

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
Невинномысский технологический институт (филиал)

МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ

Методические указания к практическим занятиям
для студентов направления подготовки

15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»

Невинномысск, 2026

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств», изучающих дисциплину «Метрология, стандартизация, сертификация». В них изложены вопросы статистической оценки информации, необходимые для проведения практических занятий. Задачи даны в конце методических указаний.

Составители: к.т.н, доцент Д.В. Болдырев

Рецензент: к.т.н., доцент А.А. Евдокимов

Содержание

Введение	2
1 Многократное измерение с равноточными значениями отсчета	4
1.1 Точечные оценки числовых характеристик	11
1.2 Проверка нормальности закона распределения вероятности результата измерения	19
1.3 Обработка экспериментальных данных, подчиняющихся нормальному закону распределения вероятности	30
1.4 Обработка экспериментальных данных, не подчиняющихся нормальному закону распределения вероятности	34
1.5 Обеспечение требуемой точности измерений	38
2 Варианты заданий и форма отчетности	44
3 Контрольные вопросы	47
Литература	48

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Метрология, стандартизация и сертификация» ставит своей целью формирование следующих компетенций будущего бакалавра по направлению подготовки 15.03.04 — Автоматизация технологических процессов и производств.

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ОПК-2. Применять основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации	ИД-3 _{ОПК-2} Решает типовые задачи профессиональной деятельности, связанные с получением, хранением и переработкой информации	Обрабатывает результаты многократных прямых и косвенных измерений при проведении анализа производственных процессов и технических систем; применяет методы обнаружения и устранения грубых и систематических погрешностей
ОПК-5. Способен работать с нормативно-технической документацией, связанной с профессиональной деятельностью, с использованием стандартов, норм и правил	ИД-2 _{ОПК-5} Разрабатывает техническую документацию в соответствии со стандартами, нормами и правилами	Демонстрирует навыки подготовки отчетов, описаний, инструкций, технических паспортов средств и систем автоматизации
	ИД-3 _{ОПК-5} Участвует в процессах согласования и утверждения нормативно-технической документации.	Демонстрирует навыки согласования и утверждения нормативно-технической документации в области автоматизации технологических процессов и производств



1 Многократное измерение с равноточными значениями отсчета

Многократное измерение одной и той же величины постоянного размера производится при повышенных требованиях к точности измерений. Такие измерения характерны для профессиональной метрологической деятельности и выполняются в основном сотрудниками государственной и ведомственных метрологических служб, а также при тонких научных экспериментах. Это сложные, трудоемкие и дорогостоящие измерения, целесообразность которых должна быть всегда убедительно обоснована. Один из создателей теории информации Л. Бриллюэн в статье «Теория информации и ее приложение к фундаментальным проблемам физики» привел слова Д. Габора о том, что «ничто не дается даром, в том числе информация». В полной мере это относится и к измерительной информации.

Результат многократного измерения описывается выражением:

$$\hat{Q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i . \quad (1)$$

Как и результат однократного измерения, он является случайным значением измеряемой величины, но его дисперсия

$$D\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i\right) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n D(Q_i) = \frac{n\sigma_Q^2}{n^2} = \frac{\sigma_Q^2}{n} \quad (2)$$

в n раз меньше дисперсии результата измерения Q . Благодаря такому обстоятельству, как это видно на рис. 1. где выделены интервалы, соответствующие доверительной вероятности 0,95, точность определения значения измеряемой величины повышается в \sqrt{n} раз.

На рисунке 1 показан случай, когда результат многократного измерения – среднее арифметическое значение результата измерения \hat{Q} – подчиняется нормальному закону распределения вероятности. Так бывает всегда, когда нормальному закону распределения вероятности подчиняется сам результат измерения Q . Наличие массива экспериментальных данных

$$Q_i = X_i + \Theta_i; i \in \{1, \dots, n\}$$

позволяет получить апостериорную информацию о законе распределения вероятности результата измерения. В частности, может быть поставлена задача его определения. Но чаще ограничиваются проверкой нормальности закона распределения вероятности результата измерения и жертвуют точностью при отрицательных результатах проверки.

