МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Электротехника и электроника» для студентов направления 15.03.02 Технологические машины и оборудование

Невинномысск 2021 г.

Содержание

Методы преобразования пассивных электрических цепей

Последовательное соединение элементов. Соединение элементов называют последовательным, если в них протекает один и тот же ток (рис.1).

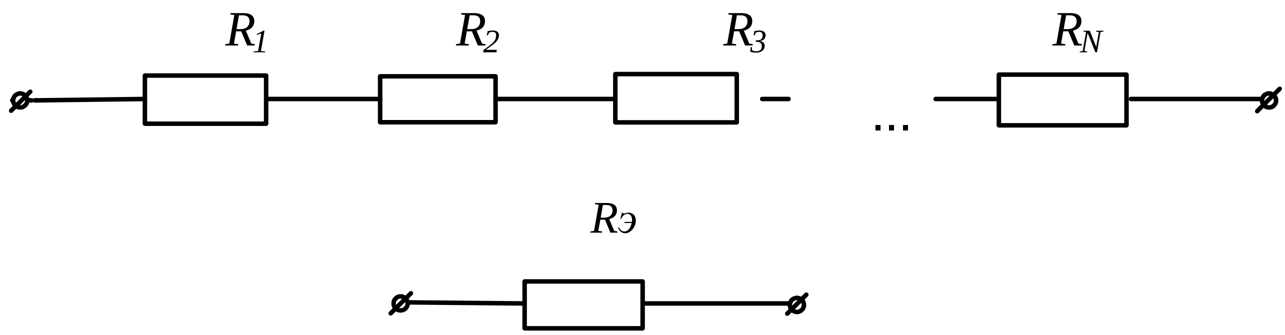


Рисунок 1

При последовательном соединении резисторов сопротивление эквивалентного приемника определяется как арифметическая сумма сопротивлений отдельных приемников:

$$R_{ý} = \sum R_{ê} \, . \quad (1)$$

Параллельное соединение элементов. Соединение нескольких элементов называют параллельным, если напряжение на каждом из элементов имеет одно и то же значение (рис.2).

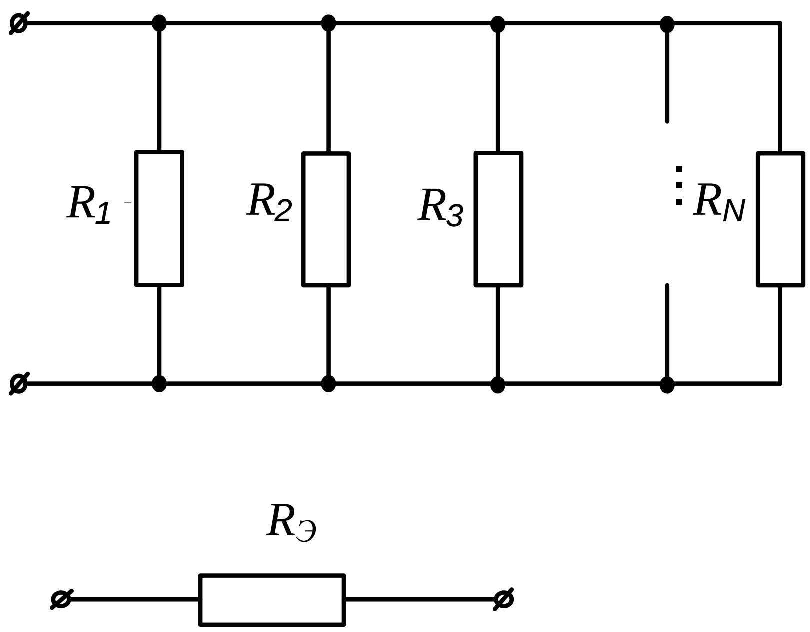


Рисунок 2

При параллельном соединении эквивалентное сопротивление находят по формуле:

$$1/R_{э} = \sum 1/R_k\,. \tag{2}$$

Преобразование элементов, соединенных по схемам звезды и треугольника. В ряде случаев встречаются соединения групп элементов, для которых необходимо выполнить преобразование элементов, соединенных по схемам треугольника или по схеме трехлучевой звезды (рис.3).

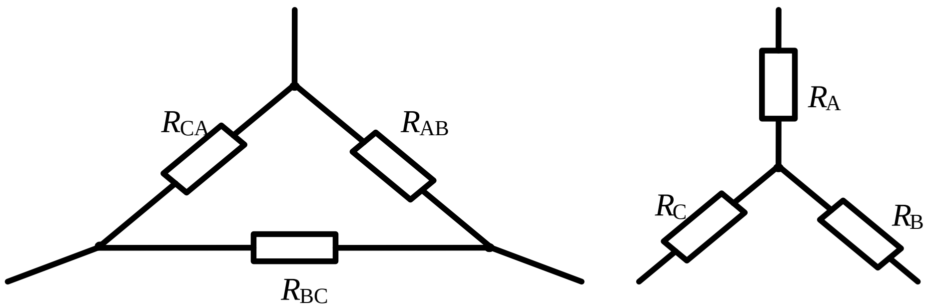


Рисунок 3

В этом случае свернуть схему до простейшей удается, применив преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную трехлучевую звезду или наоборот. При этом сопротивления эквивалентной звезды могут быть пересчитаны через сопротивления треугольника при помощи формул:

$$R_A = \frac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}};$$

$$R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}; \tag{3}$$

$$R_C = \frac{R_{BC} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}.$$

Возможна и обратная замена трехлучевой звезды эквивалентным треугольником:

$$R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A \cdot R_B}{R_C};$$

$$R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B \cdot R_C}{R_A};$$

$$R_{CA} = R_C + R_A + \frac{R_C \cdot R_A}{R_B}. \qquad (4)$$

Задачи

Задача 1. Определить эквивалентное сопротивление цепи (рис.4) между зажимами АВ, если R_1=R_2=15Ом, R_3=R_6=20Ом, R_4=R_5=17,5Ом, R_7=12Ом.

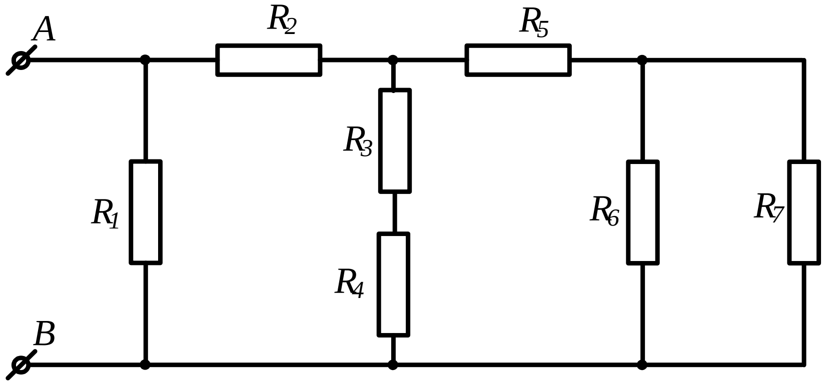


Рисунок 4

Задача 2. Определить эквивалентное сопротивление цепи (рис.5) между зажимами АВ, если R_1=2,5Ом, R_2=6Ом, R_3=2Ом, R_4=1,5Ом, R_5=3Ом

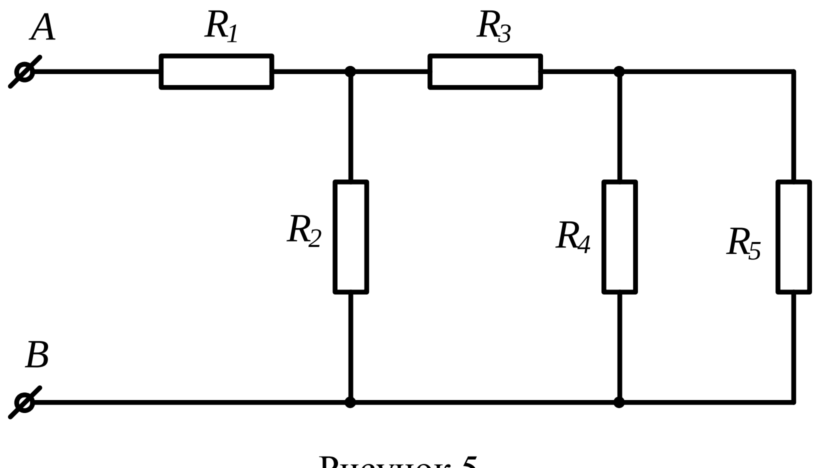


Рисунок 5

Задача 3. В схеме (рис.6) значения сопротивлений резисторов одинаковы и равны R=10Ом. Определить в общем виде значения сопротивлений между зажимами АВ, АС, AD, CD, AF.

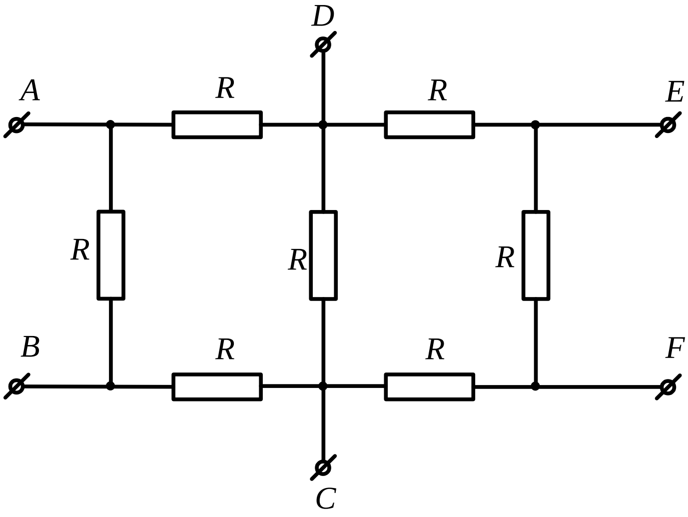


Рисунок 6

Задача 4. Определить эквивалентное сопротивление цепи (рис.7) между зажимами АВ, если R_1=R_5=3Ом, R_2=2,8Ом, R_3=1Ом, R_4=6,2Ом, R_6=2Ом.

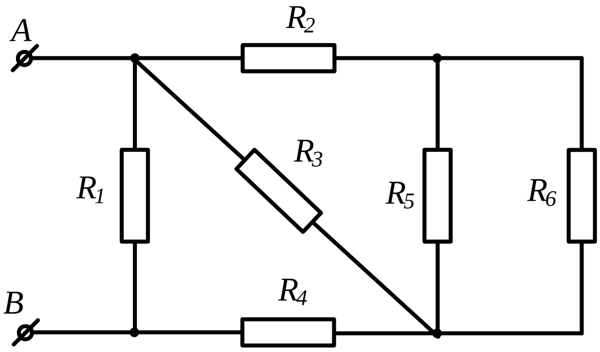


Рисунок 7

Задача 5. Определить эквивалентное сопротивление цепи (рис.8)и ток на входе, если U=114В; R_1=R_7=30Ом; R_2=R_3=10Ом; R_4=R_8=26Ом; R_5=11Ом; R_6=10Ом

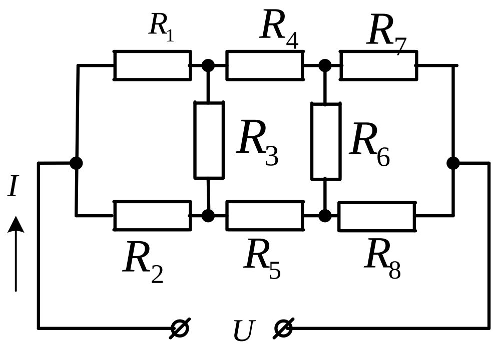


Рисунок 8

Задача 6. Определить эквивалентное сопротивление схемы (рис.9), если R_2=18Ом; R_3=6Ом; $R_4^{'}=10$Ом; $R_4^{''}$=3.5Ом; R5=22.5Ом; $R_6^{'}$=15Ом; $R_6^{''}$=60Ом

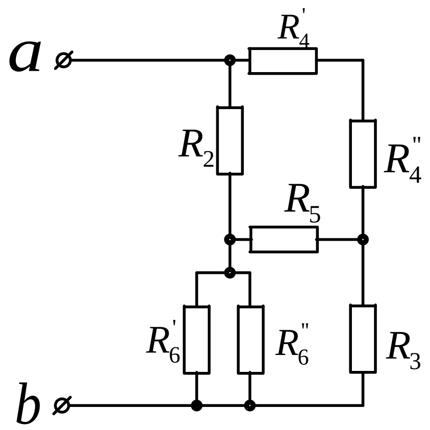


Рисунок 9

Задача 7. Определить эквивалентное сопротивление схемы (рис.10) относительно зажимов ab, если R_1=60Ом; R_2=120Ом; R_3=80Ом; R_4=80Ом; R_5=120Ом.

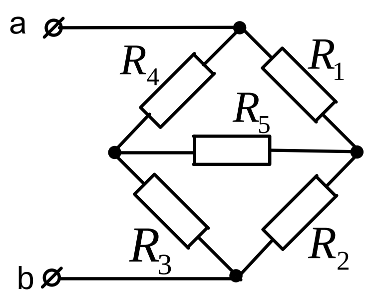


Рисунок 10

Задача 8. Определить эквивалентное сопротивление схемы (рис.11) относительно зажимов ab, если R_1=80Ом; R_2=24Ом; R_3=60Ом; R_4=20Ом; R_5=40Ом R_6=100Ом.

