

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ефанов Алексей Валерьевич

Должность: Директор Невинномысского технологического института (филиал) СКФУ

Дата подписания: 12.10.2022 09:19:08

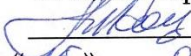
Уникальный идентификатор:

49214306dd433e7a1b0f8632f645f9d53c09e7d0

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬ-
НОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

И. о. зав. кафедрой ИСЭиА

 Колдаев А.И.
«15» 03 2021 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации в бизнесе»

(ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТ)

Направление подготовки/специальность **09.03.02 Информационные системы и тех-
нологии**

Направленность (профиль)/специализация **Информационные системы и технологии
в бизнесе**

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения **заочная**

Год начала обучения **2021**

Изучается в **6** семестре

Предисловие

1. Назначение: для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации в бизнесе» для студентов направления подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии.
2. Фонд оценочных средств текущей и промежуточной аттестации на основе рабочей программы дисциплины «Исследование операций и методы оптимизации в бизнесе» в соответствии с образовательной программой по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии, утвержденной на заседании Учёного совета НТИ (филиал)СКФУ.
3. Разработчик: Тихонов Э.Е., доцент ИСЭиА
4. ФОС рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ИСЭиА.
5. ФОС согласован с выпускающей кафедрой ИСЭиА.

6. Проведена экспертиза ФОС. Члены экспертной группы, проводившие внутреннюю экспертизу:

Председатель: Кузьменко В.В., и.о. директора НТИ (филиал) СКФУ, профессор кафедры гуманитарных и математических дисциплин

Члены экспертной группы:

Должикова М.В. – заместитель директора по учебно-воспитательной работе НТИ (филиал) СКФУ;

Колдаев А.И. – доцент кафедры информационных систем, электропривода и автоматики.

Эксперт, проводивший внешнюю экспертизу:

Остапенко Н.А., – кандидат технических наук, ведущий инженер-конструктор КБ модернизации ООО КИЭП «Энергомера» филиал АО «Электротехнические заводы «Энергомера»

7. Экспертное заключение: фонд оценочных средств отвечает основным требованиям федерального государственного образовательного стандарта и способствует формированию требуемых компетенций.

Срок действия ФОС: на срок реализации образовательной программы.

**Паспорт фонда оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации**

Направление подготовки/специальность **09.03.02 Информационные системы и технологии**

Направленность (профиль)/специализация **Информационные системы и технологии в бизнесе**

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения **заочная**

Год начала обучения **2021**

Изучается в **6** семестре

Код оцениваемой компетенции	Этап формирования компетенции (№ темы) (в соответствии с рабочей программой)	Вид контроля, аттестация (текущий/промежуточный)	Тип контроля (устный, письменный или с использованием технических средств)	Вид контроля	Наименование оценочного средства	Количество заданий для каждого уровня, шт.	
						Пороговый	Продвинутый
ПК -3	Основы моделирования в задачах оптимизации Линейное программирование	Основы моделирования в задачах оптимизации	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1
		Линейное программирование					
ПК -3	Целочисленное программирование Нелинейное программирование	Целочисленное программирование	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1
		Нелинейное программирование					
ПК -3	Динамическое программирование Сетевое планирование	Динамическое программирование	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1
		Сетевое планирование					
ПК -3	Системы массового обслуживания Элементы теор-	Системы массового обслуживания	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1

	рии игр	Элементы теории игр		Зачет с оценкой	Зачет выставляется по результатам текущей оценки в течении семестра		
ПК -3	Балансовые модели	Балансовые модели	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1
		Численные методы решения задач одномерной оптимизации		Зачет Зачет с оценкой	Зачет выставляется по результатам текущей оценки в течении семестра		
ПК -3	Основы моделирования в задачах оптимизации Линейное программирование	Основы моделирования в задачах оптимизации	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1
		Линейное программирование		Зачет с оценкой	Зачет выставляется по результатам текущей оценки в течении семестра		
ПК -3	Целочисленное программирование Нелинейное программирование	Целочисленное программирование	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1
		Нелинейное программирование		Зачет с оценкой	Зачет выставляется по результатам текущей оценки в течении семестра		
ПК -3	Динамическое программирование Сетевое планирование	Динамическое программирование	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1
		Сетевое планирование		Зачет с оценкой	Зачет выставляется по результатам текущей оценки в течении семестра		
ПК -3	Системы массового обслуживания Элементы теории игр	Системы массового обслуживания	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1
		Элементы теории игр		Зачет с оценкой	Зачет выставляется по результатам текущей оценки в течении семестра		

ПК -3	Балансовые модели	Балансовые модели	Устный опрос	Собеседование по результатам выполнения практических работ	Вопросы для собеседования	2	1
		промежуточный		Зачет с оценкой	Зачет выставляется по результатам текущей оценки в течении семестра		

Составитель _____ Э.Е. Тихонов
(подпись)

«__» _____ 2021 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬ-
НОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Вопросы для собеседования

по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации в бизнесе»

Тема 1. Предмет математического программирования

1. Примеры экономических задач, решаемых методами математического программирования.
2. Классификация основных методов математического программирования.
3. Каково содержание основной задачи ЛП?
4. Как строится математическая модель задачи ЛП? Примеры линейных моделей. Различные записи задач ЛП.
5. Определение области допустимых решений. Какие решения называются базисными, опорными, оптимальными?
6. Что называется планом решения задачи ЛП?
7. Каковы условия возможности решения задач ЛП графическим методом?

Тема 2. Симплекс-метод решения задач линейного программирования

1. Симплекс таблицы.
2. Экономическая интерпретация элементов симплексной таблицы.
3. Улучшение опорного решения.
4. Определение ведущих столбца и строки
5. Выбор начального допустимого базисного решения.
6. Введение искусственных переменных.
7. Вырожденные задачи линейного программирования. Зацикливание и его предотвращение.
8. Какова идея Симплекс - метода?
9. Как выбирают разрешающий столбец, разрешающую строку в С-методе?
10. Когда основная задача ЛП не имеет решения?
11. Как найти оптимальное решение задачи из последней симплексной таблицы?
12. Каким свойством обладают оптимальные решения исходной и двойственной задачи?

Тема 3 Двойственность в линейном программировании

1. Двойственные задачи.
2. Экономическая интерпретация пары двойственных задач.
3. Теоремы двойственности, их экономическая интерпретация.
- 4.

Тема 4 . Транспортные задачи

5. Сформулируйте постановку транспортной задачи.
6. Чем отличается закрытая транспортная задача от открытой?
1. Как осуществить переход от открытой транспортной модели к закрытой?
2. Какой план ТЗ называют опорным, оптимальным?
3. Какой опорный план ТЗ является вырожденным?
4. В чем сущность метода потенциалов?
5. Что называется циклом ТЗ?
6. Если добавлен фиктивный пункт запаса, то превышают суммарные потребности или запасы?
7. Как выразить плату за доставку единицы груза в оптимально плане ТЗ?
8. Как узнать, что получен оптимальный план ТЗ?
9. Сформулировать постановку ТЗ с ограничениями по пропускной способности.
10. Каковы условия разрешимости задачи?
11. Какова сущность метода потенциалов решения ТЗ с ограничениями по пропускной способности?
12. Какова сущность венгерского метода решения ТЗ? Каковы его достоинства?

Тема 5 Целочисленное программирование

1. Постановка задачи.
2. Примеры целочисленных моделей.
3. Методы решения задач целочисленного программирования.
4. Метод Гомори.
5. Метод ветвей и границ.
6. Постановка задачи о коммивояжере.
7. Понятие о приближенных методах.

Тема 6 Нелинейное программирование

1. Методы одномерной оптимизации.
2. Унимодальные функции.
3. Методы поиска.
4. Методы дихотомии и золотого сечения.
5. Общая задача нелинейного программирования.
6. Градиентные методы безусловной оптимизации.
7. Выпуклое программирование.
8. Метод штрафов.
9. Теорема Куна-Таккера, ее связь с теорией двойственности в линейном программировании.

Тема 7 Динамическое программирование

1. Постановка задачи.
2. Основные определения.
3. Принцип оптимальности.
4. Рекуррентные уравнения Беллмана.
5. Примеры решения задач математического программирования методом Беллмана.

Тема 8 Сетевое планирование

1. Сеть проекта.
2. Критический путь, время завершения проекта.
3. Резервы событий, резервы операций.

Тема 9. Теория игр – теория математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликта и неопределенности

1. Игра как математическая модель конфликта.
2. Основные понятия теории игр.
3. Классификация игр.
4. Примеры бескоалиционных игр
5. Антагонистические игры.
6. Матричные игры.
7. Смешанные стратегии.
8. Графоаналитический метод решения игр.
9. Матричные игры и линейное программирование.

Показатели, критерии и шкала оценивания устных ответов на учебных занятиях семинарского типа

Критерии оценивания:

- 1) полнота и правильность ответа;
- 2) степень осознанности, понимания изученного.

Показатели и шкала оценивания

Оценка	Параметр
5	студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
4	студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.
3	студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но: излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.
2	ставится, если студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

1.2 Темы письменных практических работ

Тема 1. Предмет математического программирования

1. Решить графическим методом задачу линейного программирования:

$$z = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 - x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

2. Решить графическим методом задачу линейного программирования:

$$z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 11 \\ -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - 3x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. Для изготовления изделий вида A и B используются три вида сырья S_1, S_2, S_3 . В таблице приведены запасы сырья каждого вида, которыми располагает предприятие, а также нормы расхода сырья на производство единицы изделия каждого вида. Известно, что прибыль от реализации одного изделия типа A составляет 6 ден. ед., а от реализации изделия типа B - 4 ден. ед.

Виды сырья	Запасы Сырья (усл. ед.)	Нормы расхода сырья на одно изделие (усл. ед.)	
		Изделие A	Изделие B
Сырье S_1	264	12	3
Сырье S_2	136	4	5
Сырье S_3	266	3	14

Составить план производства изделий A и B , обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

1) Решить задачу графически.

2) Выполнить исследование на чувствительность полученного оптимального плана на основе графического решения. Для этого:

а) выявить связывающие и несвязывающие ограничения, дефицитные и недефицитные ресурсы;

б) как влияет увеличение запасов дефицитных видов ресурсов на оптимальное решение;

в) указать на сколько можно уменьшить запасы (лимиты) недефицитного ресурса без изменения оптимального плана и уменьшения дохода (в каждом случае менять запасы по одному виду ресурсов);

г) оценить границы изменения коэффициентов выражения целевой функции, при которых оптимальное решение не меняется.

Тема 2. Симплекс-метод решения задач линейного программирования

Задача №1

Найти $F_{\max} = 9x_1 + 10x_2 + 16x_3$, при ограничениях:

$$\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 \leq 360 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leq 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 180 \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

Тема 3 Двойственность в линейном программировании

Составьте задачи двойственные к следующим:

$$F = 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + 3 \rightarrow \min$$

Тема 4 . $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \leq 3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 7 \end{cases}$ **Транспортные задачи**

Задача 1. Автотранспортная фирма “Карланд” обеспечивает доставку одних и тех же строительных блоков с двух бетонных заводов АО “Бетон” на три строительных площадки. На первую площадку требуется доставить b_1 , на вторую – b_2 и на третью – b_3 бетонных блоков. С первого завода должны быть отгружены a_1 , со второго – a_2 бетонных блока. Тарифы на перевозку одного блока с каждого из заводов на соответствующую площадку приведены в таблице:

Площадка	№ 1	№ 2	№ 3	Отгрузка
Завод 1	70	40	60	$a_1 = 120$
Завод 2	30	80	50	$a_2 = 80$
Заказ	$b_1 = 70$	$b_2 = 80$	$b_3 = 50$	

Тема 5. Целочисленное программирование

Найти полностью целочисленные решения задач:

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 32 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases}$$

Тема 6. Нелинейное программирование

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

- 1) Построить область допустимых значений переменных.
- 2) Найти максимальное значение функции $F(x)$ без учета ограничений на переменные, используя:
 - а) метод наискорейшего спуска
 - б) метод Ньютона
 Процесс оптимизации начинать с точки x^0 .
- 3) Найти максимальное значение функции $F(x)$ с учетом системы ограничений задачи, используя:
 - а) метод допустимых направлений Зойтендейка
 - б) условия теоремы Куна-Таккера
 Процесс оптимизации начинать с точки x^0 .

$$F(x) = x_1^2 + 5x_2^2 + 4x_1x_2 + 5x_1 + 7x_2$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 - 14 \leq 0 \\ 5x_1 - x_2 - 31 \leq 0 \end{cases}$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

$$x^0 = [3; 2]$$

Тема 7. Динамическое программирование

Совет директоров фирмы рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырех предприятиях, принадлежащих фирме.

Для модернизации предприятий совет директоров инвестирует средства в объеме 250 млн р. с дискретностью 50 млн р. Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы, его значения представлены предприятиями и содержатся в таблице.

Найти распределение инвестиций между предприятиями, обеспечивающее фирме максимальный прирост выпуска продукции, причем на одно предприятие можно осуществить только одну инвестицию.

Ивестиции, млн. руб	Прирост выпуска продукции, , млн. руб			
	Предприятие 1	Предприятие 2	Предприятие 3	Предприятие 4
50	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
100	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}
150	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}
200	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}
250	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}

Значения коэффициентов условия задачи

№ варианта Значения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_{11}	5	8	11	10	12	21	22	23	25	15
a_{12}	7	10	12	9	13	20	23	24	26	12
a_{13}	6	7	10	7	11	22	24	25	27	17
a_{14}	4	10	11	8	11	23	21	22	28	13
a_{21}	9	13	16	15	17	30	31	32	34	32
a_{22}	10	12	15	16	15	28	30	31	33	30
a_{23}	8	14	17	23	16	31	32	33	35	33
a_{24}	11	13	14	14	18	29	29	30	35	31
a_{31}	21	22	23	24	23	42	43	44	46	39
a_{32}	20	21	24	22	25	41	41	43	46	38
a_{33}	21	22	22	20	21	40	42	42	45	40
a_{34}	19	23	25	21	22	41	40	41	44	37
a_{41}	33	31	32	33	34	51	52	53	57	46
a_{42}	34	38	31	34	33	52	53	52	58	45
a_{43}	32	29	32	31	35	53	51	54	56	47
a_{44}	35	30	30	32	34	50	53	55	55	44
a_{51}	38	39	38	40	42	62	63	70	78	52

a_{52}	39	40	39	39	41	63	64	72	77	54
a_{53}	40	38	40	41	43	61	65	71	79	60
a_{54}	41	41	38	40	44	64	66	73	80	63

Тема 8. Сетевое планирование

1. Составить сетевой график, определить характеристики сетевого плана, длительности работ которого представлены в таблице:

№ п/п	шифр работы	продолжительность работы	№ п/п	шифр работы	продолжительность работы
	$i \rightarrow j$	t_{ij}		$i \rightarrow j$	t_{ij}
1	$1 \rightarrow 2$	m	10	$5 \rightarrow 9$	$m+1$
2	$1 \rightarrow 3$	n	11	$6 \rightarrow 7$	4
3	$1 \rightarrow 4$	4	12	$6 \rightarrow 8$	3
4	$2 \rightarrow 4$	3	13	$7 \rightarrow 8$	7
5	$2 \rightarrow 6$	5	14	$7 \rightarrow 9$	m
6	$3 \rightarrow 4$	2	15	$7 \rightarrow 10$	5
7	$3 \rightarrow 6$	6	16	$8 \rightarrow 10$	4
8	$4 \rightarrow 5$	3	17	$9 \rightarrow 10$	n
9	$4 \rightarrow 7$	$n+1$			

На сетевом графике указать номера событий, ранние и поздние сроки свершения событий, резервы времени событий, найти критическое время завершения проекта.

