  со стороны звена  $i$ . При рассмотрении равновесия сил, приложенных к звену  $i$ , учитывают силу  $\vec{F}_{ik}$ , а при рассмотрении равновесия сил, приложенных к звену  $k$  – силу  $\vec{F}_{ki}$ .

Сила трения  $\vec{F}_{ik}$  определяется по формуле:

$$\vec{F}_{ik} = -N_{ik} f \frac{\vec{V}_{ik}}{|V_{ik}|}, \quad (2)$$

где  $f$  – коэффициент трения, а  $\vec{V}_{ik}$  – скорость звена  $i$  относительно звена  $k$ , то есть сила трения направлена в сторону, противоположную соответствующей относительной скорости (рис. 1). Очевидно  $\vec{F}_{ki} = -\vec{F}_{ik}$ .

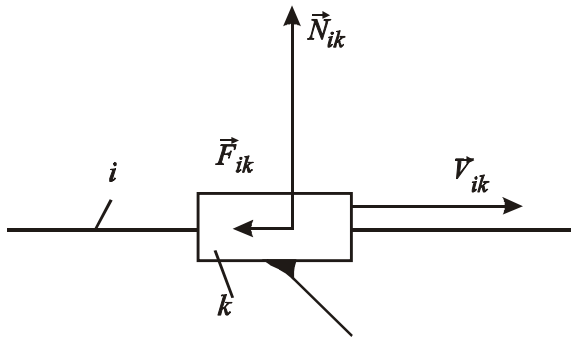


Рис. 1

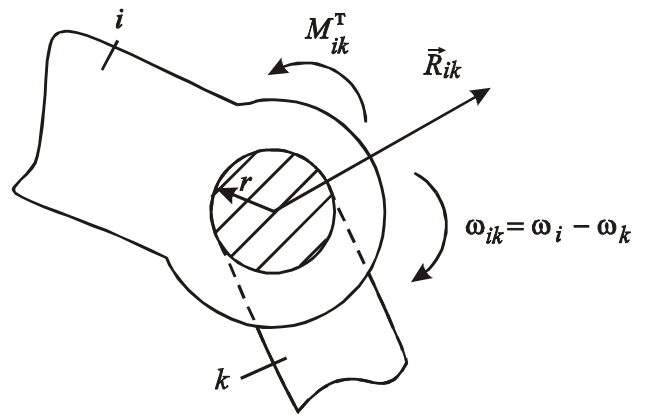


Рис. 2

Во вращательной паре возникает момент трения

$$M_{ik}^T = -R_{ik} \rho \frac{\omega_i - \omega_k}{|\omega_i - \omega_k|}, \quad (3)$$

где  $\rho = rf$  – радиус круга трения, причем  $r$  – радиус цапфы шарнира, а  $f$  – коэффициент трения;  $\omega_i$ ,  $\omega_k$  – угловые скорости звеньев  $i$  и  $k$  соответственно, принимаемые как алгебраические величины (рис. 2).

Учет сил трения при силовом расчете производится методом последовательных приближений.

Согласно этому методу силовой расчет без учета сил трения является первым приближением. Используя реакции, найденные в первом приближении определяют силы и моменты трения, которые добавляют к остальным силам, приложенным к звеньям механизма и повторяют силовой расчет (силы и моменты трения показывают на схемах нагружения структурных групп и начального звена). Реакции, найденные при этом повторном расчете будут реакциями второго приближения. По реакциям второго приближения вновь определяют силы и моменты трения, новые значения которых учитывают для расчета по третьему приближению.

Процесс вычисления реакций продолжается до тех пор, пока в пределах требуемой точности значения реакций, найденных на  $n$ -м приближении не совпадут с их значениями на  $(n-1)$ -м приближении.

Вследствие малости коэффициентов трения обычно для окончания расчета достаточно трех-четырех приближений.