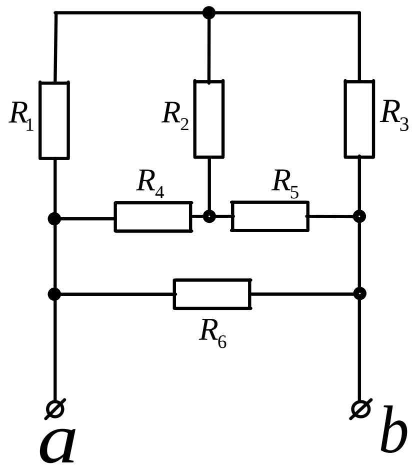


Рисунок 11

Задача 9. Определить эквивалентное сопротивление схемы (рис.12) относительно зажимов ab, если R_2=18Ом; R_3=20Ом; R_4=12Ом; R_5=10Ом R_6=8Ом.

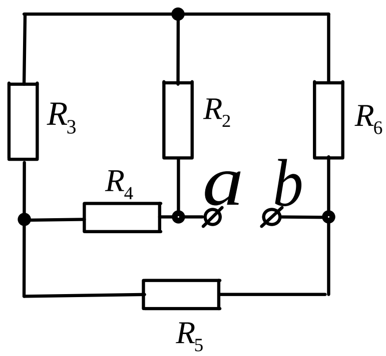


Рисунок 12

Задача 10. Определить эквивалентное сопротивление схемы (рис.13) относительно зажимов ab, если R_2=26Ом; R_3=14Ом; R_4=10Ом; R_5=16Ом R_6=20Ом. R_7=R_8=10Ом.

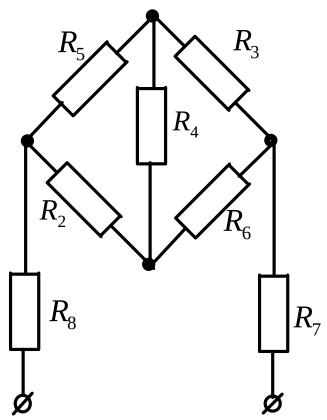


Рисунок 13

Задача 11. Определить эквивалентное сопротивление схемы (рис.14) относительно зажимов ab, если R_2=120Ом; R_3=150Ом; $R_4^{'}$=10Ом; $R_4^{''}$=70Ом; R_5=225Ом; $R_6^{'}$=12Ом. $R_6^{''}$=48Ом.

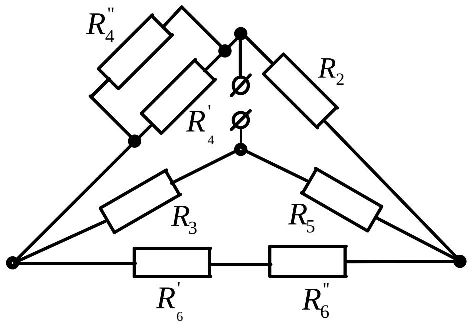


Рисунок 14

Методы расчета цепей постоянного тока

1. Метод эквивалентного преобразования схем

В ряде случаев расчет сложной электрической цепи упрощается, если в ее схеме замещения заменить группу резистивных элементов другой эквивалентной группой, в которой эти элементы соединены иначе. Взаимная эквивалентность заключается в том, что после замены режим работы остальной части цепи не изменится.

Метод может быть успешно применен для расчета таких цепей, в которых имеются резисторы, включенные между собой последовательно, параллельно или по смешанной схеме, а так же по схеме звезда или треугольник.

Так на схеме, изображенной на рисунке 15,а, резисторы R_3 и R_4 включены последовательно: между ними, в точке *3* нет ответвления с током, поэтому I_3=I_4. Эти два резистора можно заменить одним, эквивалентным, определив его как сумму

$$R_3+R_4=R_{34}.$$

После такой замены получается более простая схема (рис. 15,б).

Здесь следует обратить внимание на возможные ошибки в определении способа соединения резисторов, которые иногда допускаются при отсутствии опыта в расчете электрических цепей.

Например, резисторы R_1 и R_3 ошибочно принимают соединенными последовательно, а резисторы R_2 и R_4 – соединенными параллельно. Такое определение способа соединения резисторов не соответствует основным признакам последовательного и параллельного соединения.

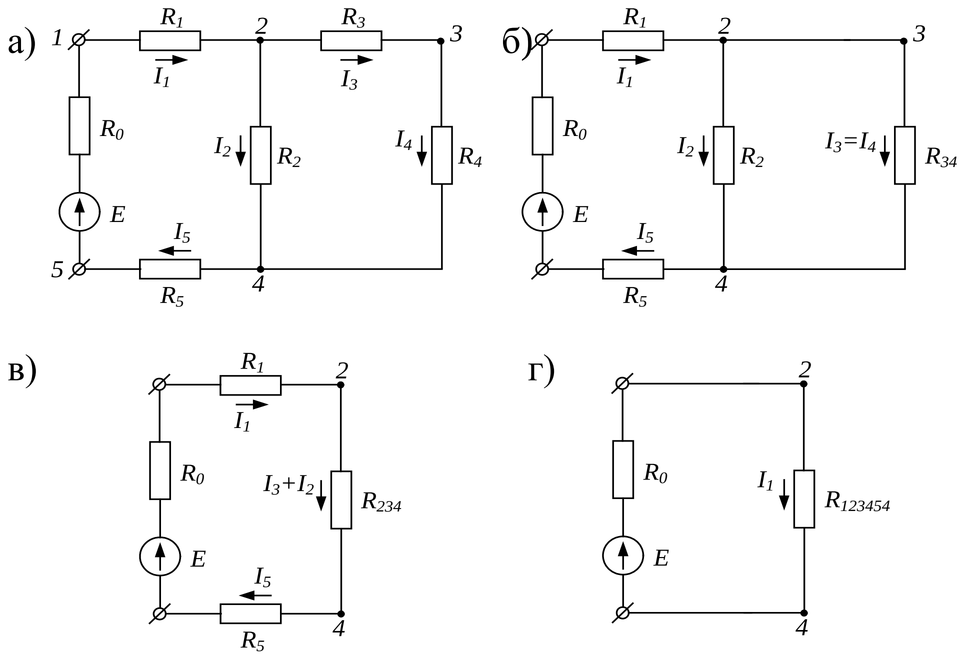


Рисунок 15

Между резисторами R_1 и R_3 , в точке *2*, имеется ответвление с током I_2. Поэтому ток I_1 не может быть равен току I_3, а резисторы R_1 и R_3 нельзя считать включенными последовательно. Резисторы R_2 и R_4 с одной стороны присоединены к общей точке *4*, а с другой стороны – к разным точкам схемы *2* и *3*. Следовательно, напряжение, приложенное к резистору R_2, не может быть одновременно и напряжением на резисторе R_4. Поэтому резисторы R_2 и R_4 нельзя считать включенными параллельно.

Параллельно соединены резистор R_2 и последовательная группа резисторов R_3 и R_4, т.е. эквивалентное сопротивление R_{34}, что более наглядно видно из схемы, представленной на рисунке 15,б. Сопротивления резисторов R_2 и R_{34} можно заменить одним, эквивалентным, определив его из выражения $R_{24}=\dfrac{R_2 R_{34}}{R_2+R_{34}}$, и получить более простую схему (рис. 15,в).

В схеме на рисунке 15,в резисторы R_1, R_{24}, R_5 соединены последовательно. Заменив их одним, эквивалентным, получим простейшую схему (рис. 15,г).

Подобными преобразованиями схему смешанного соединения резисторов с одним источником энергии в большинстве случаев удается привести к простейшей схеме, что значительно облегчает расчет.

В схеме рисунка 15,г ток I_1 определяется по закону Ома. Токи в других ветвях первоначальной схемы нетрудно определить, переходя от схемы к схеме в обратном порядке.

Из схемы на рисунке 15,в наглядно видно, что $I_5=I_1=I_2+I_3$. Кроме того, напряжение между точками 2 и 4 $U_{24}=I_1R_{24}$. Зная это напряжение, легко определить токи I_2 и $I_3=I_4$:$I_2=U_{24}/R_2$; $I_3=I_4=U_{24}/R_{34}$.

Задачи

Задача 12. К источнику постоянного тока с ЭДС Е=125В подключены последовательно три резистора с сопротивлениями R_1=100Ом; R_2= 30Ом; R_3=120Ом. Определить ток в цепи, напряжения и мощность, выделяемую на каждом резисторе.

Задача 13. Напряжение на зажимах источника ЭДС, нагруженного сопротивлением R=25Ом, U=4,5В. Напряжение на зажимах того же источника без нагрузки Uxx=4,77В. Определить внутреннее сопротивление источника.

Задача 14. Определить токи ветвей (рис. 16), если напряжение на входе цепи U_{AB}=12В, R_1=2,5Ом, R_2=6Ом, R_3=2Ом, R_4=1,5Ом, R_5=3Ом

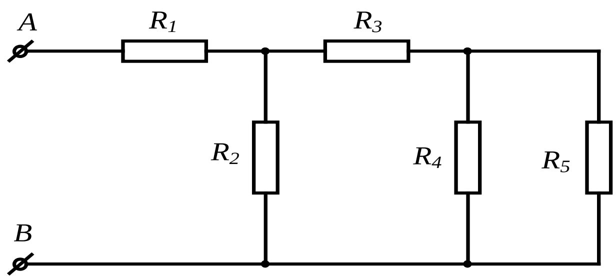


Рисунок 16

Задача 15. Определить токи в ветвях схемы (рис. 17), если U_{AB}=9В, $R_1=R_5$=3Ом, R_2=2,8Ом, R_3=1Ом, R_4=6,2Ом, R_6=2Ом.

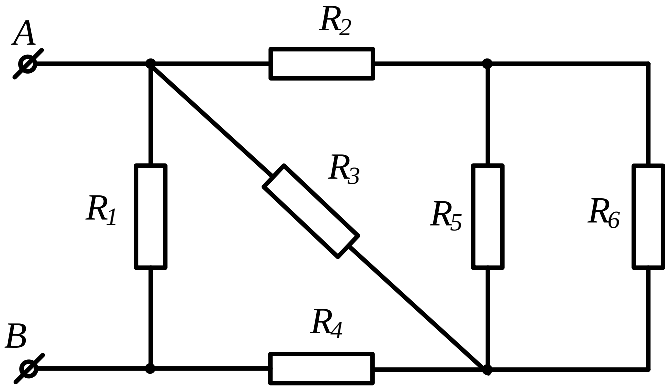


Рисунок 17

Задача 16. Определить эквивалентное сопротивление цепи, напряжение на входе и токи в ветвях (рис. 18), если I_4=0,05А, R_1=30Ом, R_2=90Ом, R_3=R_6=100Ом, R_4=R_5=160Ом, R_7=50Ом.

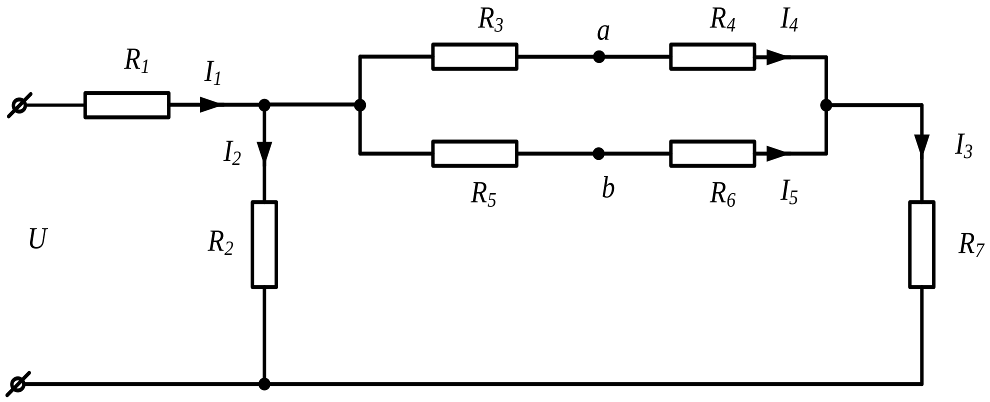


Рисунок 18

Задача 17. Определить показания вольтметра (рис. 19,), если R_1=4Ом, R_2=2Ом, $R_{3=}$4Ом, R_5=2Ом, U=20В. (Rv=∞).