Построить две таблицы (№1 и № 2) и представить в них результаты:

в таблице № 1 – номера событий; ранние и поздние сроки свершения событий; резервы времени событий;

в таблице № 2 – шифры работ (i, j); продолжительности работ; ранние сроки начала и окончания работ; поздние сроки начала и окончания работ; резервы времени работ: полный, гарантированный, свободный, независимый. Подчеркните работы, лежащие на критическом пути.

Определить критические пути.

Тема 9. Теория игр

Задача 1. Каждый из двух игроков А и В независимо друг от друга кладет на стол монету в 1 рубль или в 2 рубля. Если монеты одинаковые, то выигрывает игрок А, если разные - игрок В. Выигрыш равен сумме достоинств монет. Необходимо построить платежную матрицу игры.

Задача 2. Найдите нижнюю и верхнюю цены игры для игры, заданной матрицей:

$$H = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Пусть игра задана матрицей

$$H = \begin{pmatrix} 1,5 & -2 & 3 \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

Исследовать игру на наличие оптимальных стратегий.

Задача 4. Платежная матрица приведена в таблице 1. Здесь XYZ – последние три цифры зачетки. Решить игру. Найти нижнюю и верхнюю цену игры. Имеется ли в игре седло-

вая точка?

	F1	F2	F3
E1	-X	-Y	-Z
E2	-12	-20	-24
E3	-5	-21	-45

Задача 5. Решить игру 3*3 в смешанных стратегиях аналитическим и графическим способом.

	B1	B2	B3
A1	4	4	3
A2	5	2	1
A3	4	1	4

Показатели, критерии и шкала оценивания письменной практической работы

Оценка	Параметр
5	ставится, если студент выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.
4	ставится, если студент выполнил требования к оценке «5», но допущены 2-3 недочета.
3	ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.
2	ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов

1.3 Тесты для текущего контроля знаний

Тесты. Линейное программирование

- В задаче линейного программирования требуется найти:
 - значение целевой функции;
 - значения переменных, удовлетворяющих системе ограничений;
 - значения переменных, обеспечивающих $\max(\min)$ целевой функции;
 - неотрицательные значения переменных, которые обеспечивают экстремум целевой функции, удовлетворяя системе ограничений.
- Областью допустимых планов ЗЛП называется множество:
 - переменных, удовлетворяющих целевой функции;
 - неотрицательных переменных;
 - угловых точек многогранника решений;
 - переменных, удовлетворяющих системе ограничений и условиям неотрицательности.
- Критерий прекращения счета в симплекс-методе задачи минимизации ЛП: в индексной строке все элементы

- а) неотрицательны; б) отрицательны;
в) не положительны; г) положительны.

4. Задача ЛП $\max f(\bar{x}) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$
 $Ax \leq B, \quad x_j \geq 0; \quad j = \overline{1, n}$

- имеет вид: а) общий; в) стандартный;
б) матричный; г) канонический.

5. Искусственная переменная входит в целевую функцию задачи ЛП максимизации с коэффициентом:

- а) + M; б) 1; в) - M; г) 0.

6. Дана симплексная таблица

Баз. пер.	C_j баз	B	\bar{A}_1	\bar{A}_2	\bar{A}_3	\bar{A}_4	\bar{A}_5	\bar{A}_6	\bar{A}_7	\bar{A}_8
X_5	0	321,6	-0,1	0,7	0	0	1	0	-0,35	1/15
X_6	0	80	-5	-21	0	0	0	1	-2,5	0
X_4	40	70	0,6	0,8	0	1	0	0	0,1	-1/15
X_3	50	6,4	0,35	0,55	1	0	0	0	-0,025	0,1
		600	11,5	34,5	0	0	0	0	2,75	2,333

Оптимальное решение данной задачи ЛП имеет вид:

- а) $\max 600 (0;0;40;50;0;0;0;0)$;
б) $\min 600 (321,6;80;70;6,4;0;0;0;0)$;
в) $\max 600 (0;0; 321,6;80;70;0;0;0)$;
г) $\max 600 (0;0; 6,4;70;321,6;80;0;0)$.

7. В задаче $F(x) = 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 9x_4 \rightarrow \max$

при ограничениях:
$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 360 \\ 20x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 30x_4 = 400 \\ 10x_1 + 14x_2 + 8x_3 + 12x_4 = 134 \\ 6x_1 + 9x_2 + 12x_3 + 3x_4 \geq 96 \\ x_j \geq 0; \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

для ручного симплекс-метода необходимо число дополнительных и искусственных переменных:

- а) 2 и 2; б) 1 и 2; в) 1 и 3; г) 2 и 3; д) 2 и 4.

8. Если ресурс использован полностью, то соответствующая ему двойственная оценка:

- а) неотрицательна; б) положительна; в) равна 0; г) любая по знаку.

8. Дана симплексная таблица

Баз. пер.	C_i баз	B	1	2	4	1
			x_1	x_2	x_3	x_4
x_4	1	5	3	0	-2	1
x_2	2	9	3	1	-1	0

Z		23	8	0	-8	0
---	--	----	---	---	----	---

Математическая модель данной задачи имеет вид:

$$Z = x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

а) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_3 \leq 5 \\ 3x_1 - x_3 \leq 9 \\ x_j \geq 0; \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 9 \\ x_j \geq 0; \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$

$$Z = x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

в) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_3 \leq 5 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 9 \\ x_j \geq 0; \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_3 \leq 9 \\ x_j \geq 0; \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$

9. Искусственная переменная входит в целевую функцию задачи минимизации ЛП с коэффициентом:

- а) + M; б) 1; в) - M; г) $\min Z = 10$.

10. Дана симплексная таблица

Баз. пер.	C _{i баз}	B	1	2	4	1
			x ₁	x ₂	x ₃	x ₄
x ₄	1	5	3	0	-2	1
x ₂	2	9	3	1	-1	0
Z		23	8	0	-8	0

Особенности решения данной задачи линейного программирования:

- а) функция Z не ограничена снизу;
 б) не ограничена область допустимых решений;
 в) не ограничена функция Z сверху и область допустимых решений;
 г) система ограничений несовместна.

11. В данной симплексной таблице

Баз. пер.	C _{i баз}	B	1	2	4	1
			x ₁	x ₂	x ₃	x ₄
x ₄	1	4	3	0	-2	1
x ₂	2	3	3	1	-1	0
Z		10	8	0	-8	0

значение целевой функции равно:

- а) $\max Z = 10$; б) $\min Z = \infty$; в) $\max Z = \infty$; г) $\min Z = 10$.

12. Для того чтобы X и Y были оптимальными планами исходной и двойственной задачи ЛП, необходимо и достаточно, чтобы:

- а) все ресурсы были использованы; б) $\max F(X) = \min F(Y)$;
 в) существование допустимого плана; г) $\max F(X) = \min Z(Y)$.

13. Задача линейного программирования $f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$

$$\overline{A}_1 x_1 + \overline{A}_2 x_2 + \dots + \overline{A}_n x_n \leq \overline{B}$$

$$x_j \geq 0; \quad j = \overline{1, n}$$

задана в форме записи:

- а) матричной; б) канонической; в) стандартной; г) векторной.

14. В данной симплексной таблице

Баз. пер.	C_i баз	B	1	2	4	1
			x_1	x_2	x_3	x_4
x_4	1	4	3	0	-2	1
x_2	2	3	3	1	-1	0
Z		10	8	0	-8	0

опорный план равен:

а) (0,2,0,1); б) (3,1,-2,1); в) не существует; г) (0,3,0,4).

15. Разрешающий столбец задачи максимизации ЛП определяют по

- а) наименьшему из отрицательных элементов в индексной строке;
- б) наибольшему из неотрицательных элементов индексной строки;
- в) наибольшему модулю отрицательных элементов индексной строки;
- г) а, в верно; д) б, в верно.

16. Любую точку многогранника планов задачи ЛП можно представить как линейную комбинацию его:

- а) внутренних точек; б) угловых точек;
- в) граничных точек; г) допустимых точек.

17. Основная идея симплекс-метода:

- а) перебор всех вершин многогранника планов;
- б) переход от одной вершины к другой так, что значение целевой функции не меньше в задаче максимизации и не больше в задаче минимизации;
- в) перебор всех опорных планов;
- г) кратчайший переход от одной угловой точки к другой;
- д) а, б верно; е) б, в верно; ж) б, г верно; з) в, г верно.

18. Для существования оптимального плана любой из пары двойственных задач необходимо и достаточно

19. Выпуклой линейной комбинацией точек x_1, x_2, \dots, x_n называется точка

$$X = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_n x_n, \quad \text{где}$$

- а) $\lambda_j \geq 0, j = \overline{1, n}$;
- б) $x_j \geq 0, j = \overline{1, n}$;
- в) $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = 1$;
- г) $\lambda_j \geq 0; \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$.

20. Если в индексной строке последней симплексной таблицы (содержащей оптимальный план) имеется хотя бы одна нулевая оценка, соответствующая свободной переменной, то ЗЛП имеет:

- а) бесконечное множество оптимальных планов;
- б) единственный оптимальный план;
- в) альтернативный оптимум;
- г) а, в верно; д) б, в верно.

21. В задаче линейного программирования:

$$F(x) = 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 9x_4 \rightarrow \max$$

$$\text{при ограничениях: } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 360 \\ 20x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 30x_4 = 400 \\ 10x_1 + 14x_2 + 8x_3 + 12x_4 = 134 \\ 6x_1 + 9x_2 + 12x_3 + 3x_4 \geq 96 \\ x_j \geq 0; \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

знаки двойственных оценок:

- а) $y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; y_3 \geq 0; y_4 \geq 0;$
- б) $y_1 \geq 0; y_2 = 0; y_3 = 0; y_4 \geq 0;$
- в) $y_1 \geq 0; y_2$ и y_3 любые по знаку; $y_4 \geq 0;$
- г) $y_1 \geq 0; y_2 \leq 0; y_3 \leq 0; y_4 \geq 0;$

22. Если в оптимальном плане М-задачи не все искусственные переменные равны нулю, то задача имеет:

- а) бесконечное множество оптимальных планов;
- б) единственный оптимальный план;
- в) система ограничений исходной задачи несовместна;
- г) целевая функция не ограничена.

23. Для исходной задачи линейного программирования

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 7x_2 + 4x_3 \quad \text{при} \quad \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 14 \\ 5x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 40 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

двойственная задача имеет вид:

$$\begin{array}{ll} f(\bar{y}) = -14y_1 + 40y_2 \rightarrow \min & f(\bar{y}) = 14y_1 + 40y_2 \rightarrow \min \\ \text{а) } \begin{cases} 2y_1 + 5y_2 = 2 \\ -3y_1 + 6y_2 \geq 7 \\ y_1 + 5y_2 = 0 \\ y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} 2y_1 + 5y_2 \geq 2 \\ 3y_1 + 6y_2 \geq 7 \\ y_1 + 5y_2 \geq 4 \\ y_2 \geq 0; \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} f(\bar{y}) = 14y_1 + 40y_2 \rightarrow \min & f(\bar{y}) = -14y_1 + 40y_2 \rightarrow \min \\ \text{в) } \begin{cases} 2y_1 + 5y_2 \geq 2 \\ -3y_1 + 6y_2 \geq 7 \\ y_1 + 5y_2 \geq 4 \\ y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} 2y_1 + 5y_2 = 2 \\ -3y_1 + 6y_2 \leq 7 \\ y_1 + 5y_2 = 4 \\ y_1 \geq 0; y_2 \geq 0. \end{cases} \end{array}$$

24. Если оптимальное решение задачи линейного программирования достигается в 2-х угловых точках, то имеем:

- а) значения целевой функции в них равны;
- б) имеем альтернативный оптимум;
- в) бесконечное множество оптимальных планов;
- г) все ответы верны.

25. Двойственная оценка численно равна изменению:

- а) ресурсов;

- б) целевой функции при изменении соответствующего ресурса на единицу;
 в) приращению функции цели, вызванным малым изменением свободного члена соответствующего ограничения ЗЛП;
 г) б, в верно,
 д) а, в верно.

Тесты. Транспортные задачи

1. Критерий оптимизации транспортной задачи:
 а) минимум затрат на продукцию;
 б) удовлетворение всех затрат потребителей;
 в) максимум прибыли;
 г) минимум затрат на доставку продукции.
2. Необходимое и достаточное условие решения транспортной задачи в области допустимых решений:
 а) сумма запасов больше суммы заявок;
 б) количество пунктов запаса равно количеству пунктов потребителей;
 в) сумма запасов равна сумме заявок;
 г) ацикличность.

3. Транспортная задача

Заявки	600	300+в	100
Запасы			
к+в			
400			

закрыта при к равном: а) 100; б) 300; в) 600; г) 400.

4. В транспортной задаче m поставщиков и n потребителей, тогда число переменных равно:
 а) $m + n$; б) $m \times n$; в) $m + n - 1$; г) n .
5. Если $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$ в транспортной задаче, то для ее решения следует ввести: а)
 фиктивного поставщика; б) фиктивного потребителя;
 в) фиктивного поставщика и потребителя; г) $c_{ij}=0$.

6. В транспортной задаче m поставщиков и n потребителей, тогда ограничения по запасам:

- а) $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$; б) $\sum_{i=1}^m a_i \leq \sum_{j=1}^n b_j$;
 в) $x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} = a_i, \quad i = \overline{1, m}$;
 г) $x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{mj} = b_j, \quad j = \overline{1, n}$.

7. В транспортной задаче (m поставщиков и n потребителей) вводят фиктивного поставщика, если:

- а) $\sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j$; б) $\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$;

$$\text{в) } \sum_{i=1}^m a_i \leq \sum_{j=1}^n b_j; \quad \text{г) } \sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j.$$

8. В транспортной задаче (m поставщиков и n потребителей) вводят фиктивного потребителя, если:

$$\text{а) } \sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j; \quad \text{б) } \sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j;$$

$$\text{в) } \sum_{i=1}^m a_i \leq \sum_{j=1}^n b_j; \quad \text{г) } \sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j.$$

9. Если в транспортной задаче (m поставщиков и n потребителей) ограничения по потребностям имеют вид $\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_i \quad (j = \overline{1, n})$, то:

- а) суммарных запасов больше, чем суммарных потребностей;
- б) суммарных запасов меньше, чем суммарных потребностей;
- в) суммарных запасов не меньше, чем суммарных потребностей;
- г) суммарных запасов не больше, чем суммарных потребностей.