## **5. Пример силового расчета плоского рычажного механизма без учета трения**

5.1. На рис. 3, *a* представлена в масштабе длин с коэффициентом  $\mu_l$  м/мм кинематическая схема шестизвенного механизма, который состоит из стойки  $0$ , начального звена  $I$  и двух структурных групп II класса. В порядке присоединения к начальному звену это группа звеньев 2-3 и группа звеньев 4-5. Начальное звено приводится в движение зубчатой передачей и вращается равномерно ( $\omega_1 = \text{const}$ ). Известны положения центров масс  $S_i$ , массы звеньев  $m_i$  и момент инерции  $I_{S_i}$  относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно основной плоскости (центры масс звеньев 2 и 4 считаем совпадающими с центрами шарниров  $A$  и  $C$  соответственно).

К выходному звену 5 приложена сила полезного сопротивления  $\vec{P}_{\text{nc}}$ .

5.2. Так как задача силового расчета решается методом кинетостатики, то для определения главных векторов  $\vec{P}_i^{\text{н}}$  и главных моментов  $\vec{M}_i^{\text{н}}$  сил инерции используются результаты предварительного кинематического анализа механизма: план скоростей (рис. 3, *б*) и план ускорений (рис. 3, *в*).

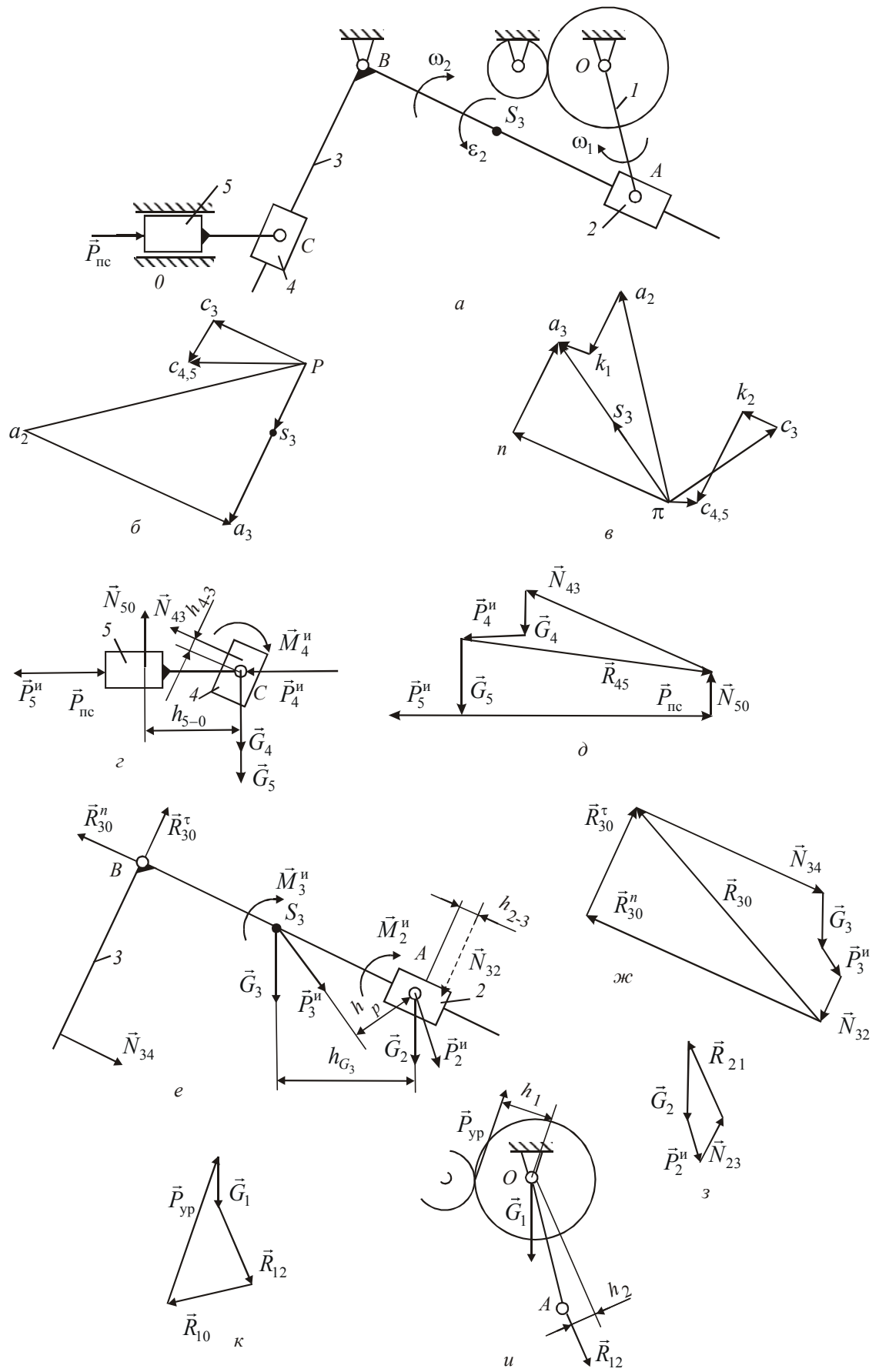


Рис. 3

5.3. Силовой расчет начинается с рассмотрения последней в порядке присоединения к начальному звену группы Ассура, то есть группы звеньев 4-5. Для этого в масштабе с коэффициентом  $\mu_l$  м/мм строится схема нагружения этой группы, отсоединенной от остальной кинематической цепи (рис. 3, з).

На схеме нагружения показаны действующие на звенья группы внешние силы: сила полезного сопротивления  $\vec{P}_{\text{пс}}$ ; силы инерции  $\vec{P}_4^{\text{и}}$ ,  $\vec{P}_5^{\text{и}}$ ; силы тяжести  $\vec{G}_4$ ,  $\vec{G}_5$  и моменты сил инерции  $\vec{M}_4^{\text{и}}$ ,  $\vec{M}_5^{\text{и}}$ . Кроме того, на схеме указаны неизвестные реакции  $\vec{N}_{43}$  и  $\vec{N}_{50}$  в крайних кинематических парных парах группы. Линии действия этих реакций расположены на некоторых также неизвестных расстояниях  $h_{4-3}$  и  $h_{5-0}$  от шарнира С.