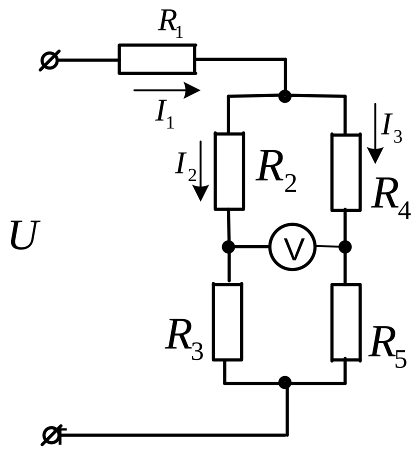


Рисунок 19

2. Метод непосредственного использования законов Кирхгофа

При расчете электрических цепей этим методом составляют уравнения по законам Кирхгофа по числу искомых токов и, решая полученную систему, находят искомые токи. Например, для схемы, показанной на рисунке 19 уравнения Кирхгофа имеют вид:

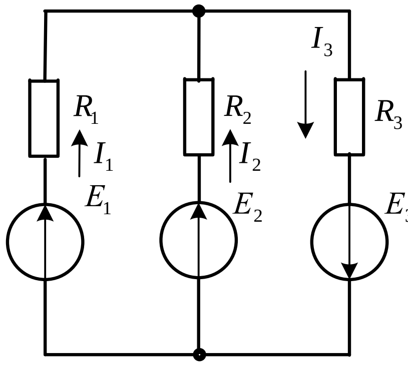


Рисунок 19

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$
$$I_1R_1 - I_2R_2 = E_1 - E_2$$
$$I_2R_2 + I_3R_3 = E_2 + E_3$$

Решение этой системы $I_1 = \dfrac{\Delta_1}{\Delta}$; $I_2 = \dfrac{\Delta_2}{\Delta}$; $I_3 = \dfrac{\Delta_3}{\Delta}$ дает искомые токи.

Задачи

Задача 18. Для схемы, представленной на рисунке 20 записать систему уравнений по законам Кирхгофа и рассчитать токи. R_1=16Ом; R_2=24Ом;R_3=40Ом; E_1=120В; E_2=80В.

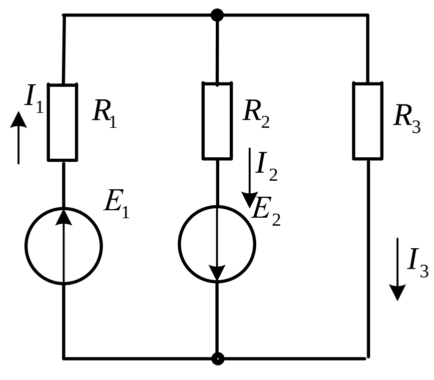


Рисунок 20

Задача 19. Для схемы, представленной на рисунке 21, выбрать положительные направления токов в ветвях и записать систему уравнений по законам Кирхгофа. Рассчитать токи, решив систему уравнений Кирхгофа. R_1=16Ом; R_2=24Ом; R_3=40Ом; R_4=32Ом; R_5=42Ом; R_6=60Ом; E_3=120В; E_4=80В.

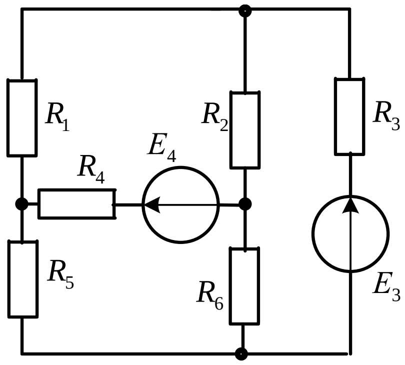


Рисунок 21

Задача 20. Для схемы, представленной на рисунке 22 заменить источники тока источниками ЭДС, упростить схему, заменив последовательно и параллельно включенные резисторы эквивалентными. Выбрать положительные направления токов в ветвях и записать систему уравнений по законам Кирхгофа. Рассчитать токи, решив эту систему. R_1=165Ом; R_2=90Ом; R_3=67,5Ом; R_4'=25Ом; R_4''=200Ом; R_5=120Ом; R_6' =100Ом; R_6''=30Ом; E_1=54В; E_2=21В J_1=0.1А; J_2=0.

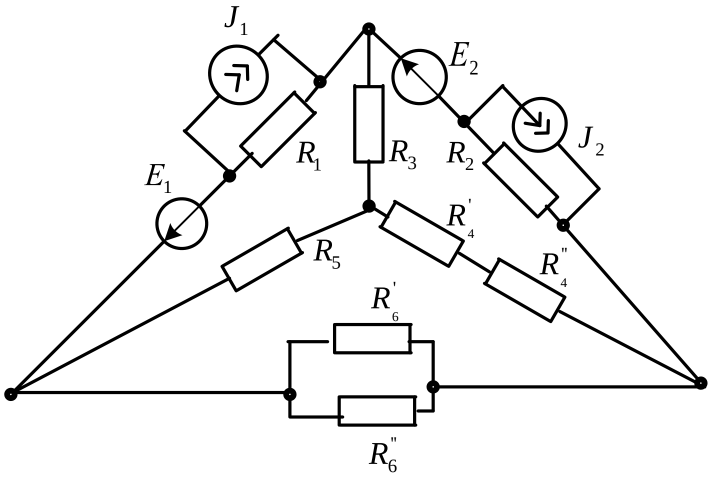


Рисунок 22

3. Метод контурных токов

При расчете цепи этим методом полагают, что в каждом независимом контуре электрической цепи течет свой контурный ток. Записывают уравнения по второму закону Кирхгофа для контурных токов и, решая эти уравнения, находят контурные токи. Затем через контурные токи определяют действительные токи ветвей.

Если в цепи имеется больше двух контуров, например три, то система уравнений будет выглядеть следующим образом:

$$[R]=\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix};\ [I]=\begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix};[E]=\begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

В этих уравнениях R_{ii} – суммарное сопротивление i-го контура; R_{ij} – взятое со знаком «-» сопротивление смежной ветви между i –м и j – м контурами; I_{ii} – контурный ток i – го контура; E_{ii} – суммарная ЭДС i – го контура, равная алгебраической сумме ЭДС этого контура.

Рекомендуется для единообразия в знаках сопротивлений с разными индексами все контурные токи направлять в одну и ту же сторону, например, по часовой стрелке.

Решение системы уравнений дает искомые контурные токи. Действительные токи ветвей вычисляются через контурные.

Рассмотрим пример: по заданным параметрам цепи и ЭДС источников рассчитать токи ветвей цепи, представленной на рисунке 23 методом контурных токов. R_1=2Ом; R_2=3Ом; R_3=5Ом; R_4=3Ом; R_5 =1Ом; E_1=5В; E_4=3В; $I_1 E_5$=8В.

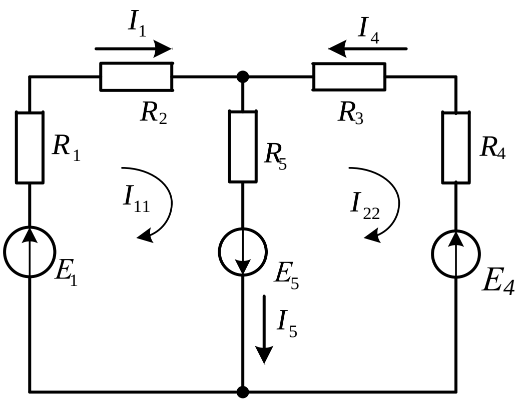


Рисунок 23

Находим: $R_{11}=R_1+R_2+R_5=2+3+1=6$Ом; $R_{22}=R_5+R_3+R_4=1+5+3=9$Ом; $R_{12}=R_{21}=-R_5=-1$Ом; $E_{11}=E_1+E_5=5+8=13$В; $E_{22}=-E_5-E_4=-8-3=-11$В. Подставив полученные данные в систему (5), находим решение: $I_{11}=2$А; $I_{22}=-1$А. Рассчитываем действительные токи ветвей: $I_1=I_{11}=2$А; $I_4=-I_{22}=1$А;
$I_5=I_{11}-I_{22}=2+1=3$А.

Задачи

Задача 21. В цепи (рис.24) ЭДС источников питания равны $E_1=120$В, $E_2=114$В, а сопротивления ветвей – $R_1=0{,}1$Ом $R_2=0{,}1$Ом $R_3=1{,}5$Ом $R_4=0{,}5$Ом $R_5=2{,}0$Ом $R_6=1{,}0$Ом. Определить токи в ветвях цепи методом непосредственного применения законов Кирхгофа и методом контурных токов. Составить баланс мощностей.

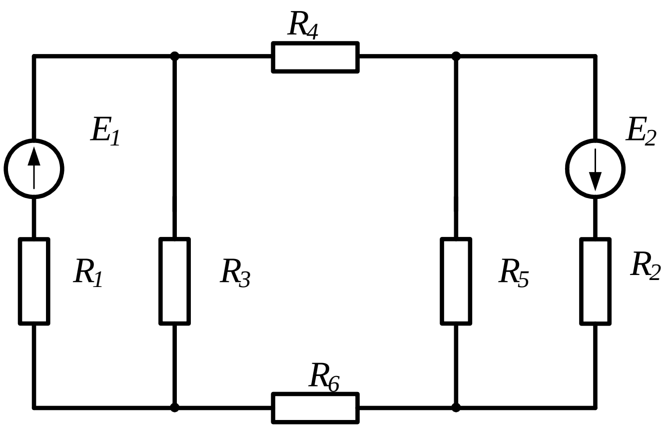


Рисунок 24

Задача 22. В цепи (рис. 25) сопротивления $R_1=2$Ом, $R_2=3$Ом, $R_3=4$Ом, $R_4=5$Ом, $R_5=8$Ом и напряжение на зажимах цепи $U=80$В. Определить токи в ветвях и в неразветвленной части цепи. Задачу решить методом контурных токов.

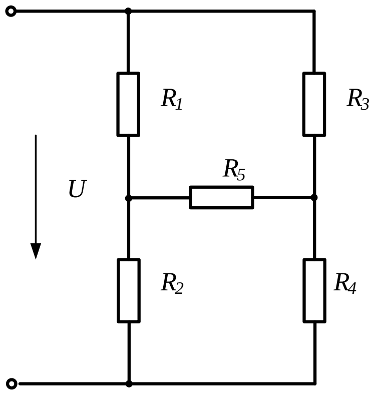


Рисунок 25

Задача 23. В цепи (рис.26) ЭДС источников питания равны E_1=120В, E_2=200В, E_3=100В, а сопротивления ветвей соответственно R_1=1Ом, R_2=2Ом, R_3=4Ом, R_4=5Ом. Рассчитать токи в ветвях цепи методом контурных токов, определить режим работы каждого из источников. Составить баланс мощностей.

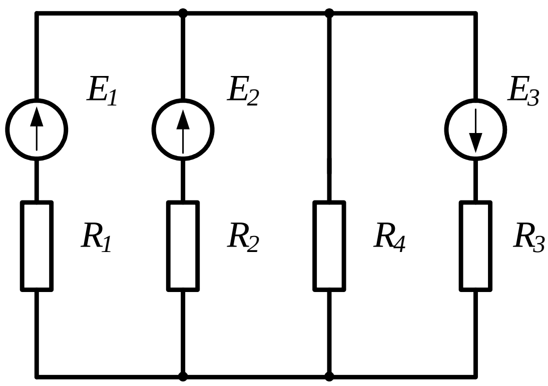


Рисунок 26

Задача 24. В электрической цепи, изображенной на рисунке 27, E_1=10В; E_2=6В; E_6=4В; R_1=5Ом; R_2=4Ом; R_3=2Ом; R_4=1Ом; R_5=4Ом; R_6=2Ом. Рассчитать токи ветвей методом контурных токов и проверить баланс мощностей.

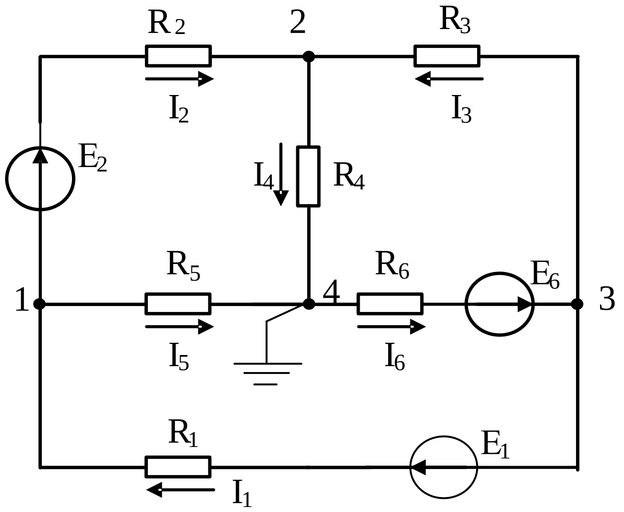


Рисунок 27

Задача 25. В электрической цепи (рис.21) рассчитать токи методом контурных токов. Сравнить полученные результаты с токами, найденными из уравнений Кирхгофа. Составить баланс мощностей. Заземлив одну из точек схемы рассчитать и построить потенциальную диаграмму контура, включающего обе ЭДС.

Задача 26. В электрической цепи (рис.22) рассчитать токи методом контурных токов. Сравнить полученные результаты с токами, найденными из уравнений Кирхгофа. Составить баланс мощностей. Заземлив одну из точек схемы рассчитать и построить потенциальную диаграмму контура, включающего обе ЭДС.