10. В транспортной задаче (m – число поставщиков n – число потребителей) ранг системы ограничений равен:

- а) $m + n$; б) $m \times n$; в) $m + n - 1$; г) n .

11. Опорное решение системы ограничений транспортной задачи должно иметь базисных переменных:

- а) $m + n$; б) $m + n - 1$; в) $m \times n$; г) $mn - 1$.

12. Особенности системы ограничений математической модели закрытой транспортной задачи:

- а) коэффициенты при всех неизвестных по 1;
- б) каждая переменная встречается только в двух уравнениях;
- в) система уравнений транспортной задачи симметрична относительно всех переменных x_{ij} ;
- г) матрица, составленная из коэффициентов при переменных x_{ij} , состоит из единиц и нулей, причем каждый столбец матрицы содержит два элемента равных 1, а остальные – 0;
- д) все ответы верны;

13. Метод нахождения оптимального плана закрытой транспортной задачи:

- а) Фогеля; б) северо-западного угла;
- в) потенциалов; г) минимального элемента.

14. Опорный план закрытой транспортной задачи содержит свободных переменных:

- а) $m + n - 1$; б) $mn - 1$; в) mn ; г) $mn - (m + n - 1)$.

15. Математическая модель, соответствующая транспортной таблице

Заявки Запасы	20	30	10
40	7	2	3
60	4	5	6

имеет вид:

$$Z = 7x_{11} + 2x_{12} + 3x_{13} + 4x_{21} + 5x_{22} + 6x_{23} \rightarrow \min$$

$$\text{a) } \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 40 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 60 \\ x_{ij} \geq 0; i = \overline{1,2}; j = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$Z = 7x_{11} + 2x_{12} + 3x_{13} + 4x_{21} + 5x_{22} + 6x_{23} \rightarrow \min$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 40 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 60 \\ x_{11} + x_{21} = 20 \\ x_{12} + x_{22} = 30 \\ x_{13} + x_{23} = 10 \\ x_{ij} \geq 0; i = \overline{1,2}; j = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$Z = 7x_{11} + 2x_{12} + 3x_{13} + 4x_{21} + 5x_{22} + 6x_{23} \rightarrow \min$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_{11} + x_{21} = 20 \\ x_{12} + x_{22} = 30 \\ x_{13} + x_{23} = 10 \\ x_{ij} \geq 0; i = \overline{1,2}; j = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$Z = 7x_{11} + 2x_{12} + 3x_{13} + 4x_{21} + 5x_{22} + 6x_{23} \rightarrow \min$$

$$\text{г) } \begin{cases} 7x_{11} + 2x_{12} = 40 \\ 4x_{21} + 5x_{22} = 60 \\ x_{11} + x_{21} = 20 \\ x_{12} + x_{22} = 30 \\ x_{13} + x_{23} = 10 \\ x_{ij} \geq 0; i = \overline{1,2}; j = \overline{1,3} \end{cases}$$

16. Математической модели транспортной задачи

$$Z = 2x_{11} + 7x_{12} + 19x_{13} + x_{21} + 4x_{22} + 14x_{23} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 250 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 400 \\ x_{11} + x_{21} \leq 100 \\ x_{12} + x_{22} \leq 300 \\ x_{13} + x_{23} \leq 500 \\ x_{ij} \geq 0; i = \overline{1,2}; j = \overline{1,3} \end{cases}$$

соответствует транспортная таблица:

а)

Заявки \ Запасы	100	300	500
250	2	7	19
400	1	4	14

б)

Заявки \ Запасы	250	400
100	2	7
300	19	1
500	4	14

в)

Заявки \ Запасы	100	300	500
250	2	7	19
400	1	4	14
250	0	0	0

г) а, в – верно; д) б, в – верно.

17. Количество занятых клеток поставщиками в оптимальном плане транспортной задачи (m поставщиков и n потребителей) равно:

а) $m + n$; б) $m \times n$; в) $m + n - 1$; г) количеству поставщиков.

18. Условия оптимальности плана закрытой транспортной задачи:

а) сумма платежей за доставку единицы груза не больше тарифа в свободных клетках транспортной таблицы;

б) сумма платежей за доставку единицы груза не меньше тарифа, в занятых клетках транспортной таблицы;

в) сумма платежей за доставку единицы груза равна тарифу в занятых и не больше в свободных клетках транспортной таблицы;

г) сумма платежей за доставку единицы груза меньше тарифа в свободных и больше в занятых.

19. План транспортной задачи (m поставщиков и n потребителей) оптимальный, если в транспортной таблице:

$$а) \begin{cases} u_i + v_j = c_{ij} & \text{в свободных клетках;} \\ u_i + v_j \leq c_{ij} & \text{в занятых клетках.} \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} u_i + v_j = c_{ij} & \text{в занятых клетках;} \\ u_i + v_j \leq c_{ij} & \text{в свободных клетках.} \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} m + n - 1 \text{ занято клеток;} \\ u_i + v_j = c_{ij} & \text{в свободных клетках.} \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} m + n - 1 \text{ занято клеток;} \\ u_i + v_j \leq c_{ij} \text{ в свободных клетках;} \\ \text{ацикличность.} \end{cases}$$

20. Цикл транспортной таблицы (m поставщиков и n потребителей) в закрытой транспортной задаче -

- а) замкнутая ломаная, вершины которой в занятых клетках;
- б) замкнутая ломаная, в вершинах которой поворот на 90° ;
- в) замкнутая ломаная, с вершинами в занятых клетках, в которых совершается поворот на 90° ;
- г) нет верного ответа.

21. Цикл перепоставки необходим в транспортной задаче (m поставщиков и n потребителей), если:

- а) переплата в свободных клетках;
- б) занято поставками клеток $m + n - 1$;
- в) $\sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j$; г) $u_i + v_j = c_{ij}, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$.

22. В транспортной задаче на сети из n пунктов количество базисных ребер равно:

- а) $m + n$; б) $m + n - 1$; в) $(n - 1)(m - 1)$; г) $n - 1$.

23. План поставок в транспортной таблице

Заявки \ Запасы	500	300	200	u_i
400	400 3	4	2	0
600	100 5	6	7	2
v_j	3	4	5	

- является: а) оптимальным; б) вырожденным;
 в) опорным; г) недопустимым.

24. По заданным в таблице значениям потенциалов

Заявки \ Запасы	45	15	40	u_i
25	4	5	4	0
55	2	6	1	1
20	7	3	2	-2
v_j	1	5	4	

опорное решение равно: а) $\begin{pmatrix} 5 & L & 20 \\ L & 15 & L \\ 40 & L & 20 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} L & 5 & 20 \\ 45 & 10 & L \\ L & L & 20 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} L & L & 20 \\ 25 & 10 & 20 \\ 20 & L & L \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} L & 15 & 10 \\ 25 & L & 30 \\ 20 & L & L \end{pmatrix}$.

25. В транспортной задаче на сети цикл перепоставок строится по ребрам:

- а) свободным; б) базисным; в) занятым;
 г) б, в – верно; д) а, б – верно.

26. В транспортной задаче на сети (m поставщиков и n потребителей) решение оптимально, если оценки $\Delta = |u_i - v_j| - c_{ij}$ свободных ребер:

- а) больше 0; б) не больше 0; в) меньше 0; г) равны 0.

27. Необходимое условие разрешимости транспортной задачи (m поставщиков и n потребителей) с ограничениями на пропускную способность:

а) $\sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j$; б) $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$;

в) $\sum_{j=1}^n d_{ij} < a_i$; г) $\sum_{j=1}^n x_{ij} < a_i$.

28. Достаточное условие разрешимости транспортной задачи (m поставщиков и n потребителей) с ограничениями на пропускную способность:

а) $\sum_{j=1}^n d_{ij} < a_i \quad i = \overline{1, m}$; б) $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$;

в) $\sum_{j=1}^n d_{ij} > a_i \quad i = \overline{1, m}$;

- г) существование хотя бы одного допустимого решения.

29. Для оптимального решения транспортной задачи с ограничениями на пропускную способность необходимо и достаточно существование потенциалов u_i ($i = \overline{1, m}$) и v_j ($j = \overline{1, n}$) таких, что выполняются условия для клеток:

а) $c_{ij} + u_i - v_j \geq 0$ пустых;
 $c_{ij} + u_i - v_j \leq 0$ занятых, но не базисных;
 $c_{ij} + u_i - v_j = 0$ базисных.

б) $c_{ij} + u_i - v_j \leq 0$ пустых;
 $c_{ij} + u_i - v_j \geq 0$ базисных;
 $c_{ij} + u_i - v_j \geq 0$ занятых, но не базисных.

в) $c_{ij} + u_i - v_j \leq 0$ базисных;
 $c_{ij} + u_i - v_j \geq 0$ пустых;
 $c_{ij} + u_i - v_j \geq 0$ занятых, но не базисных.

г) $c_{ij} + u_i - v_j \leq 0$ пустых;
 $c_{ij} + u_i - v_j = 0$ занятых, но не базисных;
 $c_{ij} + u_i - v_j \geq 0$ базисных.

30. Оптимальный план транспортной задачи

Заявки \ Запасы	45	15	40	u_i
25	4	5	4	0
55	2	6	1	-2
20	7	3	2	-1
v_j	4	4	3	

равен: а) $\begin{pmatrix} 5 & L & 20 \\ 40 & 15 & L \\ \dots & L & 20 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 25 & \dots & \dots \\ 20 & \dots & 35 \\ \dots & L & 15 & 5 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 5 & L & 20 \\ 20 & 15 & L & 20 \\ 20 & L & \dots \end{pmatrix}$.

Тесты. Динамическое программирование

1. Динамическое программирование применяют для решения задач:

- а) дискретных;
- б) блочных;
- в) дробно-линейных;
- г) оптимизационных, связанных с многошаговыми процессами.

2. Основной принцип метода динамического программирования:

- а) разработка управленческого решения;
- б) введение функции Беллмана;
- в) если на первом шаге принято решение, то дальнейшее решение должно приниматься таким образом, чтобы за оставшееся число шагов достичь максимального (минимального) результата.

3. Смысл функции Беллмана:

- а) максимальная прибыль;
- б) минимальные затраты;
- в) максимальная эффективность многошагового процесса, состоящего из k шагов;
- г) максимальное количество продукции.

4. Математическая модель задачи:

$$\varphi_1(x_1) + \varphi_2(x_2) + \dots + \varphi_n(x_n) \rightarrow \max$$

при ограничениях:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = A$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}$$

является моделью (указать соответствие программирования), если функции $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ заданы

- | | |
|------------------|--------------------|
| а) линейного | 1) таблично |
| б) нелинейного | 2) дробно-линейные |
| в) динамического | 3) нелинейные |

5. При решении задачи о распределении ресурсов смысл функции Беллмана $f_k(x)$:

- а) максимальное количество продукции, которое может выпустить одно k -тое предприятие;
- б) максимальное количество продукции, которое могут выпустить k предприятий, когда между ними распределено x единиц ресурса;
- в) максимальное количество продукции, которое могут выпустить k предприятий, когда k -му предприятию выделено x единиц ресурса.

6. В задаче об оптимальном распределении ресурсов смысл выражения $\varphi_{k+1}(t) + f_k(x - t)$:
- $k+1$ – предприятие, получив $0 \leq t \leq x$ единиц ресурса, выпускает $\varphi_{k+1}(t)$ единиц продукта;
 - на долю первых k предприятий остается $x - t$ единиц ресурса;
 - общий выпуск продукции $k+1$ – м предприятиями, когда $k+1$ – му выделено t единиц ресурса и остатки $(x - t)$ остальным k предприятиям.
7. Для проверки правильности расчетов (самоконтроль) находят количество:
- общих ресурсов;
 - выпускаемой продукции каждым предприятием при распределении ресурсов между ними по исходной информации;
 - суммарной выпускаемой продукции всеми предприятиями при данном распределении ресурса между ними по исходной информации.
8. В задаче об оптимальной эксплуатации оборудования основной принцип:
- если оборудование не вышло из строя, то «сохранить»;
 - решение «сохранить» или «заменить» принимать в начале года;
 - если доход от действующего оборудования больше чем от нового, то решение «сохранить», в противном случае - «заменить».
9. В задаче об оптимальной эксплуатации оборудования функция Беллмана $f_k(t)$ имеет смысл:
- доход от эксплуатации оборудования за t лет в k – том году;
 - максимальный доход, который может быть получен от эксплуатации оборудования возраста t за k лет его эксплуатации при оптимальной политике замены;
 - максимальный доход от эксплуатации оборудования возраста t в k –том году.
10. Доход, который можно получить от эксплуатации нового оборудования за 1 год, равен:
- $\varphi(t)$; б) $f_1(t)$; в) $\varphi(0)$; г) $f_1(0)$.
11. Смысл функции Беллмана $f_{k+1}(t)$:
- максимальный доход от эксплуатации оборудования возраста t за один $k + 1$ год;
 - доход, который можно получить от эксплуатации оборудования за один $(k + 1)$ год;
 - максимальный доход от эксплуатации оборудования возраста t за все $(k + 1)$ год эксплуатации.
12. Выражение $\max(\varphi(t); -c + \varphi(0))$ имеет смысл:
- максимальный доход который можно получить от эксплуатации оборудования за один год;
 - максимальный доход, который можно получить либо от действующего, либо от нового оборудования по истечении года эксплуатации;
 - $f_1(t)$.
13. Смысл выражения $-c + \varphi(0)$:
- доход от нового оборудования;
 - максимальный доход, от нового оборудования за первый год эксплуатации;
 - доход от нового оборудования по истечении года эксплуатации.
14. Смысл выражения $-c + \varphi(0) + f_k(1)$:
- максимальный доход от эксплуатации нового оборудования за все $(k + 1)$ лет;
 - доход от эксплуатации нового оборудования по истечении одного $k + 1$ года;
 - доход, который можно получить от нового оборудования за $k + 1$ год эксплуатации.
15. Если в начале года сохранить оборудование возраста t лет, то доход от его эксплуатации за $k+1$ год составит сумму:

- а) $\varphi(t) + f_1(t + 1)$; б) $\varphi(t + 1) + f_{k+1}(t)$;
 в) $\varphi(t) + f_k(t + 1)$; г) $\varphi_k(t) + f_1(t + 1)$.

16. Если в начале года заменить действующее оборудование на новое, то за $k+1$ год его эксплуатации доход от него будет равен:

- а) $-c + \varphi(0) + f_k(t)$; б) $-c + \varphi(0) + f_k(1)$;
 в) $-c + \varphi(1) + f_{k+1}(t)$; г) $-c + \varphi_k(1) + f_1(t)$.