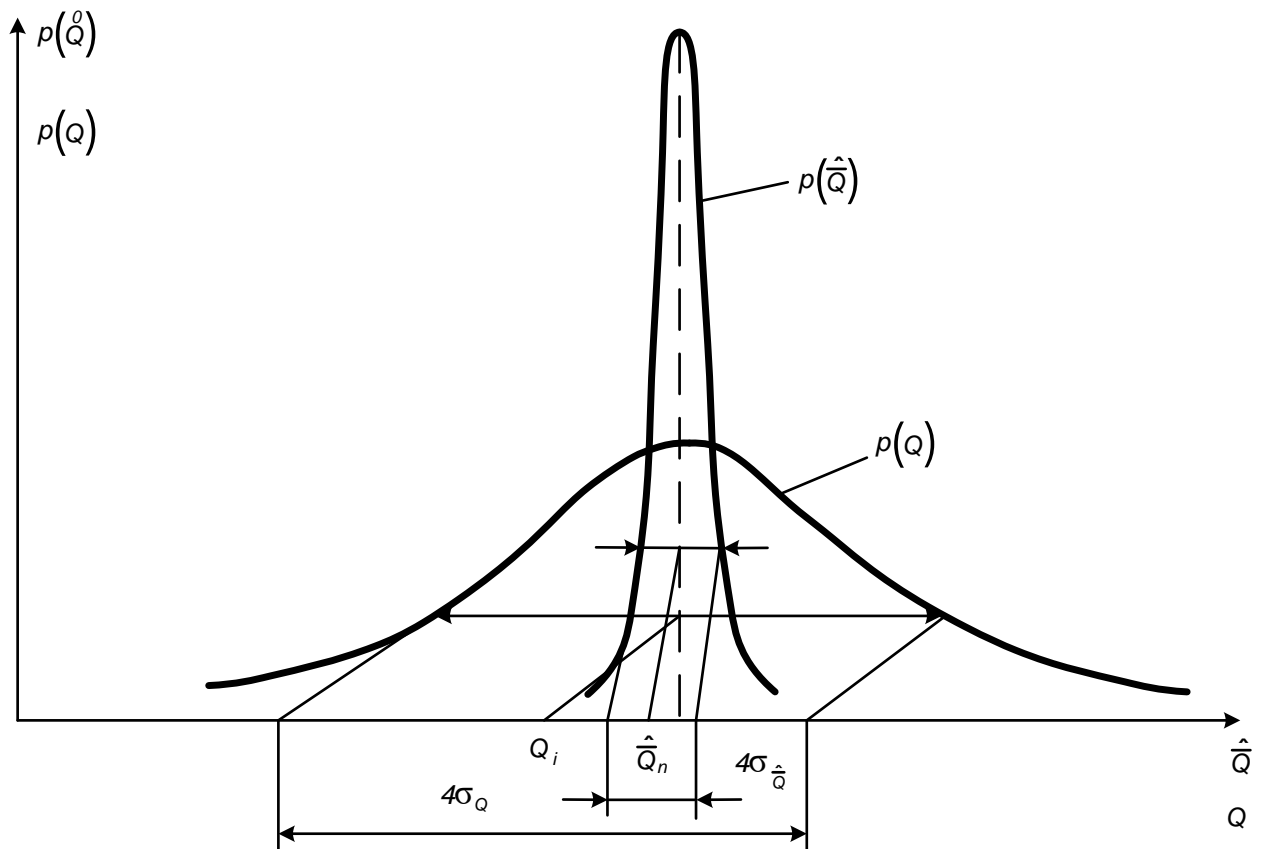


Рисунок 1 – Графики плотности распределения вероятности результата измерения и его среднего арифметического значения

Другой возможностью, которая открывается благодаря наличию большого объема экспериментальных данных, является обнаружение и исключение ошибок по правилу «трех сигм». Таким образом, специфическая особенность многократного измерения состоит в эффективном использовании апостериорной измерительной информации.