4. Метод узловых потенциалов

Ток любой ветви может быть найден из обобщенного закона Ома по известным потенциалам крайних точек этой ветви. Но крайние точки ветви являются узлами. Следовательно, при известных потенциалах узлов, токи ветвей могут быть легко найдены. Так как один из узлов схемы может быть заземлен и его потенциал принят равным нулю, то при наличии в схеме n узлов ей соответствует система из *(n-1)* уравнений:

$$\begin{aligned}
&\varphi_1 G_{11} + \varphi_2 G_{12} + \ldots + \varphi_{n-1} G_{1,n-1} = J_{11};\\
&\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} + \ldots + \varphi_{n-1} G_{2,n-1} = J_{22};\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\varphi_1 G_{n-1,1} + \varphi_2 G_{n-1,2} + \ldots + \varphi_{n-1} G_{n-1,n-1} = J_{n-1,n-1}.
\end{aligned} \tag{6}$$

В общем случае G_{kk} – сумма проводимостей ветвей, сходящихся в узле k; G_{km}– сумма проводимостей ветвей, непосредственно соединяющих узлы k и m, взятая со знаком минус. Если между какими-либо двумя узлами ветвь отсутствует, то соответствующая проводимость равна нулю. В правой части системы стоят узловые токи. В их формировании участвуют те ветви, подходящие к этому узлу, которые содержат источники ЭДС и (или) тока. Если ЭДС E_p p-ветви направлена к k-узлу, то ее вклад в формирование узлового тока J_{kk} равен $E_p g_p$, а если эта ЭДС направлена от k-узла, то ее вклад равен $-E_p g_p$. Если к k-узлу подтекает ток от источника тока, то он должен быть введен в J_{kk} со знаком плюс, если этот ток источника тока утекает от узла, то он должен входить в J_{kk} со знаком минус. После решения системы (6) относительно потенциалов определяют токи в ветвях по закону Ома для ветви, содержащей ЭДС (обобщенный закон Ома).

Система уравнений (6) может быть представлена в матричной форме записи:

$$[G][\varphi]=[J_{kk}]. \tag{7}$$

$$[G]=\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \ldots & G_{1,n-1} \\ G_{21} & G_{22} & \ldots & G_{2,n-1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ G_{n-1,1} & G_{n-1,2} & \ldots & G_{n-1,n-1} \end{bmatrix}; \quad [\varphi]=\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ . \\ \varphi_{n-1} \end{bmatrix};$$

$$[J_{kk}] = \begin{bmatrix} J_{11} \\ J_{22} \\ . \\ J_{n-1,n-1} \end{bmatrix}.$$

Ее решение:

$$[\varphi] = [G]^{-1}[J_{kk}]. \qquad (8)$$

По найденным потенциалам узлов находят токи ветвей, используя обобщенный закон Ома.

Задачи

Задача 27. По Заданным потенциалам узлов, ЭДС источников и сопротивлений резисторов (рис.28) рассчитать токи ветвей и подводящих проводов. E_1=10В; E_2=15В; φ_1=15В; φ_2=-45В; φ_3=68В; R_1=10Ом; R_2=20Ом; R_3=12Ом.

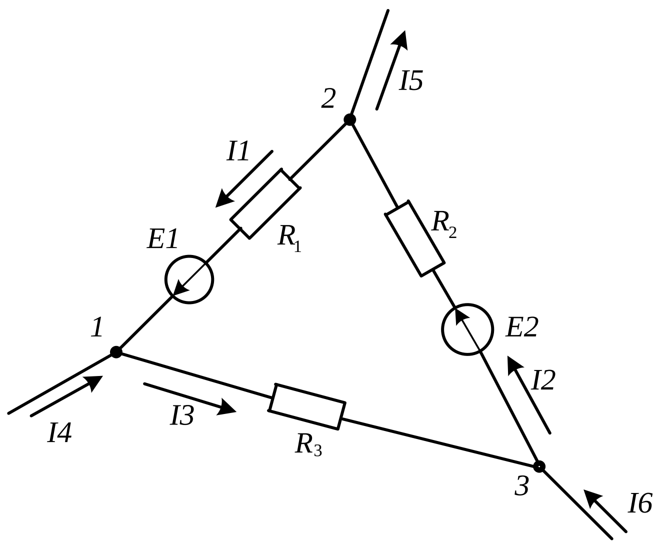


Рисунок 28

Задача 28. В цепи, схема которой показана на рисунке 29, ЭДС источников питания равны E_1=120В, E_2=114В, а сопротивление ветвей – R_1=0,1Ом R_2=0,1Ом R_3=1,5Ом R_4=0,5Ом R_5=2,0Ом R_6=1,0Ом. Рассчитать токи ветвей методом узловых потенциалов и проверить баланс мощностей.

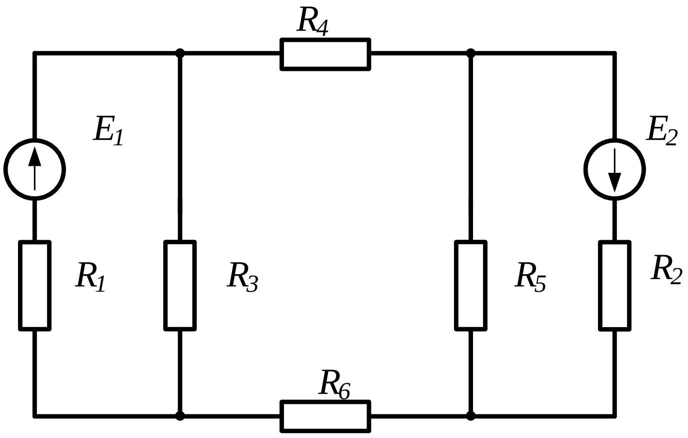


Рисунок 29

Задача 29. Решить задачу 20 методом узловых потенциалов и сравнить с результатами, полученными методом контурных токов.

5. Метод узлового напряжения (двух узлов).

Часто встречаются схемы, содержащие всего два узла. Наиболее рациональным методом расчета таких схем является узловое напряжение *(метод двух узлов).* Суть метода состоит в том, что за искомое принимают напряжение между двумя узлами схемы:

$$U_{ab} = \frac{\sum E_k g_k}{\sum g_k}. \qquad (9)$$

После определения этого напряжения ток любой ветви может быть определен из обобщенного закона Ома.

Задачи

Задача 30. Рассчитать Еэ и Rэ (рис.29), если E_1=120В; E_3=60В; R_1=6Ом; R_2=10Ом; R_3=4Ом.

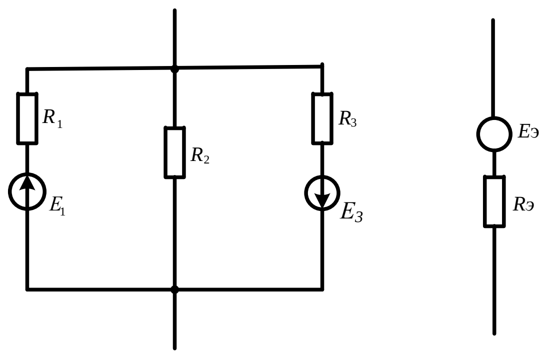


Рисунок 29

Задача 31. В цепи (рис.30) ЭДС источников равны E_1=160В, E_2=220В, E_3=80В, а сопротивления ветвей соответственно R_1=2Ом, R_2=4Ом, R_3=1Ом, R_4=6Ом. Определить токи в ветвях цепи и режим работы каждого из источников. Составить баланс мощностей. Задачу решить методом узлового напряжения.

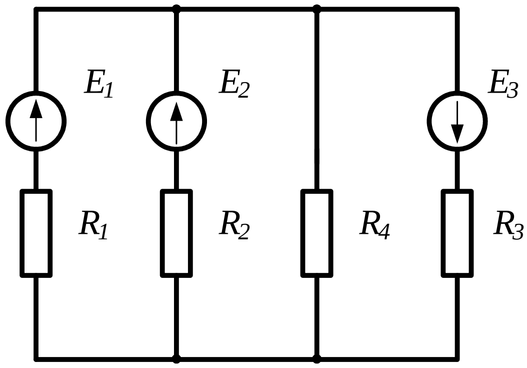


Рисунок 30

Задача 32. В схеме, представленной на рисунке 31, E_1=16В; E_3=24В; R_1=4Ом; R_2=2Ом; R_3=8Ом; R_4=8Ом.

Рассчитать токи методом узлового напряжения.

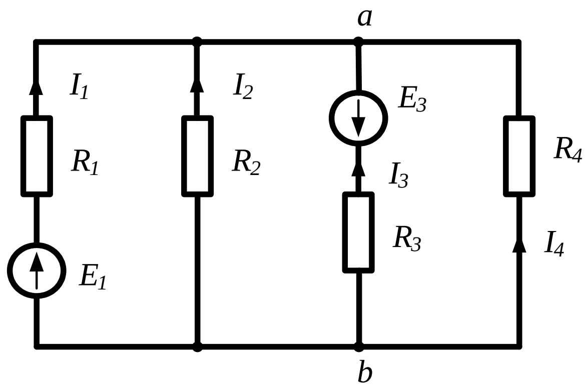


Рисунок 31

6. Метод наложения

Принцип наложения справедлив только в линейных электрических цепях. Он формулируется следующим образом:

Ток в k-й ветви равен алгебраической сумме частичных токов, вызываемых каждой из ЭДС схемы в отдельности.

Принцип наложения положен в основу метода расчета линейных электрических цепей, получившего название *метода наложения*.

При расчете цепей данным методом поступают следующим образом: поочередно рассчитывают токи, возникающие от действия каждой из ЭДС, мысленно замыкая накоротко остальные, но оставляя в схеме их внутренние сопротивления. Находят токи в ветвях путем алгебраического сложения частичных токов.

Задачи

Задача 33. Рассчитать токи в электрической цепи задачи 18, методом наложения. Проверить баланс мощностей.

Задача 34. Рассчитать токи в электрической цепи задачи 23 методом наложения. Сравнить результаты расчетов. Проверить баланс мощностей.

7. Метод эквивалентного генератора

Метод эквивалентного генератора основан на теореме об активном двухполюснике и эквивалентном генераторе, которая формулируется следующим образом:

По отношению к выделенной ветви двухполюсник при расчете можно заменить эквивалентным генератором, ЭДС которого равна напряжению холостого хода на зажимах выделенной ветви, а внутреннее сопротивление равно входному сопротивлению двухполюсника.

Метод расчета тока в выделенной ветви, основанный на замене активного двухполюсника эквивалентным генератором, принято называть ***методом эквивалентного генератора***. Метод целесообразно использовать для расчета тока в какой – либо одной ветви электрической цепи.

Рекомендуется такая последовательность расчета тока этим методом: а) находим напряжение на разомкнутой ветви *ab*; б) определяем входное сопротивление $R_{вх}$ всей схемы по отношению к зажимам *ab* при закороченных источниках ЭДС и разомкнутых ветвях с источниками тока; в) подсчитываем ток по формуле $I = Uab_{xx}/(R + R_{вх})$.

Задачи

Задача 35. В электрической цепи, представленной на рисунке 32, E_1=10В; E_4=24В; R_1=4Ом; R_2=6Ом; R_3=12Ом; R_4=2Ом; R_5=3Ом. Рассчитать ток I_5 методом эквивалентного генератора.

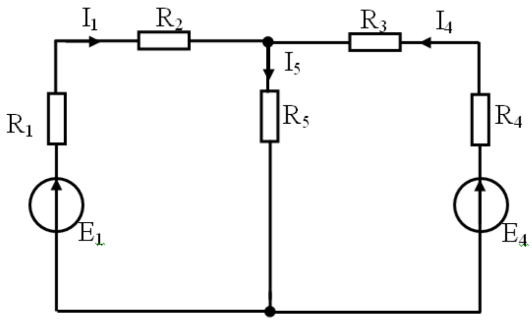


Рисунок 32

Задача 36. В цепи (задача 18) рассчитать ток I_3 методом эквивалентного генератора и сравнить с ранее полученным значением.

Задача 37. Определить ток I_4 задачи 32 методом эквивалентного генератора и сравнить полученный результат.

Задача 38. В цепи (задача 24) рассчитать ток I_1 методом эквивалентного генератора.

Методы расчета электрических цепей синусоидального тока

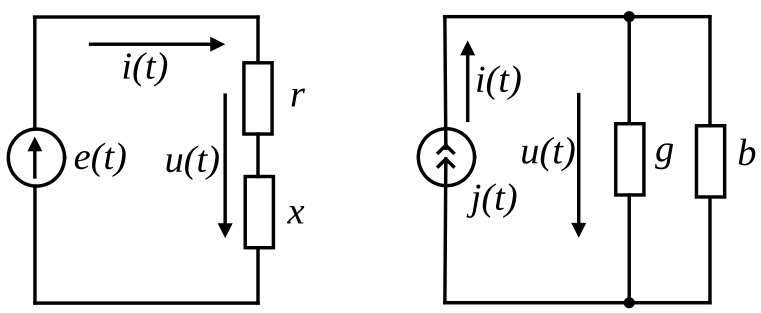
1. Расчет цепей по мгновенным значениям

При расчете цепей синусоидального тока используют различные формы представления синусоидальных величин. Эти формы в общем случае можно разделить на аналитические и графические. К аналитическим формам можно отнести представление синусоидальных величин их мгновенными значениями. Например, мгновенные значение синусоидального тока и напряжения можно записать как $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i);$ 90 где $I_m;U_m$ – амплитуды, $\psi_i;\psi_i$ – начальные фазы; ω – угловая частота. Любые линейные комбинации (т.е. сложение или вычитание) нескольких гармонических колебаний с одной и той же частотой ω дают результирующее колебание той же частоты. Дифференцирование и интегрирование гармонических колебаний также приводит к гармоническим колебаниям той же частоты, но сдвинутым по фазе на 90°, т.е. находящимся в квадратуре с исходным колебанием.