17. Известна оптимальная шкала эксплуатации оборудования

С	С	С	З	С	З	С		t (возраст)
0	1	2	3	4	5	6	7	→
пер	второй	третий	четвертый	пятый	шестой	седьмой		
год								

оптимальная политика эксплуатации оборудования, соответствующая функции Беллмана $f_2(3)$:

- а) зам., сохр., зам.; б) сохр., зам., сохр.;
 в) зам., сохр.; г) сохр., зам.

18. Получена шкала оптимальной эксплуатации оборудования в течении 7 лет

С	С	С	З	С	З	С		t (возраст)
0	1	2	3	4	5	6	7	→
Пер-	второй	третий	четвер-	пятый	шестой	седь-		
год								

указанному промежутку эксплуатации оборудования соответствует функция Беллмана:

- а) $f_4(3)$; б) $f_3(4)$; в) $f_3(6)$; г) $f_3(3)$.

19. При планировании удовлетворения потребности с минимальными затратами на перспективу методом динамического программирования функция Беллмана $f_i(x)$ имеет смысл:

- а) минимальные затраты на удовлетворение x единиц потребности по i -му варианту;
 б) минимальные затраты максимального удовлетворения потребности;
 в) минимальные затраты удовлетворения потребности в x единиц за счет расширения действующего предприятия и строительства i новых.

20. Удовлетворить потребность региона в 100 ед. продукта можно за счет двух действующих предприятий и трех новых, но тогда \min затраты составят:

а) $f_1(x) = \min_{\substack{0 \leq t \leq x \leq 100 \\ 1 \leq i \leq 5}} (\varphi_i(t) + f_{i-1}(x - t));$

б) $f_1(100) = \min_{\substack{0 \leq t \leq 100 \\ 1 \leq i \leq 5}} (\varphi_i(t) + f_{i-1}(100 - t));$

в) $f_1(100) = \min_{\substack{1 \leq i \leq 5 \\ 0 \leq x \leq 100}} (\varphi(x) + f_i(100 - x)).$

21. Смысл функции Беллмана $f_4(500)$ задачи планирования минимальных затрат на перспективу:

- а) минимальные затраты на удовлетворение 500 единиц потребности по четвертому варианту, т.е. за счет четвертого предприятия;
 б) минимальные затраты на удовлетворение 500 единиц потребности за счет всех четырех предприятий;
 в) затраты на удовлетворение потребности в 500 единицах продукта всеми четырьмя предприятиями.

22. Модель расчета минимального времени передачи управления из любого i -го пункта в конечный N -й за k шагов имеет вид:

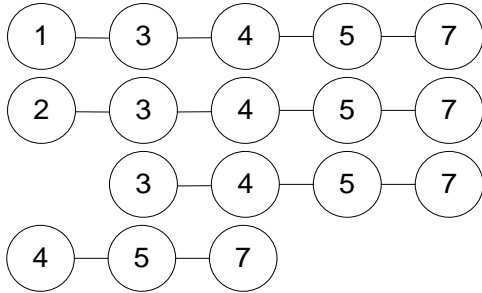
$$\text{a) } f_k(i) = \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq j \leq N}} (t_{ij} + f_k(j, N));$$

$$\text{б) } f_k(i) = \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq j \leq N}} (t_{ij} + f_{k-1}(j, N));$$

$$\text{в) } f_k(i) = \min_{\substack{1 \leq i \leq N \\ 1 \leq j \leq N}} (t_{ij} + f_k(i, N));$$

$$\text{г) } f_k(i) = \min_{1 \leq i \leq N} (t_{iN} + f_{k-1}(i, N)).$$

23. Получены маршруты



инцидентные цепи этих маршрутов

$$\text{a) } 3 - 4 - 5 - 7;$$

$$\text{б) } 1 - 3 - 4;$$

$$\text{в) } 2 - 3 - 4;$$

$$\text{г) } 4 - 5 - 7.$$

24. Математическая модель оптимального распределения A единиц ресурсов между k предприятиями имеет вид:

$$\text{a) } f_k(A) = \max_{0 \leq t \leq A} (\varphi_k(x) + f_{k-1}(A - x));$$

$$\text{б) } f_k(x) = \max_{0 \leq t \leq x \leq A} (\varphi_k(t) + f_{k-1}(x - t));$$

$$\text{в) } f_k(A) = \max_{0 \leq t \leq x \leq A} (\varphi_k(t) + f_{k-1}(x - t));$$

$$\text{г) } f_k(x) = \max (\varphi_k(x) + f_{k-1}(A - x)).$$

25. Смысл функции Беллмана $f_3(5)$ задачи выбора оптимальных маршрутов:

а) \min время перехода из пятого пункта в конечный за третий шаг;

б) время перехода из пятого пункта в десятый за 3 шага;

в) \min время перехода за 3 шага из пятого пункта в конечный 10;

г) \min время перехода из пятого пункта в третий за один шаг.

Тест Матричные игры с седловой точкой

1. Чем занимается теория игр

1. Обучение выигрывающим стратегиям в шахматы, шашки и т.д.
2. Вопросы поведения людей в условиях неопределенности
3. Изучение поведения людей в конфликтных ситуациях

2. Как называются игры одного лица:

1. Игры с природой
2. Пасьянсы и лотереи
3. Игры, где противник не обозначен

3. Антагонистическая игра может быть задана:

- а) множеством стратегий обоих игроков и седловой точкой.
- б) множеством стратегий обоих игроков и функцией выигрыша первого игрока.

4. Антагонистическая игра - это игра...

1. Игра, в которой один игрок выигрывает, а другой проигрывает
2. Игра, в которую играют враги

3. В которой выигрыш одного игрока равен проигрышу другого

5. Матричная игра – это частный случай антагонистической игры, при котором обязательно выполняется одно из требований:

- а) один из игроков имеет бесконечное число стратегий.
- б) оба игрока имеют бесконечно много стратегий.
- в) оба игрока имеют одно и то же число стратегий.
- г) оба игрока имеют конечное число стратегий.

6. В матричной игре элемент a_{ij} представляет собой:

- а) выигрыш 1-го игрока при использовании им i -й стратегии, а 2-м – j -й стратегии.
- б) оптимальную стратегию 1-го игрока при использовании противником i -й или j -й стратегии.
- в) проигрыш 1-го игрока при использовании им j -й стратегии, а 2-м – i -й стратегии.

7. В матричной игре элемент a_{ij} представляет собой:

- а) проигрыш 2-го игрока при использовании им j -й стратегии, а 2-м – i -й стратегии.
- б) оптимальную стратегию 2-го игрока при использовании противником i -й или j -й стратегии,
- в) выигрыш 1-го игрока при использовании им j -й стратегии, а 2-м – i -й стратегии.

8. Элемент матрицы a_{ij} соответствует седловой точке. Возможны следующие ситуации:

- а) этот элемент строго меньше всех в строке.
- б) этот элемент второй по порядку в строке.
- в) в строке есть элементы и больше, и меньше, чем этот элемент.

9. Элемент матрицы a_{ij} соответствует седловой точке. Возможны следующие ситуации:

- а) этот элемент строго больше всех в столбце.
- б) этот элемент строго больше всех по порядку в строке.
- в) в строке есть элементы и больше, и меньше, чем этот элемент.

10. Что такое цена игры:

- 1. Платеж, который следует уплатить игроку, чтобы он согласился участвовать в игре.
- 2. Значение платежной функции при применении оптимальных смешанных стратегий игроками
- 3. Платеж, который игрок платит противнику за один розыгрыш

11. Чем можно задать матричную игру:

- а) одной матрицей. б) двумя матрицами. в) ценой игры.

12. Пусть матричная игра задана матрицей, в которой все элементы положительны. Цена игры положительна:

- а) да. б) нет. в) нет однозначного ответа.

13. Цена игры всегда меньше верхней цены игры, если обе цены существуют:

- а) да. б) нет. в) вопрос некорректен.

14. Какое максимальное число седловых точек может быть в игре размерности 2×3 (матрица может содержать любые числа)

- а) 2. б) 3. в) 6.

15. Принцип доминирования позволяет удалять из матрицы за один шаг:

- а) целиком строки.
- б) отдельные числа.
- в) подматрицы меньших размеров.

16. Найти нижнюю цену игры, заданной платежной матрицей $\begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Варианты ответов: а) -3,5, б) -2, в) -5.

16. Найти верхнюю цену игры, заданной платежной матрицей $\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & -5 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

17. *Варианты ответов:* а) 2, б) 5, в) 3,5

18. Платежная матрица включает

- 1) значения всех критериев
- 2) значения всех выигрышей

19. По взаимоотношению сторон бывают игры

- 1) коалиционные
- 2) игры с нулевой суммой
- 3) матричные
- 4) кооперативные

20. Чистая верхняя цена игры

- 1) $\alpha_i = \max_j \alpha_{ij} = \max_j \min_j a_{ij}$
- 2) $\beta = \max_j \beta_j = \min_j \max_j a_{ij}$

21. Лучшей стратегией игрока в условиях риска при использовании матрицы выигрышей будет

- 1) будет та, которая обеспечивает ему максимальный средний выигрыш
- 2) будет та, которая обеспечивает ему минимальный средний риск

1. Что понимается под термином «игра»? Выберите верный ответ:

- 1) совокупность предварительно оговоренных правил и условий;
- 2) борьба различных сторон;
- 3) модель конфликтной ситуации;
- 4) действительный или формальный конфликт между двумя участниками.

2. Основная задача теории игр – это ... (выберите ответ):

- 1) нахождение оптимальных правил поведения для каждого участника;
- 2) выбор линии поведения каждого игрока;
- 3) нахождение для каждого участника решения, обеспечивающие ему наилучший результат;
- 4) определение максимума выигрыша для каждого игрока.

3. Стратегией игрока называется ... (выберите ответ):

- 1) действие игрока;
- 2) совокупность правил, определяющих действие стороны в конкретной конфликтной ситуации;
- 3) описание выбора игроком каждой ситуации;
- 4) действие игрока в ответ на действие другого игрока.

4. Что значит «решить игру»?

- 1) Найти оптимальные стратегии и цену игры;
- 2) вычислить выигрыш каждого игрока;
- 3) определить действия игроков;
- 4) найти максимальный выигрыш.

5. Игр с нулевой суммой называется игра, в которой ... (выберите ответ):

- 1) проигрыш одного игрока равен выигрышу второго;
- 2) сумма платежей игроков равна нулю;
- 3) выигрыш каждого игрока равна нулю;
- 4) сумма выигрышей всех игроков в каждой партии равна нулю.

6. Платежной матрицей называется матрица, каждый элемент которой ... (выберите ответ):

- 1) является выигрышем игроков;
- 2) представляет результат выбора пары стратегий (A_i, B_j) ;
- 3) есть выигрыш игрока A , выбравшего стратегию A_i ;

4) показывает выигрыш игрока A , выбравшего стратегию A_i в ответ на стратегию игрока B , действующего по стратегии B_j .

7. Игрок A стремится выбрать стратегию, которая Закончите предложение:

- 1) обеспечивает наибольший выигрыш;
- 2) дает наибольший выигрыш в наихудших условиях;
- 3) гарантирует наименьший выигрыш в наилучших условиях;
- 4) дает нулевую сумму выигрышей всех игроков в каждой партии.

8. Игрок B стремится выбрать стратегию, которая Закончите предложение:

- 1) обеспечивает наибольший выигрыш;
- 2) дает наибольший выигрыш в наихудших условиях;
- 3) гарантирует из наибольших проигрышей наименьший;
- 4) дает нулевую сумму проигрышей всех игроков в каждой партии.

9. Что понимается под играми с природой?

- 1) Игры в условиях полной неопределенности;
- 2) игры в условиях частичной неопределенности;
- 3) игры, в которых стратегии игрока A выбираются с некоторой вероятностью;
- 4) игры, в которых действует бессознательный игрок - природа.

10. Укажите доминирующие стратегии игрока A , если известна платежная матрица игры

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

- 1) первая, 2) вторая, 3) третья, 4) первая и третья, 5) их нет.

11. Укажите доминирующие стратегии игрока A , если известна платежная матрица игры

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Варианты ответов: 1) первая, 2) вторая, 3) третья, 4) первая и третья.

12. Для игры, заданной платежной матрицей $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, установите седловой элемент:

Варианты ответов: 1) a_{12} , 2) a_{22} , 3) a_{13} , 4) a_{33} .

Тест Решение матричных игр в смешанных стратегиях

1. Смешанная стратегия - это:
а) число. б) вектор. в) матрица.
2. В матричной игре произвольной размерности смешанная стратегия любого игрока – это:
а) число. б) множество. в) вектор, или упорядоченное множество.
г) функция.
3. Пусть в матричной игре размерности 2×3 одна из смешанных стратегий 1-го игрока имеет вид $(0,3, 0,7)$, а одна из смешанных стратегий 2-го игрока имеет вид $(0,3, x, 0,5)$. Чему равно число x ?
а) $0,4$. б) $0,2$. в) другому числу.
4. В матричной игре 2×2 две компоненты смешанной стратегии игрока:
а) определяют значения друг друга. б) независимы.
5. Оптимальная смешанная стратегия для матричной игры меньше любой другой стратегии.
а) да. б) нет. в) вопрос некорректен.
г) нет однозначного ответа.
6. Сумма компонент смешанной стратегии для матричной игры всегда:
а) равна 1. б) неотрицательна. в) положительна.
г) не всегда.
7. Пусть в матричной игре размерности 2×3 одна из смешанных стратегий 1-го игрока имеет вид $(0,3; 0,7)$, а одна из смешанных стратегий 2-го игрока имеет вид $(0,3; x; 0,5)$. Чему равно число x ?
а) $0,4$. б) $0,2$. в) другому числу.
8. Пусть в матричной игре размерности 2×3 одна из смешанных стратегий 1-го игрока имеет вид $(0,3; 0,7)$, а одна из смешанных стратегий 2-го игрока имеет вид $(0,3; x; x)$. Чему равно число x ?
а) $0,7$; б) $0,4$; в) чему-то еще.

9. Требуется дать ответ ДА или НЕТ. Дана платёжная матрица $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & -1 \\ 6 & -4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ некоторой

антагонистической игры.

Верно утверждение:

1. Нижняя цена данной игры равна -1 .
2. Стратегия с номером 3 первого игрока доминирует стратегию с номером 1.
3. Стратегия с номером 3 второго игрока доминирует стратегию с номером 2.
4. Если $\mathbf{p} = (1/6, 1/3, 1/2)$ и $\mathbf{q} = (0, 1/6, 1/3, 1/2)$ смешанные стратегии первого и второго игроков соответственно, то математическое ожидание выигрыша первого игрока равно $17/12$.