5.3.1 Величины реакций  $\vec{N}_{43}$  и  $\vec{N}_{50}$  определяются из условия равновесия сил, приложенных к группе звеньев 4-5, в виде равенства нулю суммы сил, записанного в векторной форме:  $\sum \vec{F} = 0$ , то есть

$$\vec{N}_{43} + \vec{G}_4 + \vec{P}_4^{\text{и}} + \vec{G}_5 + \vec{P}_5^{\text{и}} + \vec{P}_{\text{пс}} + \vec{N}_{50} = 0. \quad (4)$$

В выбранном масштабе с коэффициентом  $\mu_p \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$  строится план сил – замкнутый векторный многоугольник сил (рис. 3, д) из которого определяются величины реакций  $N_{43}$  и  $N_{50}$ .

5.3.2. Далее определяется  $R_{45}$  – реакция во внутренней кинематической паре также из рассмотренного условия равновесия сил, действующих на звено 4, в виде равенства нулю суммы этих сил в векторной форме

$$\vec{N}_{43} + \vec{G}_4 + \vec{P}_4^{\text{и}} + \vec{R}_{45} = 0. \quad (5)$$

План сил звена 4 показан также на рис. 3, д, то есть для нахождения реакции  $R_{45}$  используется уже построенный план сил для всей группы. Реакция  $R_{45}$  определена по направлению и по величине.

5.3.3. Неизвестное расстояние  $h_{4-3}$  реакции  $N_{43}$  от точки С находится из условия равновесия моментов сил, приложенных к звену 4, в виде равенства нулю суммы моментов относительно точки С  $\sum M_C(\vec{F}) = 0$ , то есть:

$$-M_4^{\text{и}} + N_{43}h_{4-3} = 0, \quad (6)$$

откуда

$$h_{4-3} = \frac{M_4^{\text{и}}}{N_{43}} \text{ (м)}.$$

5.3.4. Неизвестное расстояние  $h_{5-0}$  реакции  $N_{50}$  от точки  $C$  также находится из уравнения  $\sum M_C(\vec{F})=0$  для звена 5:

$$N_{50}h_{5-0} = 0, \quad (7)$$

откуда

$$h_{5-0} = 0 \text{ (м)}.$$

5.4. После окончания силового расчета группы 4-5 приступают к расчету группы 2-3.