При расчете цепей по мгновенным значениям используют приведение произвольной цепи к одной из канонических схем. В качестве канонических схем обычно используют последовательное или параллельное соединение активных и реактивных сопротивлений или проводимостей. При этом для последовательной канонической схемы пользуются последовательным соединением активного и реактивного сопротивлений $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{x}$, а для параллельной канонической схемы– параллельным включением активной и реактивной проводимостей $\boldsymbol{g}$ и $\boldsymbol{b}$. Такие соединения элементов приведены на рисунке 33.

Если к входу последовательной канонической схемы подключен источник напряжения $e(t)$, то ток цепи определится по закону Ома:

$$i(t) = \frac{E_m}{z}\sin(\omega t + \psi_u - \varphi), \tag{10}$$



а) *б)*

Рисунок 33

где $\varphi = arctg(x/r)$ – фазовый сдвиг межу напряжением и током, $z = \sqrt{r^2 + x^2}$ – полное сопротивление цепи.

При подключении к входу параллельной канонической схемы источника тока $j(t)$ напряжение на элементах схемы определится из выражения:

$$u(t) = \frac{I_m}{y}\sin(\omega t + \psi_i + \varphi), \tag{11}$$

где $\varphi = arctg(b/g)$ – сдвиг фаз между током источника и напряжением на входе схемы; $y = \sqrt{g^2 + b^2}$ – полная проводимость цепи.

Переход от последовательной канонической схемы к параллельной выполняется при помощи уравнений:

$$g = r/z^2; b = x/z^2. \tag{12}$$

Аналогично выполняется переход от параллельной канонической схемы к последовательной:

$$r = g/y^2; x = b/y^2. \tag{13}$$

При выполнении этих условий обе схемы будут эквивалентными.

Рассмотрим примеры расчета цепи по мгновенным значениям.

Пример 1. Требуется определить напряжение на входе цепи, схема которой приведена на рисунке 34, если ток источника $i(t) = 0{,}1\sin 500t(A)$. Параметры схемы имеют следующие значения: b_c =0,2См; x_L =r =10Ом.

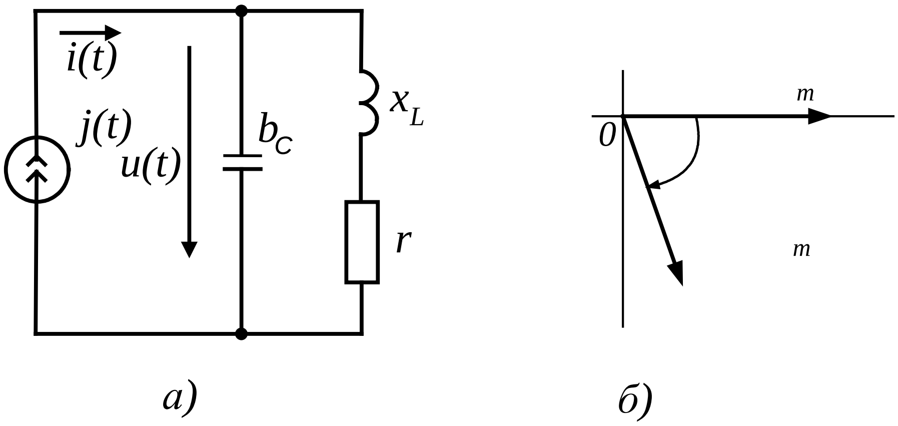


Рисунок 34

Решение. Вначале преобразуем последовательное соединение r и x_L в параллельное соединение g и b_L:

$$g = r/z^2 = r/(r^2+x_L^2) = 10/200=0{,}5\text{См},$$

$$b_L = x_L/z^2 = x_L/(r^2+x_L^2) = 10/200 = 0{,}5\text{См}.$$

Затем рассчитаем реактивную проводимость цепи b=b_L-b_c =

=0,05-0,2 = -015 См и определим ее полную проводимость $y = \sqrt{g^2 + b^2} = 0,05\sqrt{2} = 0,16$ См.

Найдем амплитуду напряжения на входе цепи

$$U_m = I / y = 0,1/0,16 = 0,625B$$

и определим сдвиг фаз между током и напряжением $tg\varphi = b/g = -3,$ откуда получаем $\varphi = -71^o30^{'}.$

Мгновенное значение напряжения на входе цепи определяется формулой:

$$u(t) = U_m \sin(500t + \psi_i + \varphi) = 0,625\sin(500t - 71^o30^{'}).$$

Пример 2. Для цепи, изображенной на рисунке 35, требуется определить

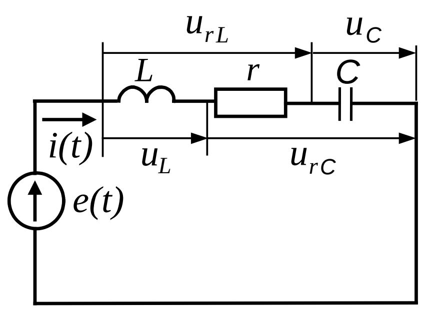


Рисунок 35

значение тока $i(t)$, напряжений на элементах $u_r(t)$, $u_c(t)$, $u_L(t)$, $u_{rL}(t)$, $u_{rc}(t)$, а также активную мощность P, потребляемую цепью. Параметры элементов схемы имеют следующие значения: $e(t)$ =20sin 100t В; r =4Ом; L=70mГн; C=2500мкФ.

Решение. Определим реактивные сопротивления цепи:

$x_L = \omega L = 100 \cdot 70 \cdot 10^{-3} = 7$Ом

$x_C = 1/\omega C = 1/100 \cdot 2500 \cdot 10^{-6} = 4$Ом

Вычислим полное сопротивление цепи:

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{4^2 + (7-4)^2}$$

Определим угол сдвига фаз между напряжением источника и током в цепи:

$$\varphi = arctg(x_L - x_c)/r = arctg(3/4) = 37^o.$$

Найдем амплитуду тока в цепи:

$$I_m = E_m / z = 20/5 = 4A.$$

Используя полученные значения, запишем мгновенное значение тока:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) = 4\sin(100t - 37^{\text{o}})A.$$

Напряжение на сопротивлении определим по закону Ома:

$$u_r(t) = ri(t) = 16\sin(100t - 37^{\text{o}})B.$$

Напряжение на индуктивности вычислим по формуле:

$$u_L(t) = Ldi(t)/dt = 70 \cdot 10^{-3} 100 \cdot 4\cos(100t - 37^{\text{o}}) = 28\sin(100t + 53^{\text{o}})B.$$

Напряжение на емкости определим по формуле:

$$u_c = \left[\int i(t)dt\right]/C = 4\left[-\cos(100t - 37^{\text{o}})\right]/0,25 = 16\sin(100t - 127^{\text{o}})B.$$

Напряжение на последовательном соединении резистора r и индуктивности L определяется током I_{m} и полным сопротивлением z_{rL} этого соединения. Амплитуда этого напряжения равна

$$UmrL = \text{Im}\sqrt{r^2 + x_L^2} = 4\sqrt{4^2 + 7^2} = 32B$$

а угол сдвига фаз

$$\varphi_{rL} = arctg(x_L / r) = arctg1,75 = 60^{\text{o}}.$$

Мгновенное значение этого напряжения равно

$$u_{rL} = 32\sin(100t + 23^{\text{o}})B.$$

Аналогично определяют напряжение на последовательном соединении резистора r и конденсатора C.

Амплитуда этого напряжения имеет значение

$$U_{mrC} = I_m\sqrt{r^2 + x_C^2} = 4 \cdot 5,66 = 22,64B,$$

а угол сдвига фаз равен

$$\varphi_{rC} = arctg(-4/4) = -45^{\text{o}}.$$

Мгновенное значение напряжения на этом соединении запишем в виде:

$$u_{rC}(t) = 22,64\sin(100t - 82^{\text{o}})B.$$

Среднюю (активную) мощность, потребляемую цепью, можно рассчитать по формуле:

$$P = I_m^2 \frac{r}{2} = 4^2 \cdot \frac{4}{2} = 32\text{Вт}$$

Векторная диаграмма для этой схемы приведена на рисунке 36. При ее построении использованы мгновенные значения напряжений и тока, полученные в расчете.

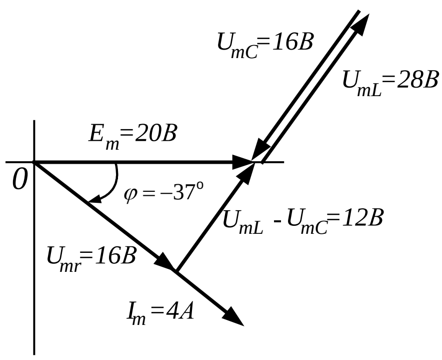


Рисунок 36

Задачи

Задача 39. $i_1 = 2\sin\omega t;\quad i_2 = 4\sin(\omega t + 90^\circ);\quad i_3 = 3\sin(\omega t + 30^\circ)$. Построить векторную диаграмму и определить i_4. Рассчитать действующее значение суммарного тока.

Задача40. Найти суммарный ток, если $i_1 = 4\sin(\omega t + 30^\circ);\ i_2 = 4\sin(\omega t - 45^\circ);\ i_3 = 2\sin(\omega t - 30^\circ)$. Вычислить действующее значение этого тока.

Задача 41. По цепи (рис. 37), состоящей из последовательно соединенных резистора сопротивлением R=100Ом и конденсатора емкостью C=31,8мкФ протекает синусоидальный ток с амплитудой *Im*=1.41А, *f*=50Гц. Определить мгновенные значения приложенного к цепи напряжения, напряжений на резисторе и конденсаторе.

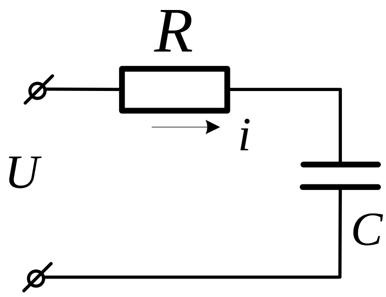


Рисунок 37

Задача 42. По катушке, индуктивность которой L=12mГн и активное сопротивление R=9Ом течет ток $i = 2\sin 1000t\,(A)$ (рис.38). Чему равно мгновенное значение приложенного к цепи напряжения?

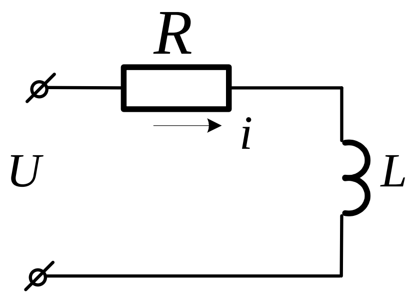


Рисунок 38

Задача 43. При включении индуктивной катушки в цепь постоянного тока амперметр показал 2,5А, а вольтметр – 30В.

Затем ту же катушку включили в цепь переменного тока f=5кГц. При этом вольтметр показал 120В, а амперметр – 6А.

Рассчитать индуктивность и активное сопротивление катушки. Чему равна активная и реактивная мощность, рассеиваемая в цепи?

Задача 44. Резистор сопротивлением R=100Ом и конденсатор C=2мкФ соединены последовательно. Напряжение на зажимах конденсатора $u_C = 10\sin 5000t$. Чему равны мгновенные значения напряжения на зажимах резистора, общего напряжения. Рассчитать активную мощность цепи.

Задача 45. По катушке с индуктивностью L=0,01Гн течет синусоидальный ток $i = 2{,}6\sin 1000t(A)$. Рассчитать ЭДС самоиндукции и действующее значение напряжения на катушке.

Задача 46. К электрической цепи (рис.39), имеющей параметры: R=3Ом; L=8mГн; C=15мкФ подключено напряжение U=20В (f=500Гц).

Найти ток, напряжения на элементах, активную и реактивную мощности. Построить векторную диаграмму.

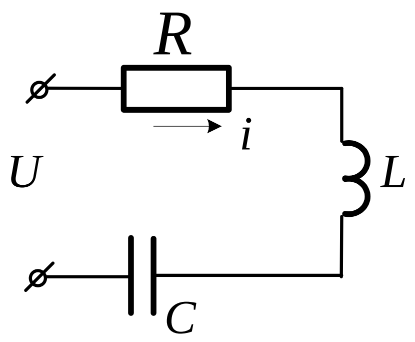


Рисунок 39

Задача 47. В цепь синусоидального тока частотой f=50Гц (рис.40) включены две параллельные ветви. Параметры элементов: R_1=4Ом, R_2=5Ом, L=0,096Гн, C=630мкФ, напряжение на конденсаторе U_C=30В. Найти токи в ветвях и в неразветвленной части цепи. Определить сдвиги фаз всей цепи и в обеих ветвях. Построить векторную диаграмму токов.