Тест Статистические игры

1. Критерий Байеса выбора стратегии...
а) Гарантирует выигрыш, независимо от состояний природы
б) Учитывает склонность к риску ЛПП
в) Гарантирует наибольший средний выигрыш
2. По критерию математического ожидания каждый игрок исходит из того, что...
а) случится наихудшая для него ситуация.
б) все ситуации равновозможны.
в) все или некоторые ситуации возможны с некоторыми заданными вероятностями.
3. Критерий Вальда...
а) Гарантирует наибольший средний выигрыш

- б) Учитывает склонность к риску ЛПР
 в) Гарантирует выигрыш, независимо от состояний природы
4. По критерию Вальда каждый игрок исходит из того, что:
 а) случится наиболее плохая для него ситуация.
 б) все ситуации равновозможны.
 в) все ситуации возможны с некоторыми заданными вероятностями.
5. Для какой размерности игровой матрицы критерий Вальда обращается в критерий Лапласа?
 а) 1×5 .
 б) 5×1 .
 в) только в других случаях.
6. В чем отличие критерия Сэвиджа от остальных изученных критериев принятия решения:
 а) Он минимизируется.
 б) Он максимизируется.
 в) Он не всегда дает однозначный ответ.
7. Критерий Гурвица...
 а) Гарантирует выигрыш, независимо от состояний природы
 б) Учитывает склонность к риску ЛПР
 в) Гарантирует наибольший средний выигрыш
8. При каких значениях γ критерий Гурвица обращается в критерий Вальда?
 а) $\gamma > 0$.
 б) $\gamma = 1$.
 в) $\gamma < 0$.

13. Для игры, заданной платежной матрицей $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 1 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, найти оптимальную стратегию игрока A , используя критерий наибольшего среднего выигрыша.

14. Для платежной матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 1 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ составьте матрицу рисков.

Варианты ответов: 1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 2 & 7 & 1 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, 3) $\begin{pmatrix} -7 & 7 & -4 \\ -5 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & 0 \end{pmatrix}$.

Показатели, критерии и шкала оценивания выполнения тестовых заданий

Для перевода баллов тестового задания в оценку применяется универсальная шкала оценки образовательных достижений.

Если студент набирает от 90 до 100% от максимально возможной суммы баллов ему выставляется оценка «отлично»;

от 80 до 89% – оценка «хорошо»,

от 60 до 79% – оценка «удовлетворительно»,

менее 60% – оценка «неудовлетворительно».

1.4 Индивидуальные задания для текущей аттестации

Тема 1. Линейное программирование

Задача 1. Малое предприятие (МП) выпускает два вида прохладительных напитков (“Радуга” и “Сияние”), предназначенных для детей и взрослых соответственно. В производстве напитков используется 4 вида сырья: газированная вода, фруктовый сироп, лед и тонизирующая добавка. Нормы расхода сырья на производство одной партии напитков и прибыль от ее реализации даны в таблице:

Сырье	Норма расхода сырья		Суточный запас сырья
	“Радуга”	“Сияние”	
Газ. вода	6 л	5 л	1200 л
Фруктовый сироп	1 л	0,5 л	150 л
Лед	0,6 кг	1,2 кг	150 кг
Тонизирующая добавка	0,1 кг	0,5 кг	30 кг
Прибыль от партии напитка	30 руб.	40 руб.	

Выполните следующие задания:

1. Введите переменные.
2. Определите целевую функцию.
3. Составьте систему ограничений.
4. Определите вид математической модели задачи.
5. Преобразуйте её к другим видам задачи ЛП.

Задача 2. Диетолог разрабатывает новую диету, состоящую из сливочного масла, натуральных бифштексов (мяса), хлеба и яблочного сока. Содержание калорий, белков, жиров, углеводов и холестерина (в 100 г продукта), а также максимальные и минимальные нормы их потребления (в день) приведены в таблице 2. Здесь же указана цена в рублях 100 г соответствующего продукта.

Элемент питания	Содержание в 100 г продукта				Норма потребления	
	масло	мясо	хлеб	сок	min	max
Калории	800	280	245	80	2400	2800
Белок	0,6 г	15 г	8 г	0 г	60 г	60 г
Жир	20 г	5 г	0 г	0 г	0 г	30 г
Углеводы	0 г	0 г	5 г	10 г	10 г	40 г
Холестерин	0,15 г	0,08г	0 г	0 г	0 г	0,5 г
Цена	3	4	0,5	1		

Выполните следующие задания:

1. Введите переменные.
2. Определите целевую функцию.
3. Составьте систему ограничений.
4. Определите вид математической модели задачи.
5. Преобразуйте её к другим видам задачи ЛП.

1.2. Графическое решение задачи ЛП

Задача 1. Простейшая диета состоит из телятины и хлеба. Содержание в 100 г продукта калорий и холестерина дано в таблице:

Элемент питания	Содержание в 100 г продукта		Норма потребления	
	телятина	хлеб	min	max
Калории	600	200	2400	3000
Холестерин	0,15	0,10	0	0,9
Цена	3	0,5		

Элемент питания	Содержание в 100 г продукта		Норма потребления	
	телятина	хлеб	min	max
Калории	300	200	2400	3600
Холестерин	0,1	0,1	0	1,5
Цена	4	3		

Для приведенных данных:

1. Составьте математическую модель задачи.
2. Найдите графически оптимальное решение задачи.

Задача 2. Имеет ли решение задача линейного программирования:

$$F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 \\ -2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - 2x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ обоснуйте с помощью графического решения. Как изменится решение, если в условии заменить max на min?

Задача 3. Решите графически задачу линейного программирования:

$$F = 1 - x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Тема 2. Симплексный метод линейного программирования

Задача 1.

а) $F = x_1 + 2x_2 + 5 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ -x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

б) $F = 10 - 6x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 \leq 36 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 36 \\ x_1 + 2x_2 \leq 28 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

в)

$$F = x_1 + 3x_2 + 1 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 + x_2 \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

1. Определите вид задачи ЛП.
2. Приведите задачу к симплексной форме.
3. Решите симплекс-методом.
4. Решите графически.

Задача 2.

$$F = x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 - x_6 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 + 4x_5 + x_6 = 6 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + x_6 = 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0. \end{cases}$$

1. Определите вид задачи ЛП.
2. Приведите задачу к симплексной форме.
3. С помощью симплекс-метода определите, имеет ли решение данная задача.

Решите следующие задачи симплекс-методом:

Задача 3.

$$F = x_1 - 2x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 19 \\ 5x_1 + 6x_2 + x_3 = 20 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Задача 4.

$$F = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + 9x_3 - 7x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0. \end{cases}$$

Тема 3. Двойственность в линейном программировании

Задача.1.4.1. Составьте задачи двойственные к следующим:

а) $F = x_1 + 2x_2 + x_3 - 7 \rightarrow \max$

б) $F = 2x_1 - 3x_2 + 1 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 5 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \\ x_1 - x_2 + 6x_3 = 8 \end{cases}$$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$

Темам 4. Транспортная задача

Задание 1. Составить базу данных ТЗ, состоящей из четырех пунктов производства с a_i количеством запаса, пяти пунктов потребления с b_j количеством заявок и C_{ij} транспортными расходами на перевозку из A_i пункта отправления в B_j пункт назначения.

Составить математическую модель ТЗ, двойственную к ней. Решить исходную ТЗ вручную методом потенциалов. Объяснить экономический смысл двойственных оценок.

Задание 2. Пиломатериал (a_i) необходимо перевезти с трех разных баз четырем клиентам (b_j) с минимальными затратами на доставку, если известна стоимость доставки единицы груза – числитель $\{c_{ij}\}$ от i -той базы $i = (\overline{1,3})$ j – тому клиенту $j = (\overline{1,4})$ и ограничения на пропускную способность транспортных средств - знаменатель $\{d_{ij}\}$. Решить задачу методом потенциалов.

Варианты заданий

1

a_i	b_j	42	10	20	26
30		15/15	20/13	16/14	18/13
31		32/13	45/16	30/17	32/15
39		19/14	22/16	21/15	23/17

2

a_i	b_j	34	20	15	45
55		22/14	27/15	23/14	26/16
30		30/15	29/16	28/17	30/16
40		31/16	35/14	33/17	32/15

3

a_i	b_j	27	33	22	18
35		17/13	19/13	21/14	18/15
43		23/15	27/14	28/16	30/15
22		29/15	32/16	30/15	33/16

4

a_i	b_j	37	43	22	28
55		20/14	25/15	23/14	24/16
43		33/15	30/16	28/17	31/16
32		32/16	33/14	30/17	31/15

5

a_i	b_j	41	43	27	33
60		16/15	22/17	18/15	19/16
48		30/13	45/16	30/17	30/15
52		20/14	22/16	22/15	24/17

6

a_i	b_j	35	25	40	35
45		22/15	26/15	25/14	25/16
40		25/15	28/16	27/17	31/16
50		30/16	33/14	33/16	34/15

7

a_i	b_j	29	31	32	50
63		13/15	18/16	20/17	15/19
47		28/14	35/18	30/17	30/15
35		17/13	21/16	20/15	24/17

8

a_i	b_j	33	27	26	24
43		20/15	26/14	21/17	25/16
39		30/15	29/16	28/17	29/16
28		31/16	35/14	30/17	33/13

9

a_i	b_j	39	47	24	30
35		17/15	21/13	15/14	19/13
41		32/14	47/16	30/17	33/15
54		19/13	22/17	20/15	23/17

10

a_i	b_j	43	37	24	32
35		27/14	28/15	25/14	25/16
48		31/15	30/16	28/16	30/16
59		16/16	40/14	33/17	32/15

11

a_i	b_j	42	37	31	40
53		13/15	19/13	16/13	18/13
43		30/13	43/17	30/16	31/14
64		25/18	21/16	21/17	23/16

12

a_i	b_j	40	20	15	35
35		19/14	27/16	23/14	26/17
48		30/15	28/16	28/17	30/15
59		31/16	35/14	33/19	32/13

13

a_i	b_j	32	27	46	25
35		17/14	21/13	15/14	19/14
46		32/12	47/16	31/17	32/15
64		19/15	22/17	20/16	23/17

14

a_i	b_j	42	22	41	25
46		28/16	28/15	25/14	25/16
35		31/14	29/16	28/16	30/16
54		16/16	40/13	33/17	29/15

15

16

b_j	42	28	23	12
a_i				
35	13/14	19/13	15/14	19/13
26	31/14	43/16	30/17	32/15
44	19/13	22/17	20/15	21/18

b_j	49	37	24	32
a_i				
35	27/14	28/15	23/4	25/7
48	31/15	30/16	28/7	30/14
59	16/16	40/15	33/16	32/13

17

b_j	39	37	24	30
a_i				
35	17/15	21/13	15/14	19/13
41	32/14	47/16	30/17	33/15
54	19/13	22/17	20/15	23/17

18

b_j	41	32	20	46
a_i				
33	27/14	28/15	25/14	25/16
47	31/15	30/16	28/16	30/16
59	16/16	40/14	33/17	32/15

19

b_j	39	37	24	30
a_i				
35	20/15	21/12	23/14	21/17
41	33/14	45/16	32/17	36/19
54	21/17	25/15	26/19	25/21

20

b_j	41	32	20	46
a_i				
33	30/14	28/15	21/14	25/16
47	33/15	29/16	28/16	24/16
59	16/20	40/15	33/22	32/15

Тема 5. Целочисленное программирование

1. Найти полностью целочисленные решения задач:

$$F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1 - x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Тема 6. Нелинейное программирование

1. Для транспортировки некоторого химиката требуется изготовить контейнеры. Требования к контейнерам следующие: 1) емкость контейнера - 6 м³; 2) высота может составлять от 1 до 3 м; 3) основание контейнера должно быть квадратным. Дно и стенки контейнера, непосредственно соприкасающиеся с химикатом, должны быть изготовлены из более стойкого материала, чем крышка контейнера. Стоимость материала дна и стенок контейнера – 6 ден.ед./м², стоимость материала крышки - 4 ден.ед./м². Требуется найти габаритные размеры контейнера (размеры основания и высоту), при которых его стоимость будет минимальной.

2. Предприятие выпускает электроприборы двух типов (А и В) и запасные части к ним. В комплект запасных частей, выпускаемых вместе с каждым прибором, может входить от трех до шести запасных частей, причем количество запасных частей для всех приборов одного типа должно быть одинаковым. Расход материалов на выпуск приборов и запасных частей следующий.

3. Решить графическим методом следующие задачи нелинейного программирования:

1. $Z = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 2x_2 + 2 \rightarrow \min,$ при $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$	9. $Z = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max,$ при $25 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0.$
--	--

2. $Z = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 2x_2 + 3 \rightarrow \min$, при $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ 2x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$	10. $Z = x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 - 8x_2 + 32 \rightarrow \min$, при $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq 3, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$
3. $Z = 2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1 \rightarrow \min$, при $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$	11. $Z = x_1^2 + 4x_2 \rightarrow \max$, при $\begin{cases} 4x_1^2 + 9x_2^2 \leq 36, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$
4. $Z = x_1^2 - x_2^2 - 4x_1 + 3x_2 + 10 \rightarrow \min$, при $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$	12. $Z = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$, при $\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 \leq 7, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$
5. $Z = 4x_1^2 + 4x_2^2 + 8x_1 - 2x_2 + 1 \rightarrow \min$, при $\begin{cases} 5x_1 + x_2 \geq 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$	13. $Z = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$, при $\begin{cases} x_1^2 - 3x_2^2 \leq 8, \\ x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$
6. $Z = 2x_1 - x_1^2 + x_2 \rightarrow \min$, при $\begin{cases} 2x_1^2 + 3x_2^2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$	14. $Z = 10x_1^2 + 20x_2^2 - 60x_1 - 160x_2 + 410 \rightarrow \min$, при $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 - x_2 \leq 1, \\ 2x_1 + x_2 \geq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$
7. $Z = 3x_1 - 0,1x_1^2 + 2x_2 - 0,1x_2^2 \rightarrow \max$, при $\begin{cases} 7x_1 + 5x_2 \leq 35, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$	15. $Z = x_1^2 + x_2 \rightarrow \max$, при $\begin{cases} -x_1^2 - x_2^2 + 9 \geq 0, \\ -x_1^2 - x_2 + 1 \geq 0. \end{cases}$
8. $Z = -6x_1 + 2x_1^2 + 2x_2^2 \rightarrow \max$, при $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$	

Тема 7. Динамическое программирование

Задание 1. Оптимальное распределение ресурсов.

На авторемонтном предприятии имеются 7 постов ремонта автомобилей. Известно, что i – тый пост ($i = \overline{1,7}$), получив x единиц комплектов запчастей, отремонтирует $\varphi_i(x)$ единиц автомобилей (табл. 1).

Требуется распределить A единиц комплектов запчастей между указанными в таблице 2 пятью постами предприятия так, чтобы общее количество отремонтированных ими автомобилей было максимальным.