В масштабе длин с коэффициентом  $\mu_l$  строится схема нагружения группы, отсоединенной от остальной кинематической цепи (рис. 3, *e*). На схеме показаны направления внешних сил: сил инерции  $\vec{P}_2^n, \vec{P}_3^n$ ; силы тяжести  $\vec{G}_2, \vec{G}_3$  и моменты сил инерции  $\vec{M}_2^n, \vec{M}_3^n$ , а также реакция  $\vec{N}_{34} = -\vec{N}_{43}$  со стороны звена 4 последней присоединенной группы звеньев. Реакция  $N_{34}$  приложена в точке  $C'$ , причем  $C'B = CB + h_{4-3}$ .

В крайней кинематической паре группы – шарнире  $B$  неизвестная реакция  $\vec{R}_{30}$  представлена на схеме в виде двух составляющих  $\vec{R}_{30}^n$  и  $\vec{R}_{30}^\tau$ ; неизвестная реакция  $\vec{R}_{21}$  во внешней кинематической паре – шарнире  $A$  показана условно.

Кроме того, на той же схеме пунктиром показана неизвестная реакция  $\vec{N}_{32}$  во внутренней поступательной паре, приложенная к звену 3 на подлежащем определению расстоянии  $h_{2-3}$  от шарнира  $A$ .

5.4.1. На первом этапе расчета группы звеньев 2-3 рассмотрим условие равновесия моментов сил, приложенных к группе, в виде равенства нулю суммы этих моментов относительно точки  $A$ :  $\sum M_A(\vec{F})=0$ , то есть

$$-R_{30}^\tau BA\mu_l + G_3 h_{G_3} \mu_l + P_3^n h_p \mu_l - M_3^n + N_{34} h_{N_{34}} \mu_l - M_2^n = 0. \quad (9)$$

В этом уравнении значения плечей сил  $\vec{R}_{30}^\tau, \vec{G}_3, P_3^n, \vec{N}_{34}$  (то есть  $BA, h_{G_3}, h_p, CB$  соответственно) принимаются по результатам измерений на схеме нагружения группы звеньев 2-3 (рис. 3, *e*). Решение уравнения (8) относительно  $\vec{R}_{30}^\tau$  дает

$$R_{30}^\tau = \frac{G_3 h_{G_3} + P_3^n h_p + N_{34} CB - M_3^n / \mu_l - M_2^n / \mu_l}{BA}.$$

5.4.2. На втором этапе определяется составляющая  $\vec{R}_{30}^n$  в шарнире  $B$  и полная реакция  $\vec{R}_{30}$ , а также реакция  $N_{32}$  во внутренней кинематической

паре. Для этого рассматривается условие равновесия звена 3 в виде равенства нулю суммы сил, приложенных к звену, в векторной форме:  $\sum \vec{F} = 0$ , то есть

$$\vec{R}_{30}^n + \vec{R}_{30}^r + \vec{N}_{34} + \vec{G}_3 + \vec{P}_3^n + \vec{N}_{32} = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) решается графическим построением плана сил звена 3, то есть замкнутого силового многоугольника (рис. 3, ж). Проводим линию действия реакции  $\vec{R}_{30}^n$  и из любой точки этой линии строим известные вектора:  $\vec{R}_{30}^r$ ,  $\vec{N}_{34}$ ,  $\vec{G}_3$ ,  $\vec{P}_3^n$ . Из конца вектора  $\vec{P}_3^n$  проводим линию действия реакции  $\vec{N}_{32}$ . На пересечении первой линии ( $\vec{R}_{30}^n$ ) и последней ( $\vec{N}_{32}$ ) получаем искомые вектора  $\vec{R}_{30}^n$  и  $\vec{N}_{32}$  (рис. 3, ж).