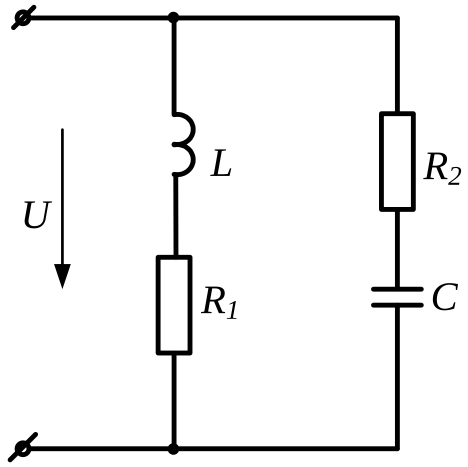


Рисунок 40

Задача 48. Для схемы, изображенной на рисунке 41, требуется рассчитать показания приборов, если $i = 5\sin(314t - 10^{\circ})A$; $r_1 = 4$Ом; $r_2 = x_C = 2$Ом; $x_L = 10$Ом. Рассчитать действующие значения найденных величин. Построить векторную диаграмму цепи, рассчитать активную, реактивную и полную мощности.

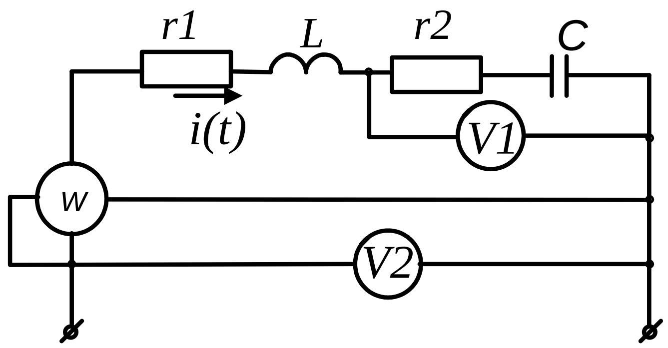


Рисунок 41

Задача 49. В цепи, изображенной на рисунке 42, мгновенное значение тока i=2sin(450t+10^0). Параметры цепи имеют следующие значения: r=25Ом; L=60mГн; C=40мкФ. Записать мгновенные значения напряжений на элементах и на входе цепи. Определить: полное сопротивление цепи, показания приборов, активную, реактивную и полную мощность, ток в цепи при резонансе напряжений, изменив L.

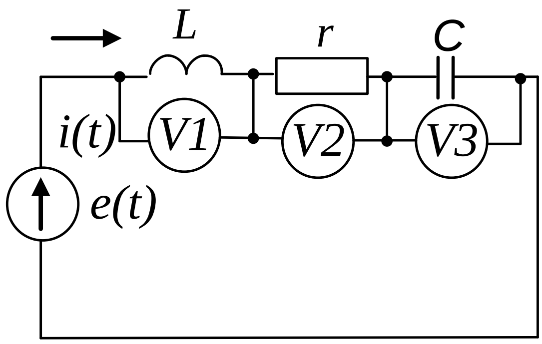


Рисунок 42

2. Расчет цепей синусоидального тока символическим методом

При расчете цепей символическим методом пользуются комплексной формой записи напряжений и токов. Однако поскольку сомножитель $e^{j\omega t}$ входит как в напряжение, так и в ток, то он сокращается, и в результате в уравнениях Ома и Кирхгофа остаются только комплексные амплитуды или комплексы действующих значений напряжений и токов.

Комплексные амплитуды и комплексы действующих значений характеризуются двумя параметрами: амплитудой (действующим значением) и начальной фазой. Значение частоты колебаний ω входит только в комплексные сопротивления Z_k. При этом комплексное сопротивление индуктивности имеет значение $Z_{Lk} = j\omega L_k$, а комплексное сопротивление конденсатора $Z_{Ck} = 1/\,j\omega C_k$.

Кроме комплексных сопротивлений, можно использовать комплексные проводимости, которые, в общем случае, являются обратными комплексным сопротивлениям $Y_k = Z_k^{-1}$. Для индуктивностей и емкостей комплексные проводимости имеют значения: $Y_{Lk} = 1/(j\omega L_k); Y_{Ck} = j\omega C_k$.

При расчете цепей по комплексным значениям можно пользоваться уравнениями Кирхгофа, уравнениями контурных токов и узловых потенциалов в комплексной форме записи. С помощью комплексных значений напряжения и тока можно определить комплексную мощность $\dot{S} = \dot{U} \cdot \overset{*}{I} = P + jQ$, где $\overset{*}{I} = Ie^{-j\psi_i}$ – сопряженный комплекс тока, $\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$ – комплексное значение напряжения. Модуль комплексной мощности равен полной мощности цепи $S = \left|\dot{S}\right| = UI$.

Задачи

Задача 50. Перевести заданные комплексные числа в показательную форму записи:

12+j18=	-40+j12=
-36-j14=	18-j28=
-j29=	j160=
12-j84=	-j158=

-136-j420= 48+j120=

J168= -162-j248=

4+j78= -6+j98=

160-6= 14-j148=

-160+j12= -4-j69=

$12+j^2 10=$ $j^2 180=$

1200-j2600= -3120-j2140=

-2500+j6100= 148+j2100=

Задача 51. Перевести заданные комплексные числа в алгебраическую форму записи:

$230e^{j127}=$ $1270e^{-j140}=$

$148e^{j90}=$ $3620e^{j110}=$

$1300e^{j180}=$ $526e^{j270}=$

$622e^{-j90}=$ $430e^{j360}=$

$28e^{j0}=$ $49e^{-j115}=$

$820e^{-j192}=$ $18e^{j198}=$

$14e^{j135}=$ $141e^{j225}=$

$18e^{j180}=$ $1200e^{j45}=$

Задача 52. Вычислить

$48e^{j16}+12e^{-j43}=$ $\quad(3+j6)\cdot 18e^{j45}=$ $\quad\dfrac{14+j18}{26e^{j30}}=$ $\quad\dfrac{1270e^{-j140}}{-6+j8}=$

$(4-j6)+14ej45=$ $\quad(6-j8)\cdot 6e^{-j60}=$ $\quad\dfrac{-10+j5}{40+j18}=$ $\quad\dfrac{18+j14}{5e^{j90}}=$

$(-6+j8)+(2-j4)=$ $\quad(18+j16)\cdot(-8-j6)=$

$14-j22+18^{e-45j}=$ $\quad(-16-j46)\cdot 2e^{-j135}=$ $\quad\dfrac{8-j10}{-6+j12}=$ $\quad\dfrac{430e^{j290}}{10e^{j140}}=$

$(-8-j6)+14e^{-j110}=$ $\quad(-11+j26)\cdot 18e^{j110}=$

$(6-j15)+12e^{j90}=$ $\quad(12+j18)\cdot 6e^{-j90}=$ $\quad\dfrac{13+j24}{18e^{j180}}=$ $\quad\dfrac{-6-j12}{4+j2}=$

$(11+j18)+10e^{-j135}=$ $\quad(-14+j36)\cdot(12-j45)=$

$(-14-j16)+(2-j4)=$ $\quad(17+j32)\cdot 4e^{j150}=$ $\quad\dfrac{14-j34}{-6-j8}=$ $\quad\dfrac{180e^{j170}}{4+j4}=$

$(-10-j10)+18e^{j30}=$ $\quad(-13+j22)\cdot 6e^{j190}=$

$(-15+j16)+14e^{-j170}=$ $\quad(28-j14)\cdot 6e^{j90}=$

Задача 53. Комплекс действующего значения напряжения на входе цепи $\dot{U}=220e^{-j30}B$. Ток цепи $\dot{I}=20e^{j20}A$.

Рассчитать комплексное сопротивление цепи и его составляющие, а так же комплексную мощность цепи. Какой характер имеет нагрузка?

Задача 54 Действующее значение напряжения на входе цепи, схема которой представлена на рисунке 43, U=100В ($\psi_u=20^{\circ}$). Параметры цепи имеют следующие значения: R_1=10Ом; R_2=13Ом; x_C=-4Ом. Рассчитать показания приборов, реактивную мощность, расходуемую в цепи.

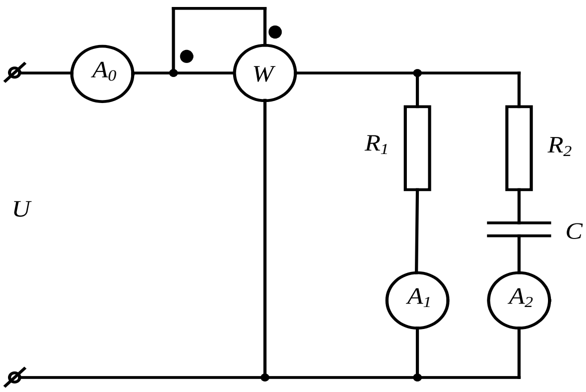


Рисунок 43

Задача 55. В электрической цепи, схема которой показана на рисунке 44, действует напряжение на входе $\dot{U} = 120e^{j24^{\circ}}$ с частотой f=50Гц. Цепь имеет следующие параметры: R_k=4Ом; L_k=12,7mГн; C=398мкФ. Рассчитать показания приборов. На какой частоте в цепи возникнет резонанс напряжений?

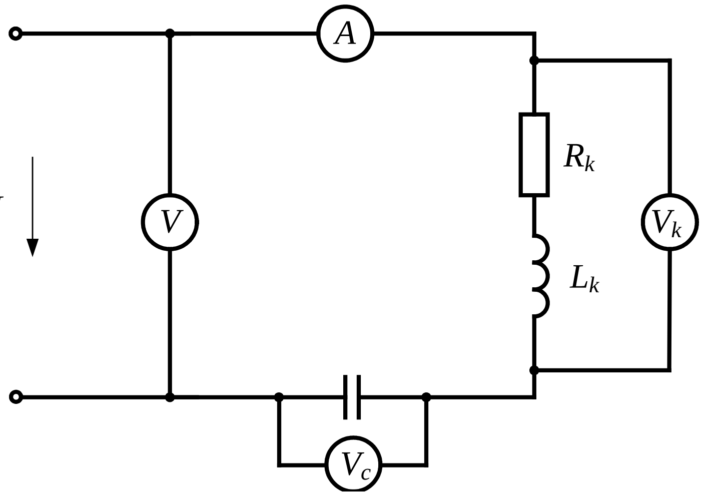


Рисунок 44

Задача 56. К зажимам цепи (рис. 45) подведено синусоидальное напряжение, действующее значение которого U=100В. Сопротивления R_1=2Ом, R_2=4Ом, x_2=10Ом, x_3=4Ом. Рассчитать токи ветвей, активную и реактивную мощности, построить векторную диаграмму.

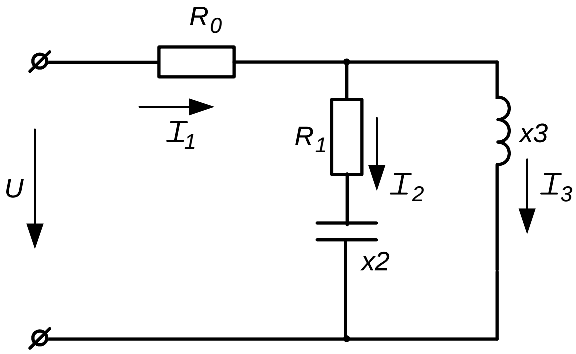


Рисунок 45

Задача 57. К зажимам цепи (рис. 46) подведено синусоидальное напряжение, действующее значение которого $\dot{U} = 200e^{-j20}B$. Сопротивления R_1=7Ом, R_2=12Ом, R_3=10Ом x_{L1}=4Ом, x_{L2}=8Ом; x_C=6Ом. Рассчитать токи ветвей методом эквивалентного преобразования пассивных схем и методом контурных токов, проверить баланс активной и реактивной мощности, построить векторную диаграмму.

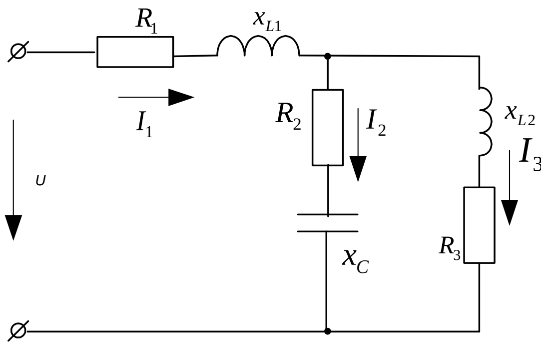


Рисунок 46

Задача 58. В схеме (рис.47) R_1=10Ом; R_2=10Ом; C=159мкФ; L=31,8mГн; E=100B; f=50Гц. Рассчитать токи используя метод преобразования пассивных схем, а так же методом контурных токов. Сравнить полученные результаты. Проверить баланс активной и реактивной мощности. Построить векторную диаграмму токов и напряжений

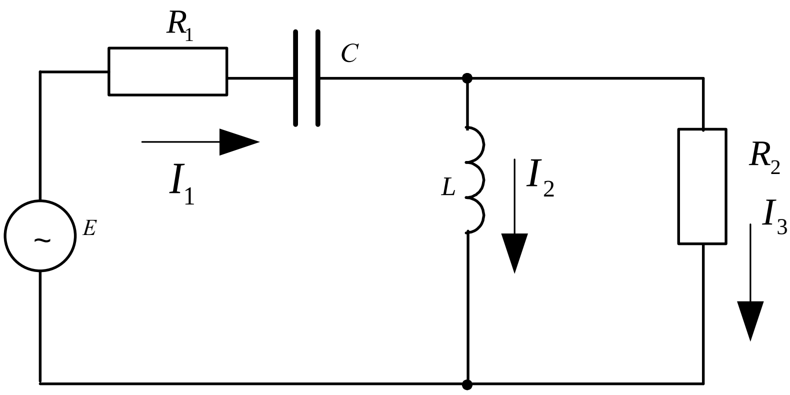


Рисунок 47

Расчет электрических цепей трехфазного тока

1. Расчет цепей при соединении генератора и нагрузки по схеме звезда.