Таблица 1

Исходная информация

$\varphi_i(x)$ усл. ед.	X ед.									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varphi_1(x)$	9	12	13	15	17	18	20	22	25	27
$\varphi_2(x)$	10	12	14	15	16	17	18	20	23	25
$\varphi_3(x)$	8	11	13	15	17	19	20	22	24	26
$\varphi_4(x)$	11	12	14	16	17	18	20	23	25	25
$\varphi_5(x)$	12	14	15	16	17	19	20	21	23	25
$\varphi_6(x)$	12	13	16	18	20	22	23	25	27	28
$\varphi_7(x)$	15	18	20	22	25	30	32	35	37	37

Таблица 2

Варианты заданий

№ варианта	Кол-во комплектов А	Посты ремонта
1	10	1, 2, 3, 5, 7
2	10	1, 3, 4, 5, 7
3	9	2, 1, 4, 5, 6
4	9	3, 4, 5, 6, 7
5	9	4, 5, 6, 7, 3
6	8	3, 5, 6, 4, 7
7	7	4, 3, 2, 7, 6
8	9	5, 4, 3, 7, 1
9	9	1, 2, 3, 4, 5
10	8	2, 3, 4, 5, 7
11	8	1, 2, 3, 6, 7
12	10	1, 3, 6, 5, 7
13	8	2, 3, 4, 7, 6
14	9	2, 6, 5, 4, 7
15	10	3, 7, 6, 2, 1
16	8	1, 2, 7, 6, 4
17	8	2, 1, 5, 6, 4
18	10	3, 2, 5, 6, 7
19	9	1, 2, 3, 4, 5
20	10	2, 3, 4, 5, 6
21	10	3, 4, 2, 1, 6
22	9	5, 6, 7, 4, 3
23	9	2, 3, 4, 7, 5
24	9	6, 7, 5, 3, 4
25	8	4, 5, 6, 3, 1
26	8	1, 2, 5, 4, 7
27	9	2, 7, 6, 5, 4
28	9	3, 4, 6, 7, 5
29	8	2, 6, 7, 5, 3
30	10	7, 6, 5, 1, 2

Задание 2. Планирование минимальных затрат на перспективу

Пусть необходимо удовлетворить потребность Q в некотором виде продукции. Для этого существуют действующие предприятия с мощностью N_i , но они не в состоянии полностью обеспечить всю потребность. Возникает вопрос о строительстве новых предприятий и расширении или реконструкции старых. Известны затраты на расширение старых предприятий (3) и строительство новых (4). Требуется выбрать оптимальный вариант строительства объектов таким образом, чтобы с минимальными затратами удовлетворить потребность в продукции.

Таблица 3

Затраты (ден. ед.) на расширение действующих предприятий

Номер действующего предприятия	Мощность предприятия (тыс.т)					
	10	20	30	40	50	60
1	-	-	6	9	15	-
2	-	3	5	8	14	-
3	-	5	8	10	15	20
4	-	-	6	11	16	23
5	-	4	7	12	17	25

Таблица 4

Затраты (ден. ед.) на строительство новых предприятий

Номер предприятия	Мощность предприятий (тыс.т)				
	10	20	30	40	50
1	-	12	17	20	-
2	6	10	15	22	-
3	-	14	18	25	30
4	-	13	20	26	-
5	7	15	22	28	33

Варианты заданий

№ варианта	Q потребность (тыс. т)	Ni – мощность i- ого действующего предприятия (тыс.т)					Предприятия	
		N1	N2	N3	N4	N5	действующие	новые
1	150	10	20	20	10	20	1,5	1,2,3
2	170	10	10	20	20	10	2,4	1,2,4
3	140	10	20	10	20	10	3,5	1,3,4
4	120	20	10	10	20	10	1,2	1,2,5
5	130	10	20	10	10	10	1,3	1,3,4
6	150	20	10	20	20	10	2,3	2,3,4
7	140	10	10	10	10	10	2,5	1,3,5
8	170	20	10	20	10	10	3,4	2,3,5
9	160	10	10	10	20	20	1,4	3,4,5
10	120	10	20	20	10	10	1,5	3,4,5
11	140	20	10	10	10	10	2,4	2,3,5
12	150	20	20	10	10	10	3,5	1,3,5
13	130	20	20	20	20	10	1,2	2,3,4
14	170	10	20	20	20	20	1,3	1,3,4
15	190	10	10	20	20	20	2,3	1,2,5
16	150	10	10	10	10	20	2,5	1,3,4
17	130	10	20	20	10	10	3,4	1,2,4
18	140	10	20	20	20	10	1,4	1,2,3
19	110	10	10	10	20	10	1,5	1,2,4
20	120	10	20	10	10	10	2,4	1,3,4
21	150	10	10	20	10	10	3,5	1,2,5
22	170	20	20	20	10	10	1,2	1,3,4
23	160	20	20	20	20	20	1,3	2,3,4
24	140	20	10	10	20	20	2,3	1,3,5
25	150	20	20	10	10	20	2,5	2,3,5
26	170	20	20	20	10	20	3,4	3,4,5
27	180	20	10	20	10	20	1,4	2,3,5
28	130	20	10	10	10	20	1,5	1,3,5
29	140	20	10	10	20	20	2,4	2,3,4
30	160	10	20	20	10	20	3,5	1,3,4

Тема 8. Сетевое планирование

1. Построить диаграмму на основе заданных параметров. Упростить сетевой график. Постройте сетевую модель программы опроса общественного мнения, которая включает разработку (А; 1 день) и распечатку анкет (В; 0,5 дня), прием на работу (С; 2 дня) и обучение (D; 2 дня) персонала, выбор опрашиваемых лиц (Е; 2 дня), рассылку им анкет (F; 1 день) и анализ полученных данных (G;5 дней).

Предшествующая работа	Работа	Предшествующая работа	Работа
Вариант 1			
-	A	B	E,F,H
-	B	F,C	G
-	C	E,H	I,J
A, B	D	C,D,F,J	K
		K	L
Вариант 2			
-	A	V,E	G
A	B	B,H	Z
A	V	-	I
B	H	G,Z,I	K
-	D	K	L
B,D	E	B,E	M
D,D	N	I,N	O
Вариант 3			
-	A	V,E	G
-	B	D,E,G	H
A,B	V	D,E	I
A,B	H	I,Z	K
V,H	D	-	L
V,H	E	A	M
-	O	O,I,Z	H
Вариант 4			
-	A	H,D,	G,
-	B	-	Z
B	V	Z	I
V	H	G, E, I	K
A,B	D	A, B	L
D,H	E	L	M
A,B	N	H,D,N	O
Вариант 5			
-	A	-	G
-	B	D,E,G	Z
B	V	A,B	I
V	H	Z,I	K
A,B	D	K	L
D,H	E	E	M
A,B	N	D,E,G,N	O
Вариант 6			
-	A	D,E	G
-	B	-	Z

-	V	A,B,V,Z	I
A,B,V	H	G,I	K
A,B	D	H,K	L
B,V	E	L	M
-	N	D,E,N	O
Вариант 7			
-	A	D,E	G
-	B	-	Z
-	V	A,B,V,Z	I
A,B,V	H	G,I	K
A,B	D	H,K	L
B,V	E	L	M
-	N	D,E,N	O
Вариант 8			
-	A	H	G
-	B	D,E,G	Z
A	V	D,E,G	I
A,B	H	I,Z	K
V,H	D	-	L
V,H	E	A,I	M
V	O	H,K	N
Вариант 9			
-	A	V, E	G
-	B	D,E,G	Z
A	V	D,E,G	I
A,B	H	I,Z	K
V,H	D	-	L
V,H	E	A,I	M
V	O	H,K	N
Вариант 10			
-	A	E,D	G
-	B	B	Z
B	V	Z	I
A	H	G,Z	K
H,V	D	A,V	L
V,H	E	L	M
A,B	N	G,Z,N	O

Тема 9. Теория игр

1. Решить игру с матрицей (тип 2хn). В ответе указать цену игры и вероятности применения стратегий, т.е. v , p , q .

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{1.} \quad \left| \begin{array}{cccccc} 1 & 3 & 9 & -8 & 7 \\ 8 & 1 & -2 & 9 & -1 \end{array} \right| \qquad \mathbf{2.} \quad \left| \begin{array}{ccccc} -1 & -2 & 2 & -5 & -4 \\ 2 & 4 & -4 & 6 & 5 \end{array} \right| \\
 \mathbf{3.} \quad \left| \begin{array}{ccccc} -2 & -7 & -6 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & -3 & -1 \end{array} \right| \qquad \mathbf{4.} \quad \left| \begin{array}{ccccc} 2 & 7 & 6 & 9 & 0 \\ 3 & -3 & 0 & -6 & 9 \end{array} \right| \\
 \mathbf{5.} \quad \left| \begin{array}{ccccc} -9 & 0 & -4 & 3 & 7 \end{array} \right| \qquad \mathbf{6.} \quad \left| \begin{array}{ccccc} 9 & 0 & -7 & 6 & -2 \end{array} \right|
 \end{array}$$

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">2</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">0</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-3</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">7.</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td></td></tr> </table>		2	-1	0	-2	-3		7.	6	-7	4	-8	-6	2		-9	4	-8	9	2		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-3</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">8.</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td></td></tr> </table>		-8	-3	1	-4	-1		8.	7	8	2	-1	4	4		-6	-8	-1	7	-4	
	2	-1	0	-2	-3																																						
7.	6	-7	4	-8	-6	2																																					
	-9	4	-8	9	2																																						
	-8	-3	1	-4	-1																																						
8.	7	8	2	-1	4	4																																					
	-6	-8	-1	7	-4																																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">5</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">9.</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td></td></tr> </table>		-1	-4	-6	1	5		9.	4	7	8	0	-6		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">9</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">3</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">10.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td><td></td></tr> </table>		9	-2	-5	1	3		10.	-9	3	4	-1	-3															
	-1	-4	-6	1	5																																						
9.	4	7	8	0	-6																																						
	9	-2	-5	1	3																																						
10.	-9	3	4	-1	-3																																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-9</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">5</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">6</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">11.</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td></td></tr> </table>		-8	-4	-9	5	6		11.	6	3	7	0	-7		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">0</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">7</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">2</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">12.</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td></td></tr> </table>		-8	0	7	2	-2		12.	7	4	-2	2	5															
	-8	-4	-9	5	6																																						
11.	6	3	7	0	-7																																						
	-8	0	7	2	-2																																						
12.	7	4	-2	2	5																																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">3</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">2</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">13.</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td><td></td></tr> </table>		-8	3	-4	-7	2		13.	9	-5	-2	0	-3		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">0</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">3</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">14.</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td></td></tr> </table>		-1	0	3	-5	-6		14.	4	2	-6	5	8															
	-8	3	-4	-7	2																																						
13.	9	-5	-2	0	-3																																						
	-1	0	3	-5	-6																																						
14.	4	2	-6	5	8																																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">6</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">7</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">15.</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td></td></tr> </table>		-7	6	-1	7	-8		15.	7	3	4	-7	9		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">5</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">9</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-3</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">16.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td></td></tr> </table>		5	9	-1	-3	-8		16.	-7	-8	-4	-1	3															
	-7	6	-1	7	-8																																						
15.	7	3	4	-7	9																																						
	5	9	-1	-3	-8																																						
16.	-7	-8	-4	-1	3																																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-3</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">7</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">17.</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td></td></tr> </table>		-5	-1	-3	-2	7		17.	3	-2	1	0	-6		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">8</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">2</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">5</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">18.</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td><td></td></tr> </table>		-4	8	-6	2	5		18.	1	-5	7	0	-3															
	-5	-1	-3	-2	7																																						
17.	3	-2	1	0	-6																																						
	-4	8	-6	2	5																																						
18.	1	-5	7	0	-3																																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">6</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">2</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">7</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">19.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td><td></td></tr> </table>		6	2	-6	-7	7		19.	-6	-5	5	8	-8		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;"></td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">3</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">4</td><td style="width: 5%; border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="width: 5%;"></td></tr> <tr><td style="width: 5%;">20.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td></td></tr> </table>		3	-7	-1	4	-2		20.	-1	7	2	-7	5															
	6	2	-6	-7	7																																						
19.	-6	-5	5	8	-8																																						
	3	-7	-1	4	-2																																						
20.	-1	7	2	-7	5																																						

Решить игру с матрицей (тип $m \times 2$). В ответе указать цену игры и вероятности применения стратегий, т.е. v , p , q .

<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">1.</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td></tr> </table>	1.	2	5		9	-8		-2	9		5	-1		0	6	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">2.</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td></tr> </table>	2.	5	-7		4	-4		7	-8		-4	1		-1	-1	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">3.</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td></tr> </table>	3.	0	2		-7	6		4	-3		-6	5		9	-8	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">4.</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td></tr> </table>	4.	6	-2		8	-5		0	5		-7	9		4	1
1.	2	5																																																													
	9	-8																																																													
	-2	9																																																													
	5	-1																																																													
	0	6																																																													
2.	5	-7																																																													
	4	-4																																																													
	7	-8																																																													
	-4	1																																																													
	-1	-1																																																													
3.	0	2																																																													
	-7	6																																																													
	4	-3																																																													
	-6	5																																																													
	9	-8																																																													
4.	6	-2																																																													
	8	-5																																																													
	0	5																																																													
	-7	9																																																													
	4	1																																																													
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">5.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td></tr> </table>	5.	-4	-1		4	-7		2	-5		-6	9		0	-4	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">6.</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td></tr> </table>	6.	3	-5		-7	5		5	-6		-6	2		0	1	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">7.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td></tr> </table>	7.	-6	5		7	-9		3	1		-4	3		4	-4	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">8.</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td></tr> </table>	8.	2	-7		-7	2		-8	7		0	-6		4	-9
5.	-4	-1																																																													
	4	-7																																																													
	2	-5																																																													
	-6	9																																																													
	0	-4																																																													
6.	3	-5																																																													
	-7	5																																																													
	5	-6																																																													
	-6	2																																																													
	0	1																																																													
7.	-6	5																																																													
	7	-9																																																													
	3	1																																																													
	-4	3																																																													
	4	-4																																																													
8.	2	-7																																																													
	-7	2																																																													
	-8	7																																																													
	0	-6																																																													
	4	-9																																																													
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">9.</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td></tr> </table>	9.	6	-5		9	-9		-3	4		-2	-1		5	-4	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">10.</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> </table>	10.	0	3		-4	4		2	-9		-5	5		-7	9	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">11.</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td></tr> </table>	11.	5	-3		0	-2		8	-7		-3	-1		-4	3	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">12.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td></tr> </table>	12.	-6	8		-1	-1		-5	0		-8	9		0	-2
9.	6	-5																																																													
	9	-9																																																													
	-3	4																																																													
	-2	-1																																																													
	5	-4																																																													
10.	0	3																																																													
	-4	4																																																													
	2	-9																																																													
	-5	5																																																													
	-7	9																																																													
11.	5	-3																																																													
	0	-2																																																													
	8	-7																																																													
	-3	-1																																																													
	-4	3																																																													
12.	-6	8																																																													
	-1	-1																																																													
	-5	0																																																													
	-8	9																																																													
	0	-2																																																													
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">13.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td></tr> </table>	13.	-5	5		5	-6		-2	4		-6	9		9	-9	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">14.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td></tr> </table>	14.	-6	7		9	-6		8	-3		-4	2		3	-1	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">15.</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-5</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td></tr> </table>	15.	0	-7		-1	-5		-2	0		-5	2		4	-9	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">16.</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td></tr> </table>	16.	7	-8		-6	5		-3	3		2	-1		8	-9
13.	-5	5																																																													
	5	-6																																																													
	-2	4																																																													
	-6	9																																																													
	9	-9																																																													
14.	-6	7																																																													
	9	-6																																																													
	8	-3																																																													
	-4	2																																																													
	3	-1																																																													
15.	0	-7																																																													
	-1	-5																																																													
	-2	0																																																													
	-5	2																																																													
	4	-9																																																													
16.	7	-8																																																													
	-6	5																																																													
	-3	3																																																													
	2	-1																																																													
	8	-9																																																													
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">17.</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-1</td><td style="border-right: 1px solid black;">-3</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-7</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> </table>	17.	0	-6		-1	-3		4	-7		-4	5		-7	9	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">18.</td><td style="border-right: 1px solid black;">-6</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td></tr> </table>	18.	-6	2		2	1		3	0		-8	9		9	-8	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">19.</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-9</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td></tr> </table>	19.	0	8		6	1		5	2		-9	9		9	-8	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 5%;">20.</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">-8</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-2</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td></tr> <tr><td></td><td style="border-right: 1px solid black;">-4</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td></tr> </table>	20.	9	-8		6	6		7	3		-2	7		-4	9
17.	0	-6																																																													
	-1	-3																																																													
	4	-7																																																													
	-4	5																																																													
	-7	9																																																													
18.	-6	2																																																													
	2	1																																																													
	3	0																																																													
	-8	9																																																													
	9	-8																																																													
19.	0	8																																																													
	6	1																																																													
	5	2																																																													
	-9	9																																																													
	9	-8																																																													
20.	9	-8																																																													
	6	6																																																													
	7	3																																																													
	-2	7																																																													
	-4	9																																																													