5.4.3. Реакция  $\vec{R}_{21}$  находится из рассмотрения условия равновесия звена 2 в виде равенства нулю всех сил, приложенных к звену, в векторной форме, то есть

$$\vec{R}_{21} + \vec{G}_2 + \vec{P}_2^n + \vec{N}_{23} = 0. \quad (11)$$

Это уравнение решается графическим построением плана сил (рис. 3, з).

5.4.4. Наконец неизвестное расстояние  $h_{2-3}$  нормальной реакции  $\vec{N}_{23}$  ( $\vec{N}_{32} = -\vec{N}_{23}$ ) от шарнира  $A$  определяется из условия равновесия моментов всех сил действующих на звено 2:  $\sum M_A(\vec{F}) = 0$ , то есть:

$$N_{23}h_{2-3} - M_2^n = 0, \quad (12)$$

откуда

$$h_{2-3} = \frac{M_2^n}{N_{23}} \text{ (м)}.$$

5.5. После завершения силового расчета групп Ассур выполняется силовой расчет начального звена 1. Схема нагружения звена 1 представлена на рис. 3, и. Последовательность силового расчета указана в табл. 2 настоящих методических указаний для случая, когда движение начальному звену передается через пару зубчатых колес.

Из уравнения моментов относительно точки  $O$ :  $\sum M_O(F) = 0$ , то есть

$$R_{12}h_2 - P_{yp}h_1 = 0, \quad (13)$$

где плечи сил  $h_1$  и  $h_2$  определены измерением на схеме нагружения звена, находим уравновешивающую силу

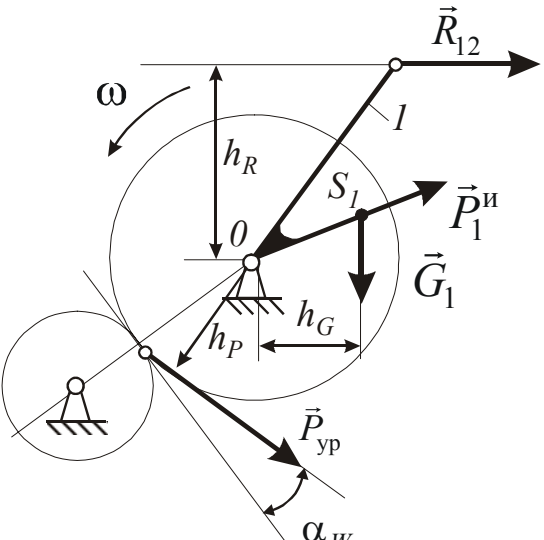
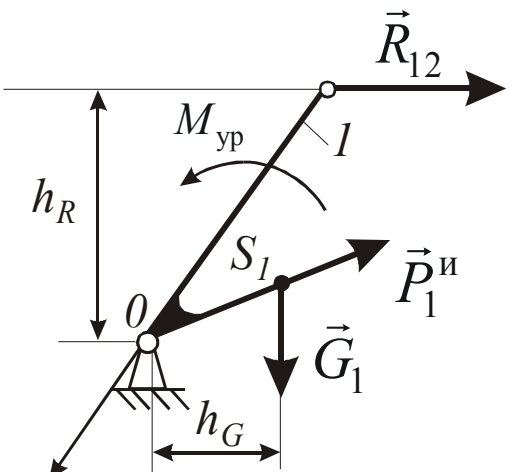
$$P_{\text{уп}} = \frac{R_{12} \cdot h_2}{h_1}.$$

Реакция  $R_{12}$  находится из рассмотрения условия равновесия начального звена в виде равенства суммы сил в векторной форме

$$\vec{R}_{10} + \vec{P}_{\text{уп}} + \vec{G}_1 + \vec{R}_{12} = 0. \quad (14)$$

Уравнение (8) решается относительно неизвестной  $\vec{R}_{10}$  графическим путем построением плана сил.