Последнее вовсе не означает, что необходимость в анализе априорной информации отпадает. Такой анализ обязательно предшествует многократному измерению и преследует те же цели, что и при однократном измерении, но с той разницей, что при многократном измерении информация о законе распределения вероятности результата измерения получается опытным путем.

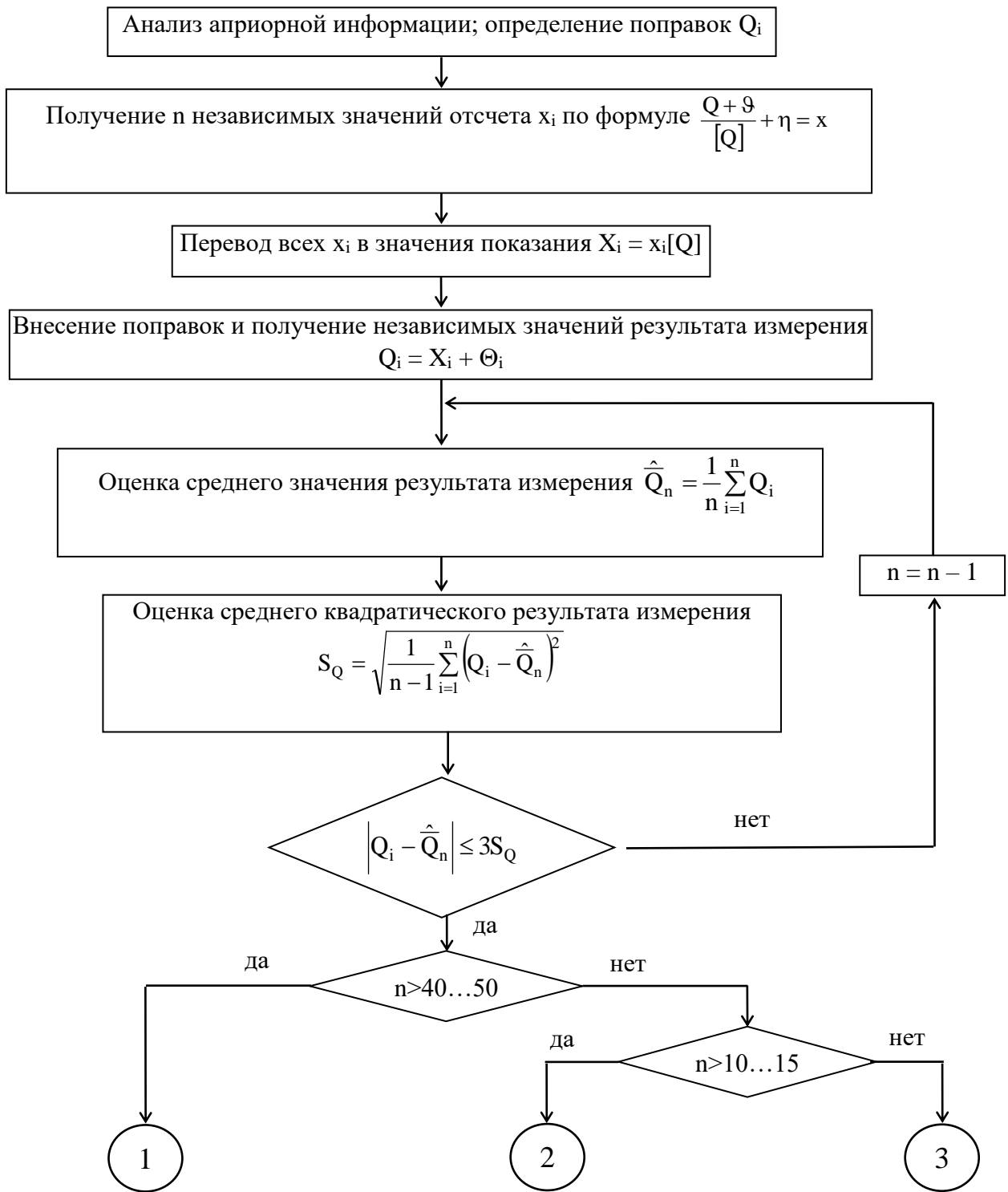
Вслед за анализом априорной информации и тщательной подготовкой к многократному измерению получают n независимых значений отсчета. Эта основная измерительная процедура может быть организована по-разному. Если изменением измеряемой величины во времени можно пренебречь, то все значения отсчета проще всего получить путем многократного повторения операции сравнения с помощью одного и того же средства измерений. Отсчет в этом случае будет описываться эмпирической плотностью распределения вероятности $P(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$, где согласно основному постулату метрологии каждое значение отсчета является случайным числом, подчиняющимся этому закону распределения вероятности. Такие значения отсчета x_i , имеющие одинаковую дисперсию, называются равноточными. Если же из априорной информации следует, что за время измерения произойдет существенное изменение измеряемой величины, то ее измеряют одновременно несколькими средствами измерений, каждое из которых дает одно из независимых значений отсчета x_i .