Показатели, критерии и шкала оценивания индивидуальных заданий

Критерии	5	4	3	2
Полнота и правильность решения	Обучающийся правильно решает задания, используя основные методы решения	Обучающийся при решении допускает 1-2 ошибки, но знает методы решения	Обучающийся знает методы решения, но не может применить их на практике	Обучающийся не знает методы решения и не умеет применять их на практике
Выполнение задания с опорой на изученный материал и дополнительные источники	Обнаруживает знание материала, может обосновать свои суждения, применять знания на практике, использовать дополнительные источники	Присутствуют 1-2 недочета в обосновании своих суждений	Не может обосновать свои суждения и использовать дополнительные источники	Допускает ошибки в формулировках и определениях, не может применять теоретические знания на практике,

1.5 Лабораторные работы

Лабораторная работа № 1

Геометрический метод решения задачи линейного программирования

Пример Решить задачу линейного программирования геометрическим методом.

Условие задачи

Система ограничений состоит из четырех неравенств с двумя переменными

$$x_1 + 3x_2 \leq 18,$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16,$$

$$x_2 \leq 5,$$

$$3x_1 \leq 21.$$

Дополнительные условия задачи

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Линейная функция имеет вид

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

Пример Решить задачу линейного программирования геометрическим методом.

Условие задачи

Система ограничений состоит из четырех неравенств с двумя переменными

$$x_1 + 3x_2 \leq 18,$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16,$$

$$x_2 \leq 5,$$

$$3x_1 \leq 21.$$

Дополнительные условия задачи

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Линейная функция имеет вид

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

1. Постановка задачи линейного программирования.
2. Сформулировать понятие оптимального решения задачи линейного программирования.
3. Определить понятие выпуклого множества точек.
4. Понятие допустимого решения задачи.
5. Теорема об оптимальном решении задачи линейного программирования.
6. Сущность геометрического способа решения задачи линейного программирования.
7. Методика построения многогранника допустимых решений задачи.
8. Способы определения оптимального решения из множества допустимых решений.
9. Понятие линии уровня.
10. Использование линии уровня для нахождения оптимального решения.

Лабораторная работа № 2 Решение задачи линейного программирования симплексным методом

Решить задачу линейного программирования, рассмотренную в лабораторной работе №1, симплексным методом.

Условие задачи

Система ограничений:

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 &\leq 18, \\2x_1 + x_2 &\leq 16, \\x_2 &\leq 5,\end{aligned}\tag{1}$$

$$3x_1 \leq 21.$$

Дополнительные условия:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.\tag{2}$$

Линейная функция:

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.\tag{3}$$

1. Сущность симплексного метода решения задачи линейного программирования.
2. Определение первоначального допустимого базисного решения задачи.
3. «Основные» и «неосновные» переменные в симплексном методе.
4. Алгоритм решения задачи линейного программирования симплексным методом.
5. Критерии оптимальности полученного решения в задачах на максимум и минимум целевой функции.
6. Экономический смысл задачи на максимум целевой функции.
7. Признаки неединственности оптимального решения задачи линейного программирования.

Лабораторная работа № 3 Двойственные задачи линейного программирования

Используя в качестве исходной задачу линейного программирования из лабораторных работ № 1,2, составить двойственную ей задачу и решить симплексным методом.

Условие исходной задачи

Система ограничений:

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 &\leq 18, \\2x_1 + x_2 &\leq 16, \\x_2 &\leq 5,\end{aligned}$$

$$3x_1 \leq 21.$$

Дополнительные условия задачи:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Линейная функция имеет вид:

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

1. Экономический смысл двойственной задачи.
2. Алгоритм составления двойственной задачи.
3. Теоремы двойственности.
4. Объективно обусловленные оценки ресурсов.
5. Соответствие переменных в исходной и двойственной задачах.

Лабораторная работа № 4 Транспортная задача

Решить транспортную задачу распределительным методом. Исходные данные приведены в таблице 5.

	20	30	50	60	40
40	2	3	1	4	5
30	1	3	2	3	3
20	4	3	2	3	3
60	5	3	2	1	1
50	3	4	2	5	1

1. Формулировка транспортной задачи.
2. Методы определения первоначального базисного распределения поставок.
3. Критерий оптимальности базисного распределения поставок.
4. Правила составления цикла пересчета и обоснование его необходимости для решения задачи.
5. Теорема о потенциалах и матрица оценок свободных клеток таблицы распределения поставок.
6. Распределительный метод решения транспортной задачи.
7. Связь распределительного метода с симплексным методом решения задачи линейного программирования.
8. Особенности открытой модели транспортной задачи.

Лабораторная работа № 5 Определение экстремума функции методом скорейшего спуска

Целевая функция $Z = a_1 x_1^2 - a_2 x_1 x_2 + a_3 x_2^2 - a_4 x_1 - a_5 x_2 + a_6$.

Система ограничений

$$x_1^2 + x_2^2 \leq R^2; x_1 \geq 0; x_2 \geq 0.$$

Определить экстремум функции методом скорейшего спуска с точностью до 0,01.

Вид целевой функции во всех вариантах одинаков. При выборе значений параметров a_i и R удовлетворить следующим требованиям

- а) количество коэффициентов a_i равных единице должно быть не более трех;
- б) остальные параметры задачи должны удовлетворять соотношениям

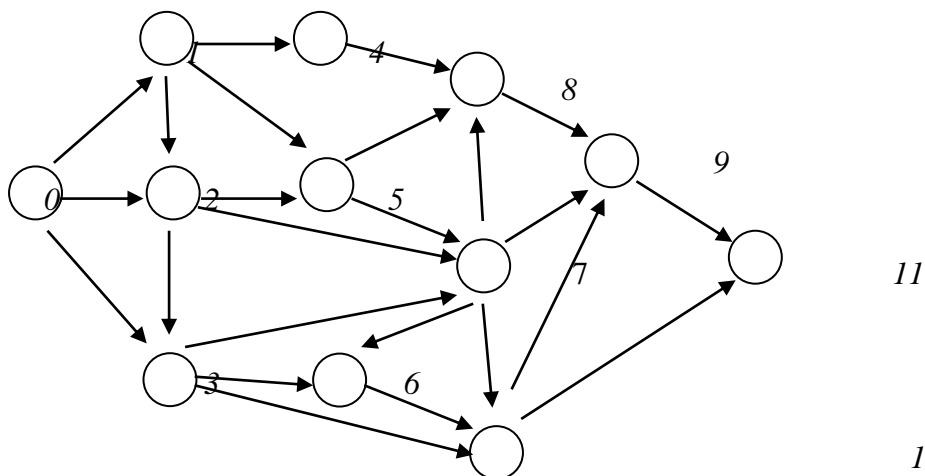
$$R^2 > A^2 + B^2; A = \frac{4a_3 a_4 + 2a_2 a_5}{4a_1 a_3 - a_2^2}; B = \frac{A a_2 + a_3}{a_3};$$

$$4a_1 a_3 > a_2^2.$$

1. Необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных.
2. Локальный, глобальный и условный экстремумы функции.
3. Теорема Вейерштрасса.
4. Определение и свойства градиента функции.
5. Определение и свойства выпуклой функции.
6. Решение задач выпуклого программирования градиентным методом.

Лабораторная работа № 6 Разработка и анализ модели сетевого планирования и управления (СПУ)

Провести анализ сетевого графика, приведенного на рисунке.



1. Сетевая модель и ее составные элементы.
2. Порядок и правила построения сетевых графиков.
3. Упорядочение сетевого графика.
4. Понятие пути. Критический путь.
5. Линейная диаграмма проекта.
6. Временные параметры сетевых графиков. Расчетные зависимости.

Лабораторная работа №7 Решение задачи целочисленного программирования методом Гомори.

Решить задачу целочисленного программирования методом Гомори:

Найти $Z = x_1 - x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$ при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 1, \\ -4x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2, \\ 3x_1 + x_3 \leq 5, \\ x_j \geq 0, \end{cases} \quad x_j - \text{целочисленные } (j = 1, 2, 3).$$

Лабораторная работа №8 Теория игр

Необходимо найти нижнюю, верхнюю и чистую цену игры, а также привести оптимальную стратегию игроков.

Задания:

1 Платежная матрица приведена в таблице 1. Здесь XYZ – последние три цифры зачетки. Решить игру. Найти нижнюю и верхнюю цену игры. Имеется ли в игре седловая точка?

	F1	F2	F3
E1	-X	-Y	-Z
E2	-12	-20	-24
E3	-5	-21	-45

2. Решить игру 3*3 в смешанных стратегиях аналитическим и графическим способом.

Вариант 1

	B1	B2	B3
--	----	----	----

Вариант 2

	B1	B2	B3
--	----	----	----

A1	4	4	3
A2	5	2	1
A3	4	1	4

Вариант 3

	B1	B2	B3
A1	3	4	3
A2	5	2	2
A3	3	2	3

Вариант 5

	B1	B2	B3
A1	3	4	3
A2	2	2	2
A3	5	2	3

Вариант 7

	B1	B2	B3
A1	3	4	3
A2	5	1	6
A3	3	2	3

Вариант 9

	B1	B2	B3
A1	3	2	3
A2	1	3	2
A3	3	5	3

A1	3	4	3
A2	5	2	1
A3	4	2	4

Вариант 4

	B1	B2	B3
A1	6	4	3
A2	5	2	1
A3	4	2	4

Вариант 6

	B1	B2	B3
A1	3	4	3
A2	5	2	1
A3	2	5	4

Вариант 8

	B1	B2	B3
A1	4	3	3
A2	1	2	1
A3	4	2	4

Вариант 10

	B1	B2	B3
A1	3	5	3
A2	5	1	6
A3	4	5	4

Таблица 6

Исходные данные к лабораторным работам № 1, 2, 3

Вариант	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	a_{31}	a_{32}	a_{41}	a_{42}	b_1	b_2	b_3	b_4	c_1	c_2
1	2	2	4	5	1	3	3	1	8	9	16	21	2	3
2	1	3	2	5	1	3	2	4	10	20	11	13	5	1
3	2	2	5	1	3	2	4	3	20	9	12	16	2	3
4	4	2	3	2	6	3	1	4	6	12	18	11	4	3
5	3	2	1	4	3	5	2	1	8	12	14	10	2	1
6	2	3	1	1	2	6	4	1	11	6	8	16	3	1
7	1	1	6	3	5	1	4	2	22	11	12	14	5	1
8	3	5	2	4	1	3	1	2	24	12	11	8	1	4
9	4	2	3	1	1	5	1	5	18	12	9	18	2	3
10	2	3	4	1	3	3	1	3	16	14	12	22	3	3
11	1	2	3	4	2	3	3	2	22	16	8	9	1	1
12	3	1	2	3	2	2	2	1	24	12	16	23	2	2
13	4	4	1	2	5	4	4	1	12	11	19	24	4	4
14	5	3	2	1	1	1	3	2	14	18	9	14	3	5
15	2	1	1	3	1	3	2	2	8	20	17	16	2	2
16	2	3	4	2	3	5	1	3	10	14	23	8	1	4
17	3	2	1	4	2	4	1	3	12	16	24	9	1	3

Вариант	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	a_{31}	a_{32}	a_{41}	a_{42}	b_1	b_2	b_3	b_4	c_1	c_2
---------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

18	2	4	2	3	1	5	2	3	22	10	8	24	3	4
19	3	2	3	3	3	5	2	3	12	8	12	22	2	2
20	1	3	4	2	2	6	3	2	14	9	20	10	4	2
21	2	1	2	5	1	3	1	5	18	11	9	13	3	3
22	2	3	1	2	4	2	6	3	22	12	8	28	5	1
23	3	2	1	1	3	4	4	4	10	19	9	22	2	5
24	5	2	3	2	1	2	3	2	13	8	10	22	6	3
25	1	4	3	1	5	3	1	5	20	22	24	8	3	4
26	6	3	1	1	2	3	1	4	9	23	10	8	4	4
27	3	2	4	2	3	4	4	1	13	24	20	8	2	3
28	2	3	2	3	2	5	2	3	12	14	20	10	1	2
29	2	3	1	1	5	3	2	2	14	12	20	8	4	1
30	1	3	1	5	2	6	1	6	20	10	18	10	5	3

Варианты заданий к лабораторной работе № 4

Таблица 7

Вариант № 1						Вариант № 2					
M _j N _i \	20	30	50	60	40	M _j N _i \	20	50	30	60	40
40	2	1	4	6	1	40	1	2	4	2	5
30	1	4	2	2	3	30	2	3	3	2	1
20	2	3	1	3	4	20	3	3	4	4	1
60	1	2	3	4	5	60	2	2	1	4	2
50	4	2	1	1	3	50	1	1	1	2	2