При соединении генератора в звезду:

а) линейные напряжения по модулю в $\sqrt{3}$ больше фазовых напряжений генератора;

$$U_{л} = \sqrt{3} U_{ф} ; \tag{14}$$

б) линейный ток генератора равен его фазовому току

$$I_{л} = I_{ф} . \tag{15}$$

При соединении нагрузки в звезду:

а) линейный ток равен фазовому

$$I_{л} = I_{ф} ; \tag{16}$$

б) линейные напряжения связаны с фазовыми соотношениями:

$$\begin{aligned} U_{л} &= \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_B - \dot{U}_C; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A. \end{aligned} \tag{17}$$

В симметричной трехфазной системе $\dot{U}_A = \dot{U}_B = \dot{U}_C$. Тогда

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0 . \tag{18}$$

Если нагрузочные сопротивления одинаковы по величине и характеру, то такая нагрузка называется ***равномерной***.

При равномерной нагрузке

$$\dot{I}_A = \dot{I}_B = \dot{I}_C = \dot{E}_ф / Z_ф \,. \qquad (19)$$

Так как $Z_A = Z_B = Z_C$, то ток нейтрального провода

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \qquad (20)$$

и нейтральный провод можно изъять без изменения режима работы цепи.

2. Соединение трехфазного генератора и нагрузки по схеме «треугольник»

Чтобы соединить фазы трехфазного генератора (или трансформатора) в треугольник, нужно конец каждой фазы подключить к началу следующей. При таком соединении симметричного генератора с отключенной нагрузкой внутри него никаких токов нет, так как

$$\dot{E}_{AB} + \dot{E}_{BC} + \dot{E}_{CA} = 0 \,.$$

При соединении по схеме «треугольник – треугольник» фазовые напряжения генератора и приемника одновременно являются линейными, т.е.

$$U_л = U_ф \,. \qquad (21)$$

Линейные и фазовые токи отличаются. Для получения соотношений между ними следует единобразно выбрать их направления:

а) для линейных токов от генератра к нагрузке;

б) для фазовых – по часовой стрелке.

Тогда из первого закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}. \end{aligned} \qquad (22)$$

Из этих соотношений видно, что при равномерной нагрузке $\sum \dot{I}_л = 0$, т.е.

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \,. \qquad (23)$$

При равномерной нагрузке линейный ток по модулю в $\sqrt{3}$ больше фазового.

3. Расчет трехфазных цепей

Трехфазные цепи являются разновидностью цепей синусоидального тока и поэтому их расчет производят теми же методами, что и расчет цепей однофазного синусоидального тока.

а) Соединение «звезда – звезда» с нулевым проводом.

Если нулевой провод обладает весьма малым сопротивлением ($Z_N \approx 0$), то потенциал точки N' практически равен потенциалу точки N. При этом в схеме образуются три обособленных контура, через которые протекают токи $\dot{I}_A = \dot{E}_A / Z_A; \dot{I}_B = \dot{E}_B / Z_B; \dot{I}_C = \dot{E}_C / Z_C$. Если нагрузка равномерна, то, как было сказано выше, ток нулевого провода равен нулю. При неравномерной нагрузке ток $\dot{I}_N$ в общем случае не равен нулю.

б) При наличии в нулевом проводе некоторого сопротивления между нейтральными точками генератора и нагрузки возникает узловое напряжение $\dot{U}_{NN'} = \dot{I}_N Z_N$, что вызывает смещение нейтральной точки N' относительно точки N.

В соответствии с методом узлового напряжения

$$\dot{U}_{NN'} = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_{NN'}}. \tag{24}$$

Из этого выражения видно, что $\dot{U}_{NN'}$ будет изменяться при изменении нагрузки в любой из фаз.

Фазовые напряжения и токи соответственно равны:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_A &= \dot{U}_A - \dot{U}_{NN'} \\ \dot{U}'_B &= \dot{U}_B - \dot{U}_{NN'} \\ \dot{U}'_C &= \dot{U}_C - \dot{U}_{NN'} \end{aligned} \tag{25}$$

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A Y_A; \dot{I}_B = \dot{U}'_B Y_B; \dot{I}_C = \dot{U}'_C Y_C. \tag{26}$$

Вместе с $\dot{U}_{NN'}$ изменяются все фазовые напряжения и токи.

в) При наличии индуктивных связей между фазами приемника должны быть учтены ЭДС взаимной индукции.

$$\dot{U}_A = (R + j\omega L)\dot{I}_A + j\omega M(\dot{I}_B + \dot{I}_C).$$

Если же система фазовых напряжений симметрична, то $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0,$ откуда $\dot{I}_B + \dot{I}_C = -\dot{I}_A$ и $\dot{U}_A = (R + j\omega L)\dot{I}_A + j\omega M(-\dot{I}_A) = [R + j\omega(L - M)]\dot{I}_A,$ т.е. в этом случае цепь эквивалентна цепи без индуктивных связей, но с индуктивностью приемника равной $(L - M)$.

г) При соединении нагрузки в треугольник и наличии сопротивлений в линейных проводах (рис.48,а) можно применить метод преобразования цепи, например, треугольник сопротивлений нагрузки, преобразовать в эквивалентную звезду (рис.48,б).

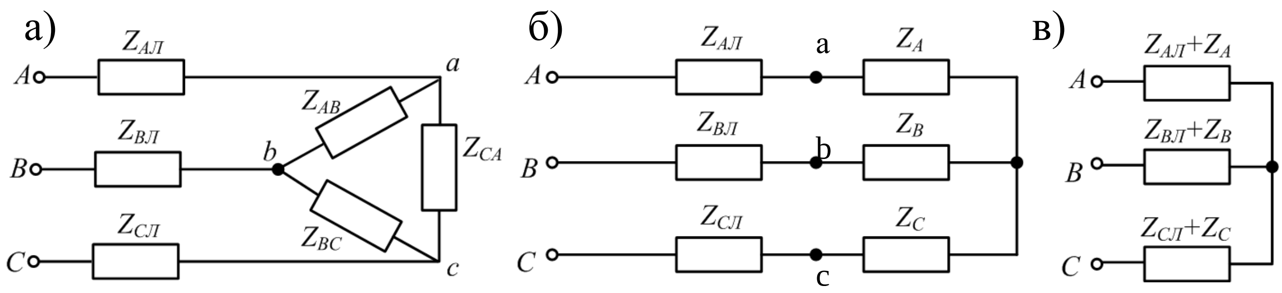


Рисунок 48

Объединяя в каждой фазе сопротивления линии и приемника, приводят схему к эквивалентной звезде (рис.48,в), после определения токов которой, возвращаются к исходной схеме, находя сначала фазовые напряжения на звезде нагрузки, а затем токи в исходном треугольнике.

Под активной мощностью трехфазной системы понимают сумму активных мощностей фаз нагрузки и нейтрального провода:

$$P = P_A + P_B + P_C + P_N. \qquad (27)$$

Реактивная мощность – это сумма реактивных мощностей фаз нагрузки и нейтрального провода:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C + Q_N \tag{28}$$

Полная мощность трехфазной системы

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}\,. \tag{29}$$

Если нагрузка равномерна, то $P_N = Q_N = 0$;

$P_A = P_B = P_C = U_{\text{ф}} \cdot \text{I}_{\text{ф}} \cdot \text{Cos}\varphi_{\text{ф}} \quad Q_A = Q_B = Q_C = U\text{ф} \cdot \text{Ia} \cdot \text{Sin}\varphi$

$Q_A = Q_B = Q_C = U_{\hat{o}} \cdot I_{\hat{o}} \cdot Sin\varphi_{\hat{o}}\,.$

Тогда

$$\begin{aligned} P &= 3U_{\hat{o}} \cdot I_{\hat{o}} \cdot \tilde{N}os\varphi_{\hat{o}}\,; \\ Q &= 3U_{\hat{o}} \cdot I_{\hat{o}} \cdot Sin\varphi_{\hat{o}}\,; \\ S &= 3U_{\hat{o}} \cdot I_{\hat{o}}\,. \end{aligned} \tag{30}$$

При равномерной нагрузке независимо от способа ее соединения

$3U_{\hat{o}} \cdot I_{\hat{o}} = \sqrt{3}U_{\hat{o}}\sqrt{3}I_{\hat{o}} = \sqrt{3}U_{\ddot{e}}I_{\ddot{e}}$, откуда

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3}U_{\ddot{e}} \cdot I_{\ddot{e}} \cdot Cos\varphi_{\hat{o}}\,; \\ Q &= \sqrt{3}U_{\ddot{e}} \cdot I_{\ddot{e}} \cdot Sin\varphi_{\hat{o}}\,; \\ S &= \sqrt{3}U_{\ddot{e}} \cdot I_{\ddot{e}}. \end{aligned} \tag{31}$$

Задачи

Задача 59. В схеме (рис.49) Uл=127В R_A=R_B=R_C=4Ом. x_A=x_B=x_C=6Ом. Определить фазные и линейные токи, активную и реактивную мощность каждой фазы и всей системы. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

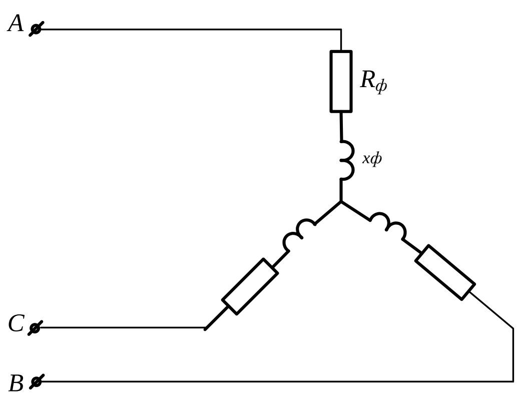


Рисунок 49

Задача 60. К трехфазному трансформатору (рис.50), обмотки которого соединены в звезду, подключены соединенные треугольником три одинаковые катушки. Фазные напряжения трансформатора Uф=127В. Сопротивление катушки x_L=22Ом. Определить токи в катушках и обмотках трансформатора.

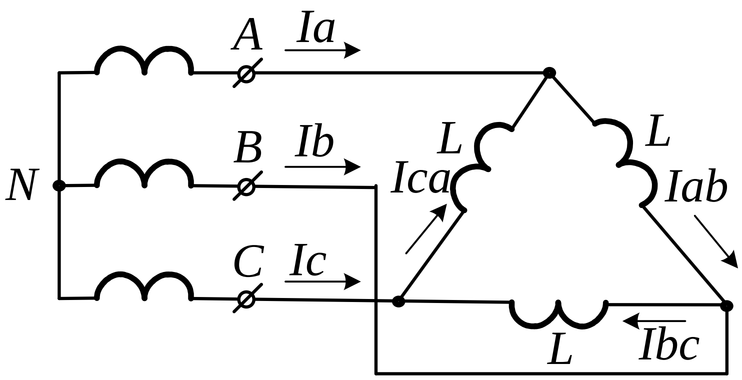


Рисунок 50

Задача 61. Три одинаковые группы ламп соединены в треугольник и получают питание от трехфазного трансформатора, обмотки которого соединены в звезду. Сопротивление каждой группы ламп 11Ом, фазное напряжение трансформатора Uф=127В. Определить токи в обмотках трансформатора и фазах приемника.

Задача 62. К трехфазному трансформатору подключены треугольником три одинаковые приемника, сопротивление каждого из которых равно $Z = 16 + j12$. Обмотки трансформатора соединены в звезду с фазным напряжением 127В. Найти фазные и линейные токи, активную и реактивную мощности фазы и всей системы, построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Задача 63 .От трехфазной линии с линейным напряжением 380В получают питание три одинаковых приемника, соединенных в звезду. Сопротивление каждого приемника $Z = 8 + j6$ (Ом). Рассчитать токи приемников, активную и реактивную мощность, построить векторную диаграмму.

Задача 53. В схеме (рис.51) Uл=380В; R_A=4Ом; R_B=6Ом; R_C=8Ом; x_A=12Ом; x_B=6Ом; x_C=6Ом. Рассчитать фазные и линейные токи, ток нулевого провода, построить векторную диаграмму токов.