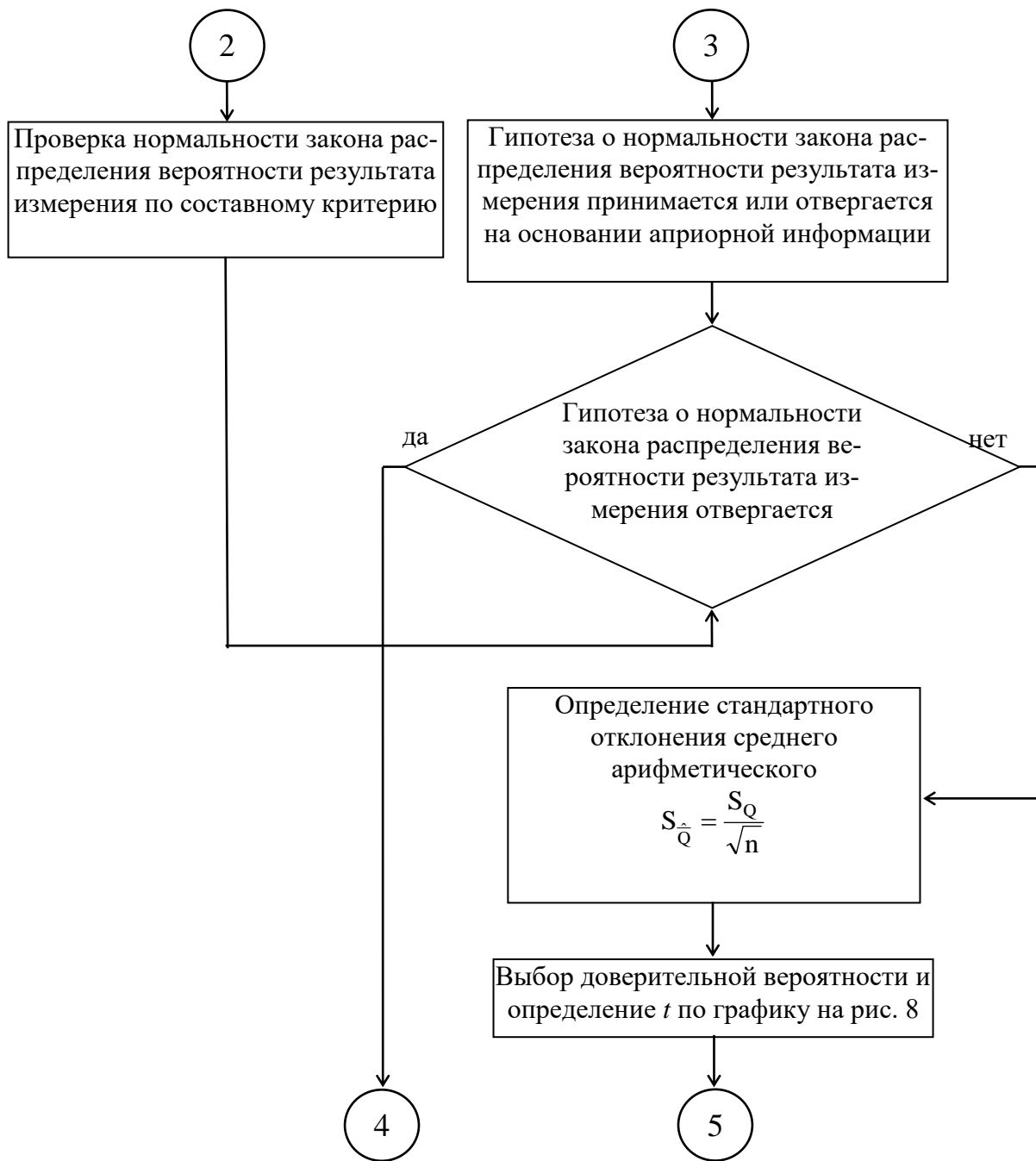
Так как средства измерений могут отличаться по точности, то в эмпирической плотности распределения вероятности отсчета $P(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ случайные числа x_i могут иметь разную дисперсию. Такие значения отсчета x_i называются неравноточными. Многократное измерение с неравноточными значениями отсчета рассматривается в следующем разделе.