Таблица 2 - содержание этапов силового расчета начального звена

Схема нагружения начального звена	Номер этапа	Вид уравнения равновесия	Неизвестные, определяемые на этапе
 <p>Движение передается через пару зубчатых колес, одно из которых закреплено на валу начального звена</p>	1	$\sum M_0(\vec{F}) = 0$	$\vec{P}_{\text{уп}}$
	2	$\sum \vec{F} = 0$	$\vec{R}_{10}$
 <p>Движение передается через муфту</p>	1	$\sum M_0(\vec{F}) = 0$	$M_{\text{уп}}$
	2	$\sum \vec{F} = 0$	$\vec{R}_{10}$

## 6. Проверка правильности силового расчета

Уравновешивающую силу (или уравновешивающий момент) можно найти без предварительного силового расчета механизма, так как на основании общего уравнения динамики мощность, создаваемая уравновешивающей силой (уравновешивающим моментом), равна со знаком минус сумме мощностей всех активных сил, а также сил и моментов сил инерции, которые учитывались при силовом расчете структурных групп.

Пусть  $P_i$  – одна из сил, а  $M_j$  – один из моментов сил, приложенных к звеньям механизма;  $V_i$  – скорость точки приложения  $i$ -той силы, а  $\omega_j$  – угловая скорость звена, к которому приложен момент  $M_j$ . Тогда мощность, создаваемая уравновешивающим моментом  $M_{\text{уп}}$  будет равна:

$$M_{\text{уп}}\omega = -(\sum P_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_j \omega_j), \quad (15)$$

где  $\omega$  – угловая скорость начального звена (кривошипа),  $\alpha_i$  – угол между направлениями силы  $\vec{P}_i$  и скорости  $\vec{V}_i$ . из выражения (15) имеем

$$M_{\text{уп}}\omega = -\frac{(\sum P_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_j \omega_j)}{\omega}. \quad (16)$$

в случае передачи движения начальному звену через пару зубчатых колес уравновешивающая сила  $P_{\text{уп}}$  связана с уравновешивающим моментом выражением

$$P_{\text{уп}} \cdot h_{\text{уп}} = M_{\text{уп}}. \quad (17)$$

Здесь  $h_{\text{уп}}$  – плечо уравновешивающей силы относительно неподвижной точки начального звена

$$h_{\text{уп}} = r_W \cos \alpha_W, \quad (18)$$

где  $r_W$  – радиус начальной окружности эвольвентного зубчатого колеса, закрепленного на валу кривошипа, а  $\alpha_W$  – угол зацепления, тогда вместо выражения (16) получим

$$P_{\text{уп}} = -\frac{(\sum P_i V_i \cos \alpha_i + \sum M_j \omega_j)}{\omega r_W \cos \alpha_W}. \quad (19)$$

Обозначим через  $P_{ур}$  значение уравнивающей силы, полученной в результате силового расчета механизма для заданного положения начального звена, а  $P_{ур}^{пп}$  – значение найденное по формуле (19). Силовой расчет считается правильным, если относительная погрешность вычислений, определяется выражением

$$\delta = \left| \frac{P_{ур} - P_{ур}^{пп}}{P_{ур}^{пп}} \right| \cdot 100\% . \quad (20)$$

не превосходит допустимого значения  $[\delta]$ .

Как правило, допустимое значение принимается равным 10 %.

## 7. Применение ЭВМ для силового расчета

Успешное и эффективное исследование механизмов в значительной степени зависит от умения оперативно применять ЭВМ.

Программа исследования любого плоского рычажного механизма, в том числе силового расчета, легко составляется при наличии библиотеки подпрограмм (процедур) анализа отдельных структурных групп, из которых состоит механизм.

Так как силовому расчету, который выполняется методом кинестатики, должно предшествовать кинематическое исследование механизма, то следует иметь и подпрограммы кинематического исследования отдельных структурных групп. В алгоритмах этих подпрограмм используются аналитические решения задач кинематического анализа, которые могут быть основаны например на методе проектирования планов механизма, скоростей и ускорений на оси прямоугольной системы координат.

Алгоритмы подпрограмм силового расчета отдельных структурных групп основаны на аналитическом представлении уравнений равновесия звеньев или структурных групп в целом.

На кафедре ТММ НТУ «ХПИ» процедуры кинематического исследования начального звена (кривошипа) и всех видов структурных групп 2-го класса, а также процедуры силового расчета представлены в методических указаниях [5]. Процедуры написаны на языке ПАСКАЛЬ и содержатся в модуле ПРОЕКТ.