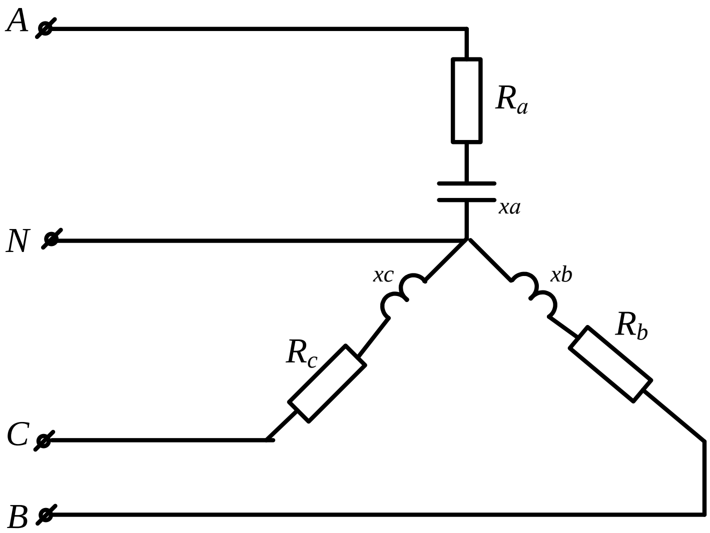


Рисунок 51

Задача 54. В схеме (рис.52) Uл=380В; Z_A=6+j8(Ом); Z_B=24+j7(Ом); Z_C=20Ом. Рассчитать фазные и линейные токи, ток нулевого провода, активную и реактивную мощность цепи, построить векторную диаграмму токов.

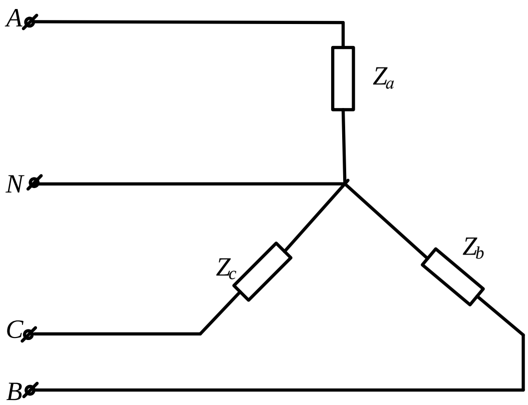


Рисунок 52

Задача 55. К трехфазной линии (рис. 53) с линейным напряжением $U_л$=380В подключены три одинаковых приемника, соединенные по схеме « звезда» с нейтральным проводом. Активное и реактивное сопротивление каждого приемника равны $R_ф$=3Ом, $x_ф$=4Ом. Определить токи в фазах и нейтральном проводе, построить совмещенную векторную диаграмму напряжений и токов.

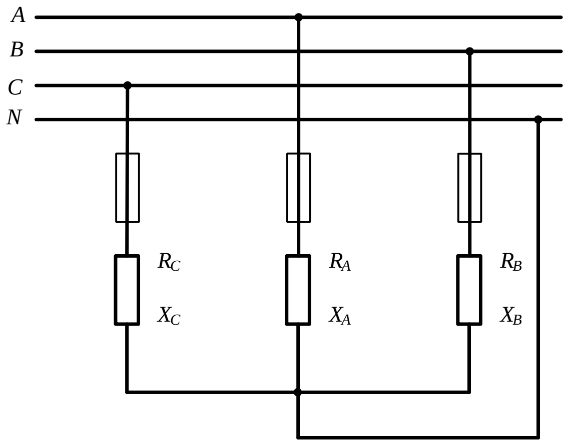


Рисунок 53

Задача 56. К трехфазной линии симметричным линейным напряжением $U_Л$=220В подключен треугольником приемник, сопротивление каждой фазы которого $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = 10 + j10(\text{Ом})$. Рассчитать фазные и линейные токи, а также активную мощность цепи. Построить векторную диаграмму.

Задача 57. К трехпроводной трехфазной линии (рис. 54) с линейным напряжением $U_Л$=380В подключен трехфазный приемник, соединенный треугольником: R=10Ом, x_L=10Ом, X_C=10Ом. Рассчитать токи в фазах и в линии, построить совмещенную векторную диаграмму напряжений и токов.

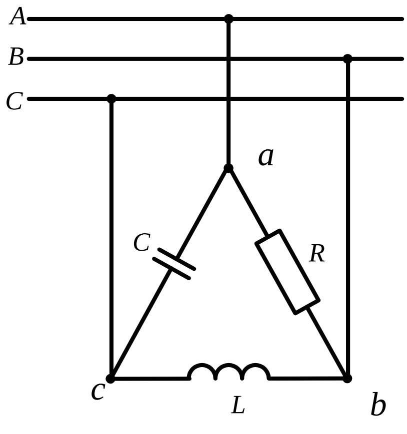


Рисунок 54

Задача 58. В схеме (рис.55) Uл=400В Zл=3+j4(Ом); Zab=15Ом; Zbc=20Ом; Zca=25Ом. Определить токи в линии и фазах приемника, активную мощность цепи.

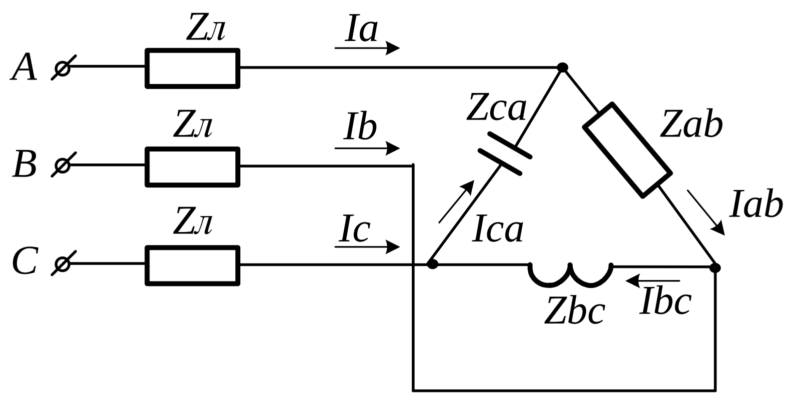


Рисунок 55

Задача 59. В схеме (рис.56) Uл=120В Rл=1(Ом); R=15Ом; x_L=5Ом; Определить токи в линии и фазах приемника, активную мощность цепи.

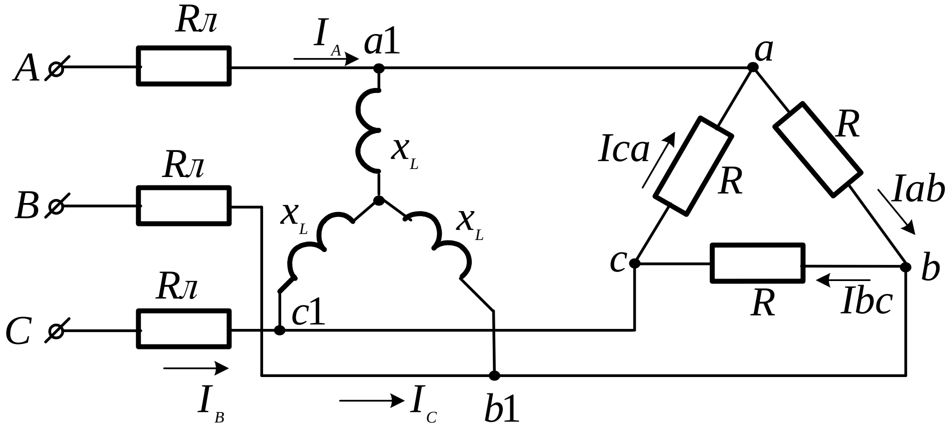


Рисунок 56

Расчет линейных электрических цепей при несинусоидальных напряжениях и токах

Пусть требуется найти ток в электрической цепи под воздействием несинусоидальной ЭДС

$$e(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_{km} Sin(k\omega t + \phi_k). \qquad (32)$$

Если цепь линейна, то есть параметры *R*,*L*,*C* не зависят от токов и напряжений, то ток в цепи может быть найден методом наложения путем суммирования токов, создаваемых каждой из слагаемых ЭДС в отдельности:

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{km} Sin(k\omega t + \phi_k - \varphi_k), \qquad (33)$$

где $I_0 = \dfrac{E_0}{Z(0)}$; $\quad I_{km} = \dfrac{E_{km}}{Z(k\omega)}$.

Под $Z(0)$ понимается сопротивление цепи по постоянному току, т.е. при ω=0, а под $Z(k\omega)$ – полное сопротивление цепи при частоте $k\omega$.

Угол
$$\varphi_k = arcCos\frac{r}{z(k\omega)}. \qquad (34)$$

Например, для цепи, состоящей из последовательно соединенных резистора, индуктивной катушки и конденсатора

$$z(k\omega) = \sqrt{R^2 + (k\omega L - \frac{1}{k\omega C})^2};$$

$$\varphi_k = arcCos\frac{R}{\sqrt{R^2 + (k\omega L - \frac{1}{k\omega C})^2}},$$

т.е. реактивные сопротивления и угол сдвига фаз зависят от порядка гармоники.

С увеличением порядка гармоник, то есть частоты, индуктивное сопротивление $k\omega L$ ***растет линейно, а емкостное*** $1/k\omega C$ ***падает по гиперболическому закону.***

Активная мощность в цепи несинусоидального тока равна сумме активных мощностей, соответствующих постоянной составляющей и отдельным гармоникам:

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + ... + P_k. \qquad (35)$$

Задачи

Задача 60. В цепи (рис.56) мгновенное значение тока в ветви R_1, L равно $i_L = 20 + \sqrt{2}\cdot 10\sin\omega t + \sqrt{2}\cdot 5\sin 2\omega t$, активные сопротивления R_1 и R_2 одинаковы (R_1=R_2=1Ом). При основной угловой частоте ω индуктивное сопротивление x_L=1,5 Ом, а емкостное x_C=3Ом. Найти выражения для мгновенных напряжений на зажимах цепи, тока в ветви R_2, C и в неразветвленной части цепи. Определить активную мощность на зажимах цепи:

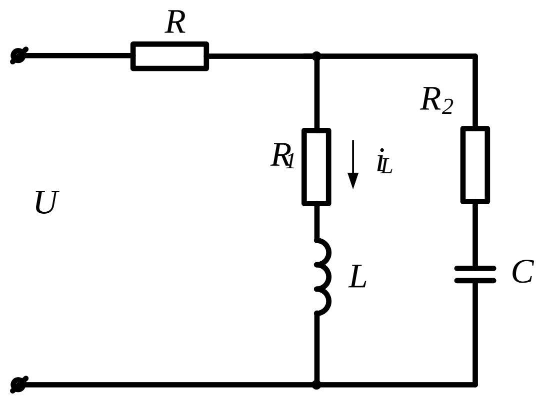


Рисунок 56

Задача 61. К зажимам цепи (рис. 57) подведено периодическое несинусоидальное напряжение $U = \sqrt{2} \cdot 100 \sin \omega t + \sqrt{2} \cdot 50 \sin 3\omega t + \sqrt{2} \cdot 5 \sin \omega t$, где основная частота ω=314 рад/с. Активное сопротивление и емкость в цепи соответственно равны R=2Ом и C=6,36мкФ. Индуктивность L может быть варьируема в широком диапазоне. Определить: а) числовые значения L, соответствующие наступлению в цепи резонанса на частотах трех гармоник напряжения; б) действующие значения тока для этих трех гармоник. Построить кривые действующих токов всех трех гармоник и общего тока в функции L:

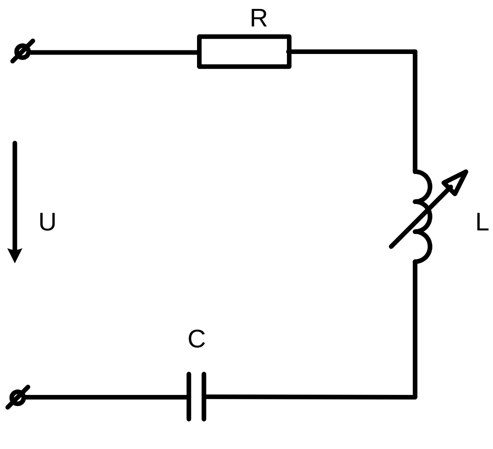


Рисунок 57

Задача 62. К зажимам цепи (рис. 58) приложено периодическое несинусоидальное напряжение $U = 6 + \sqrt{2} \cdot 100 \sin(\omega t - 15^o) + \sqrt{2} \cdot 25 \sin(3\omega t - 30^o)$. Активное сопротивление в неразветвленной части цепи равно R=4Ом. При основной угловой частоте ω индуктивное сопротивление x_L=1Ом, а емкостное x_C=9Ом.

Найти выражения для мгновенных токов на всех участках цепи. Определить показания всех амперметров электромагнитной системы; активную мощность на зажимах цепи:

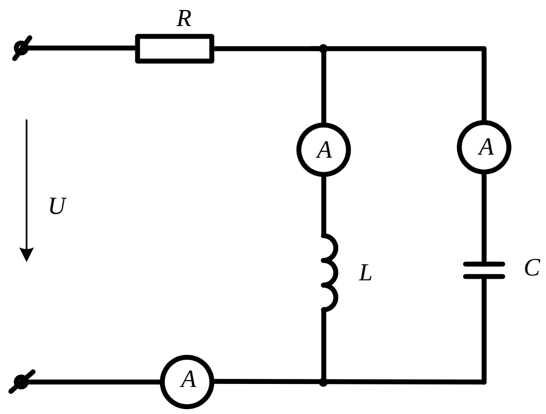


Рисунок 58