Порядок выполнения многократного измерения с равноточными значениями отсчета показан на рис. 2.

Все значения отсчета x_i , независимо от способа их получения, переводятся в показания X_i , в которые вносятся поправки Θ_i . Если многократное измерение выполняется одним средством измерений, то поправки могут отличаться друг от друга из-за изменения во времени влияющих факторов. Если же используются одновременно несколько средств измерений, то поправки отличаются из-за индивидуальных особенностей каждого из них. Для простоты будем считать их известными точно.

Полученный массив экспериментальных данных может содержать ошибки. Для того чтобы воспользоваться этим правилом, нужно знать числовые характеристики закона распределения вероятности результата измерения – среднее значение \bar{Q} и среднее квадратическое отклонение σ_Q . Однако вычислить их невозможно из-за конечного n и практической нереализуемости интегрирования в бесконечных пределах. Можно лишь как-то оценить эти числовые характеристики на основе ограниченного экспериментального материала, указать их приближенные значения или пределы, в которых они находятся с определенной вероятностью.





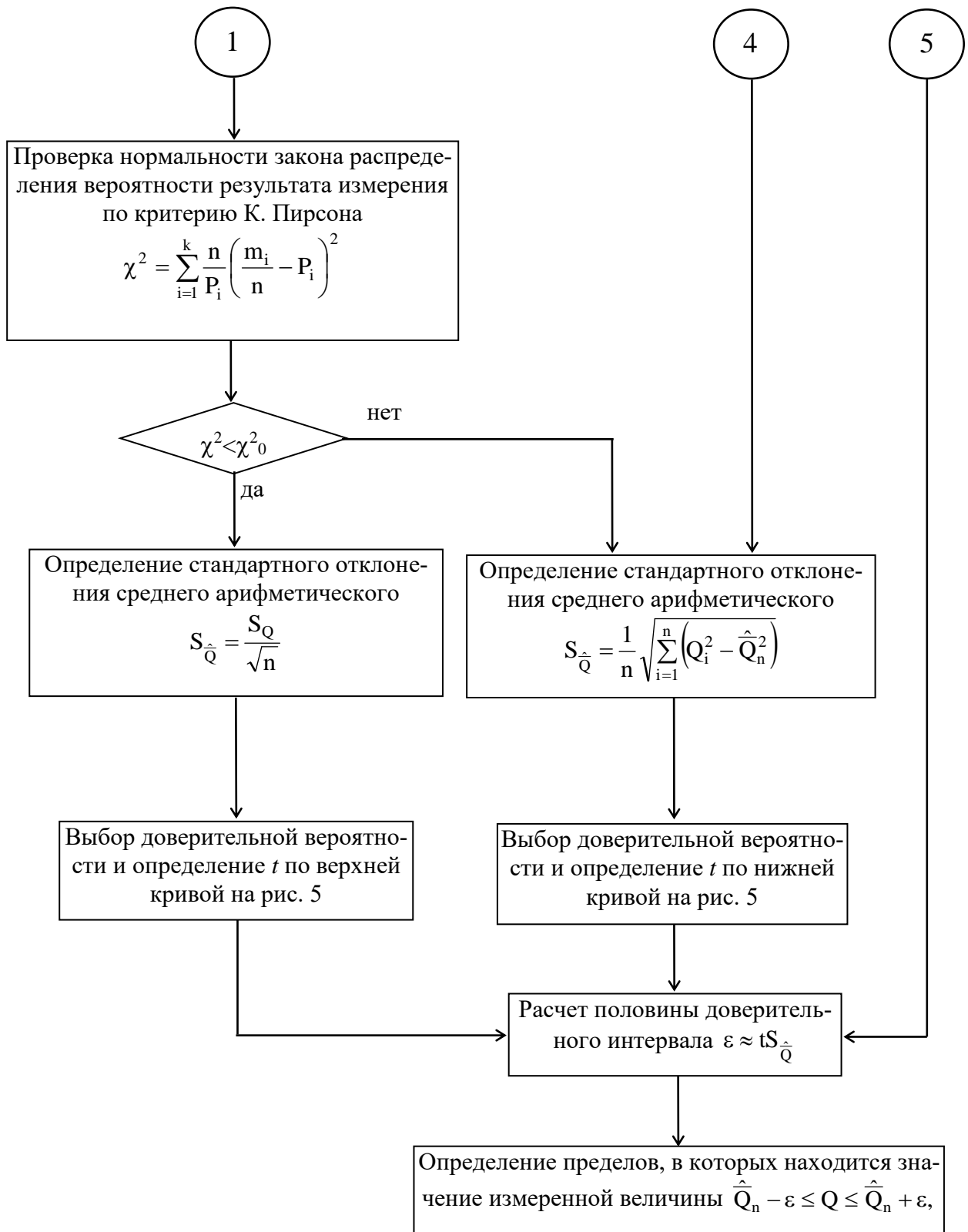


Рисунок 2 – Блок-схема алгоритма выполнения многократного измерения

1.1 Точечные оценки числовых характеристик

Оценки числовых характеристик законов распределения вероятности случайных чисел или величин, изображаемые точкой на числовой оси, называются точечными. В отличие от самих числовых характеристик оценки являются случайными, причем их значения зависят от объема экспериментальных данных, а законы распределения вероятности – от законов распределения вероятности самих случайных чисел или значений измеряемых величин. Оценки должны удовлетворять трем требованиям: быть состоятельными, несмещенными