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. Учеб. для ВТУЗов – М: Наука, 1988 – 640 с.
2. Теория механизмов и машин: Учеб. для ВТУЗов/К. В. Фролов, С. А. Попов и др./ Под ред. К. В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1987 – 496 с.
3. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. Кореняко А. С. и др. – Киев: Вища шк., 1970 – 332 с.
4. Теория механизмов и машин. \Системный подход: Учеб. пособие\ А. А. Грунауэр, И. Д. Долгих. – К.: УМК ВО, 1992. – 384 с.
5. Методические указания по применению ЭВМ при выполнении курсового проекта по теории механизмов и машин для студентов машиностроительных специальностей. В. А. Новгородцев, В. Б. Зеленский, Г. А. Кротенко и др. – Харьков: ХГПУ, 1998. – 37 с.

## Список источников информации

### Перечень основной литературы

- 1 Прикладная механика. Теория механизмов и машин Электронный ресурс : учебное пособие / П.М. Вержанский / В.А. Мостаков / М.Н. Вьюшина / А.Д. Бардовский / Б.В. Воронин / П.Я. Бибииков. - Прикладная механика. Теория механизмов и машин, 2019-09-01. - Москва : Издательский Дом МИСиС, 2015. - 96 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-87623-889-4
- 2 Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов / [М. З. Козловский и др.]. - 3-е изд., испр. - Москва : Академия, 2008. - 558 с. : ил. - (Высшее профессиональное образование). - Библиогр.: с. 548. - Предм. указ.: с. 549-554. - ISBN 978-5-7695-5633-3
- 3 Тимофеев, С. И. Теория механизмов и механика машин : учеб. пособие для вузов / С. И. Тимофеев. - Ростов-на-Дону : Феникс, 2011. - 349 с. : ил. ; 21. - (Высшее образование). - Гриф: Доп. УМО. - Библиогр.: с. 346. - ISBN 978-5-222-17719-8

### Перечень дополнительной литературы:

- 1 Гилета, В. П. Теория механизмов и машин. Ч. 1. Структурный и кинематический анализ рычажных механизмов / В.П. Гилета ; Н.А. Чусовитин ; Б.В. Юдин. - Новосибирск : НГТУ, 2013. - 108 с. - ISBN 978-5-7782-2267-0
- 2 Евдокимов, Ю. И. Теория механизмов и машин / Ю.И. Евдокимов, 1, Структура, кинематика и кинетостатика механизмов. - Новосибирск : Новосибирский государственный аграрный университет, 2013. - 136 с.
- 3 Капустин, А. В. Теория механизмов и машин / А.В. Капустин ; Ю.Д. Нагибин. - Йошкар-Ола : ПГТУ, 2014. - 68 с. - ISBN 978-5-8158-1351-9
- 4 Кокорева, О. Г. Теория механизмов и машин / О.Г. Кокорева. - Москва : Альтаир-МГАВТ, 2015. - 83 с.
- 5 Кузнецов, Н. К. Теория механизмов и машин : Учебное пособие / Кузнецов Н. К. - Иркутск : Иркутский государственный технический университет, 2014. - 104 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-8038-0935-7

### Перечень учебно-методического обеспечения

- 1 Кокорева, О. Г. Теория механизмов и машин : Методические рекомендации / Кокорева О. Г. - Москва : Московская государственная академия водного транспорта, 2015. - 47 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2 Кокорева, О. Г. Теория механизмов и машин : Методические рекомендации по выполнению курсового проекта / Кокорева О. Г. - Москва : Московская государственная академия водного транспорта, 2015. - 52 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

### Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля):

- 1 [catalog.ncstu.ru](http://catalog.ncstu.ru) – Электронный каталог фолиант СКФУ
- 2 <http://window.edu.ru/> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.
- 3 [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru) – Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн».
- 4 [www.e.lanbook.com](http://www.e.lanbook.com) – Электронно-библиотечная система «Лань»
- 5 [www.library.stavsu.ru](http://www.library.stavsu.ru) – Электронная библиотека и электронный каталог научной библиотеки СКФУ