Вариант № 3						Вариант № 4					
M _j N _i \	20	40	30	50	60	M _j N _i \	20	30	50	60	40
40	2	5	4	6	1	40	4	2	4	2	5
30	1	4	3	2	2	30	2	5	1	2	1
20	2	3	1	3	4	20	3	3	4	4	1
60	1	2	3	4	1	60	2	2	1	4	2
50	4	2	1	1	3	50	1	3	5	2	2
Вариант № 5						Вариант № 6					
M _j N _i \	20	50	30	60		M _j N _i \	20	40			

N_i					40	N_i			30	50	60
30	2	1	4	6	1	40	1	2	4	2	5
40	1	3	2	2	3	30	2	3	3	2	4
20	2	3	1	5	4	20	3	3	4	4	1
60	1	2	3	4	2	60	1	2	3	4	2
50	4	2	1	1	3	50	4	1	1	2	2
Вариант № 7						Вариант № 8					
M_j N_i	20	30	50	60	40	M_j N_i	20	50	30	60	40
40	2	1	4	6	3	50	3	2	4	2	5
30	5	4	2	2	3	30	2	3	3	2	1
20	2	3	1	2	4	40	3	3	2	4	1
60	1	2	3	4	5	20	1	2	5	4	2
50	4	2	4	1	3	60	1	3	1	2	2

Вариант № 9						Вариант № 10					
M_j N_i	20	40	30	50	60	M_j N_i	20	30	50	60	40
50	2	3	4	6	1	60	1	2	4	3	5
30	1	4	6	2	3	50	2	4	3	2	1
40	2	3	1	3	4	30	3	3	4	4	5
20	1	5	3	4	5	40	2	1	3	4	2
60	4	2	1	2	3	20	1	5	1	2	2

Вариант № 11						Вариант № 12					
$M_j \backslash N_i$	20	50	30	60	40	$M_j \backslash N_i$	20	40	30	50	60
60	2	1	4	2	1	60	1	2	4	2	5
50	1	4	2	2	3	50	2	3	5	2	1
30	1	3	5	3	4	30	3	2	4	4	1
40	1	2	3	4	5	40	2	2	3	4	2
20	4	2	4	1	3	20	1	3	1	2	2
Вариант № 13						Вариант № 14					
$M_j \backslash N_i$	40	20	50	60	30	$M_j \backslash N_i$	40	50	10	50	50
20	2	1	4	3	1	40	1	2	4	2	5
50	5	4	2	2	3	30	5	3	3	6	1
40	2	3	5	3	4	40	3	2	4	4	1
60	1	2	3	4	5	40	2	2	4	4	2
30	4	2	4	1	3	50	3	1	1	2	2

Вариант № 15						Вариант № 16					
$M_j \backslash N_i$	20	30	50	60	40	$M_j \backslash N_i$	20	50	30	60	40
40	2	1	4	6	1	40	5	2	4	2	5
40	2	4	5	2	3	30	2	1	3	2	1
20	2	3	1	3	4	20	2	3	1	4	1
60	1	2	3	4	5	60	2	2	1	4	2

40	4	2	3	1	4	50	1	3	4	2	2
Вариант № 17						Вариант № 18					
$M_j \backslash N_i$	20	40	40	60	40	$M_j \backslash N_i$	10	50	40	60	40
40	3	1	4	6	1	40	1	5	4	2	5
30	2	1	2	2	3	30	2	4	3	2	1
20	2	3	1	3	4	30	3	3	1	4	1
60	1	2	3	4	5	60	2	2	1	4	2
50	4	2	5	1	3	40	1	3	1	2	2
Вариант № 19						Вариант № 20					
$M_j \backslash N_i$	20	30	50	10	90	$M_j \backslash N_i$	90	50	30	10	20
20	2	1	4	6	1	40	3	2	4	2	5
50	5	4	2	2	3	30	1	3	3	2	1
20	2	3	4	3	4	20	3	3	4	4	1
60	1	2	3	5	5	60	2	2	5	4	2
50	2	2	1	5	3	50	1	3	1	2	2

Вариант № 21						Вариант № 22					
$M_j \backslash N_i$	30	30	40	60	40	$M_j \backslash N_i$	10	50	40	60	40
10	2	1	4	6	1	10	1	2	4	2	5
30	1	4	2	2	3	20	2	3	4	2	1
50	2	1	6	3	4	20	3	2	4	4	1

60	1	2	3	4	5	60	2	2	1	4	2
50	4	2	5	1	3	90	1	3	1	2	2
Вариант № 23						Вариант № 24					
$M_j \backslash N_i$	20	30	50	60	40	$M_j \backslash N_i$	20	50	30	60	40
40	1	1	4	6	1	90	1	2	4	2	5
30	1	4	2	2	3	30	2	3	4	2	1
20	2	3	2	3	4	20	3	2	4	4	1
60	1	2	3	4	5	40	2	2	1	4	2
50	4	2	1	5	1	20	1	5	1	2	2
Вариант № 25						Вариант № 26					
$M_j \backslash N_i$	10	30	50	60	50	$M_j \backslash N_i$	20	50	50	60	20
40	2	1	4	6	3	40	3	2	4	2	5
10	5	4	2	2	3	30	2	3	3	5	1
20	2	3	4	3	4	20	3	2	4	4	1
40	1	2	3	4	5	60	2	2	1	4	2
90	4	2	4	1	3	50	1	4	1	2	2

Вариант № 27						Вариант № 28					
$M_j \backslash N_i$	10	40	50	60	40	$M_j \backslash N_i$	20	50	30	50	50
30	2	1	4	1	1	80	1	2	1	2	5
40	2	4	2	2	3	30	2	3	3	2	1
20	2	3	5	3	4	20	5	1	4	4	1

60	1	2	3	4	5	60	2	2	1	4	2
50	4	2	1	1	3	10	1	4	1	2	2
Вариант № 29						Вариант № 30					
$M_j \backslash N_i$	50	30	20	60	40	$M_j \backslash N_i$	20	50	30	60	40
80	1	3	4	6	1	40	5	2	4	2	5
30	1	4	2	2	3	30	2	3	3	2	1
20	2	3	5	3	4	20	3	3	4	4	1
60	1	2	3	4	5	60	1	2	6	4	2
10	4	2	4	1	3	50	1	3	1	2	2
Вариант № 31						Вариант № 32					
$M_j \backslash N_i$	60	30	10	60	40	$M_j \backslash N_i$	20	50	30	60	40
40	2	1	4	6	1	30	5	2	4	2	5
30	1	3	2	2	3	30	2	1	3	2	1
20	2	4	1	3	4	30	3	2	3	4	1
70	1	2	3	4	5	60	2	3	1	4	2
40	4	2	5	1	3	50	1	5	1	2	2

Расчетные данные

Таблица 8

Вариант № 1												Вариант № 2											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	6	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	7	5	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	7	4	0	0	5	0	0	0	1	0	0	2	0	3	9	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	9	0	5	0	0	0	2	0	0	0	5	0	0	6	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	12	8	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	10	12	0	0	0	0
4	0	0	3	0	0	0	2	0	5	0	0	4	0	0	0	0	0	7	5	8	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0	4	2	0	5	0	0	0	0	0	0	2	4	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	2	6	0	0	0	0	0	3	0	3	0	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	3	9	5	7	0	0	0	0	0	0	4	0	0	2	4
8	0	0	0	0	0	0	0	12	0	5	3	8	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	7
9	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	5	9	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	5
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Вариант № 3												Вариант № 4											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	5	11	7	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	8	5	0	0	0	0	0	0
1	0	0	4	8	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	3	0	9	0	2	0	0	0	0
2	0	0	0	0	3	4	4	0	0	0	0	2	0	0	0	4	0	6	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	7	6	0	5	0	0	0	3	0	0	0	0	11	0	5	5	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	8	0	6	0	0	4	0	0	0	0	0	0	8	4	6	0	0
5	0	0	0	0	0	0	9	7	0	12	0	5	0	0	0	0	0	0	5	0	7	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	8	6	0	0	0	0	0	0	0	2	0	9	3
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	12	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	8
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	3	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Вариант № 5												Вариант № 6											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	8	5	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	5	8	0	0	0	0	0	0
1	0	0	2	7	0	9	0	0	0	0	0	1	0	0	2	7	0	9	0	0	0	0	0
2	0	0	0	5	8	0	9	0	0	0	0	2	0	0	0	9	2	0	9	0	0	0	0
3	0	0	0	0	5	0	8	6	5	0	0	3	0	0	0	0	3	2	0	8	0	0	0
4	0	0	0	0	0	7	0	4	8	0	0	4	0	0	0	0	0	0	9	13	4	0	0
5	0	0	0	0	0	0	8	0	6	8	0	5	0	0	0	0	0	0	9	6	2	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	8	0	9	0	6	0	0	0	0	0	0	0	6	0	7	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	3	5	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	8
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Вариант № 7												Вариант № 8											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	7	0	8	5	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	9	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	8	0	7	0	4	0	0	0	0	1	0	0	5	0	8	6	0	0	0	0	0
2	0	0	0	9	0	6	0	4	0	0	0	2	0	0	0	3	7	0	8	0	0	0	0
3	0	0	0	0	5	8	7	0	0	0	0	3	0	0	0	0	9	5	6	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	12	0	7	7	0	0	4	0	0	0	0	0	4	0	4	7	0	0
5	0	0	0	0	0	0	5	0	9	5	0	5	0	0	0	0	0	0	3	7	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	7	0	9	0	6	0	0	0	0	0	6	0	9	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	8	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	8
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	4	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Вариант № 9												Вариант № 10											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	8	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	8	0	0	0	0	0	0	0

1	0	0	6	7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	4	6	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	9	3	0	0	0	0	0	2	0	0	0	7	0	8	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	5	2	5	0	0	0	0	3	0	0	0	0	6	9	9	0	0	0	
4	0	0	0	0	0	7	4	0	3	0	0	4	0	0	0	2	0	8	0	0	0	0	
5	0	0	0	0	0	0	5	6	7	0	0	5	0	0	0	0	0	5	9	11	0	0	
6	0	0	0	0	0	0	0	8	8	6	0	6	0	0	0	0	0	0	2	9	3	0	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	6	7	0	7	0	0	0	0	0	0	0	3	7	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	8	0	4	5	8	0	0	0	0	0	0	4	0	6	6	
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	6	9	0	0	0	0	0	0	0	8	0	9	
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Вариант № 11												Вариант № 12											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	6	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	3	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	7	9	0	0	0	0	1	0	0	2	7	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	6	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	9	6	0	5	0	0	0	0
3	0	0	0	0	6	1	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	2	0	4	2	0	0	0
4	0	0	0	0	0	4	1	0	5	0	0	4	0	0	0	0	0	6	1	7	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	3	6	0	4	0	5	0	0	0	0	0	0	6	2	0	6	0
6	0	0	0	0	0	0	0	7	3	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	3	9	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	7	5	6	7	0	0	0	0	0	0	0	3	0	7	0
8	0	0	0	0	0	0	0	6	0	6	6	8	0	0	0	0	0	0	0	0	8	3	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	6	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Вариант № 13												Вариант № 14											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	2	3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	5	0	6	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	7	0	0	2	5	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	0	4	9	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	7	2	4	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	8	1	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	8	4	2	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	9	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Вариант № 15												Вариант № 16											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	6	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	4	3	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	8	0	3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	9	6	0	0	0	0	0	0	0
2	0	6	0	9	5	0	0	0	0	0	0	2	0	4	0	1	3	0	0	0	0	0	0
3	0	0	7	0	3	9	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	5	4	9	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	6	2	0	9	0	0	4	0	0	0	0	0	3	0	3	7	0	0
5	0	0	0	0	0	0	7	6	5	0	0	5	0	0	0	0	0	0	8	2	9	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	8	3	0	6	6	0	0	0	0	0	5	0	9	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	2	7	0	7	0	0	0	0	0	0	9	0	3	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	2	8	0	0	0	0	0	0	0	0	4	7	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Вариант № 17												Вариант № 18											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	5	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	3	8	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	7	0	3	0	0	0	0	0	0	1	2	0	4	7	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	6	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	6	4	8	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	3	0	2	6	0	0	0	3	0	0	3	0	7	5	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	3	0	8	8	0	0	4	0	0	0	7	0	2	8	0	0	0	0

5	0	0	0	0	0	0	4	0	2	0	0	5	0	0	0	0	5	0	8	4	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	3	6	0	2	6	0	0	0	0	0	0	0	6	2	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	4	6	2	7	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	7	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	4
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Вариант № 19												Вариант № 20											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	4	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	2	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	7	0	5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	6	0	2	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	8	6	4	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	3	6	0	0	0	0	0
3	0	0	2	0	8	1	8	0	0	0	0	3	0	0	0	0	9	2	0	6	0	0	0
4	0	0	0	0	0	7	0	8	2	0	0	4	0	0	0	0	0	9	2	6	4	0	0
5	0	0	0	0	0	0	6	1	9	7	0	5	0	0	0	0	0	0	7	1	6	3	0
6	0	0	0	0	0	0	0	2	0	7	0	6	0	0	0	0	0	0	0	3	6	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	8	3	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Вариант № 21												Вариант № 22											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	4	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	7	4	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	9	6	5	0	0	0	0	0
2	0	0	0	2	7	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	3	8	0	4	0	0	0	0
3	0	0	0	0	2	0	5	6	0	0	0	3	0	0	0	0	4	1	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	3	0	7	4	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	6	0	3	0
5	0	0	0	0	0	0	6	2	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	3	8	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	3	7	5	0	6	0	0	0	0	0	0	0	3	0	8	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	6	3	8	7	0	0	0	0	0	0	0	0	7	3	7
8	0	0	0	0	0	0	0	2	0	5	6	8	0	0	0	0	0						
																		0	0	0	0	2	7
9	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	7	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Вариант № 23												Вариант № 24											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	3	2	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	8	0	3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	5	3	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	9	4	0	3	0	0	0	0	2	0	0	0	6	3	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	3	2	0	8	0	0	0	3	0	0	0	0	7	0	9	0	7	0	0
4	0	0	0	0	0	0	7	4	5	0	0	4	0	0	0	0	0	7	5	0	9	0	0
5	0	0	0	0	0	0	3	6	0	3	0	5	0	0	0	0	0	0	4	0	8	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	3	7	9	0	6	0	0	0	0	0	0	0	5	0	8	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	4	7	0	0	0	0	0	0	0	0	3	7	9
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	9	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	4
9	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	6	9	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	8
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Содержание расчетной части

1. По данным таблицы 13 построить сетевой график.
2. Провести упорядочение сетевого графика.
3. Построить линейную диаграмму проекта.
4. Определить временные параметры событий сети.

Составитель _____ Э.Е. Тихонов
(подпись)

«__» _____ 2021 г.