и эффективными. Состоятельной называется оценка, которая сходится по вероятности к оцениваемой числовой характеристике. Несмещенной является оценка, математическое ожидание которой равно оцениваемой числовой характеристике. Наиболее эффективной считают ту из нескольких возможных несмещенных оценок, которая имеет наименьшее рассеяние.

Рассмотрим n независимых значений Q_i , полученных при измерении физической величины постоянного размера. Пусть каждое из них отличается от среднего значения на случайное отклонение δ_i :

$$\begin{aligned} Q_1 &= \bar{Q} + \delta_1; \\ Q_2 &= \bar{Q} + \delta_2; \\ &\dots\dots\dots \\ Q_i &= \bar{Q} + \delta_i; \\ &\dots\dots\dots \\ Q_n &= \bar{Q} + \delta_n. \end{aligned}$$

Сложив между собой левые и правые части этих уравнений и разделив их на n , получим

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i = \bar{Q} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i.$$

В пределе при $n \rightarrow \infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{Q} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i.$$

Здесь

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{Q} = \bar{Q}; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0,$$

так что среднее арифметическое значение результата измерения

$$\hat{Q}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i,$$

сходящееся по вероятности к \bar{Q} , при любом законе распределения вероятности результата измерения может служить состоятельной точечной оценкой среднего значения.

Математическое ожидание среднего арифметического:

$$M\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(Q_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [M(\bar{Q}) + M(\delta_i)] = \bar{Q}.$$

Поэтому среднее арифметическое при любом законе распределения вероятности результата измерения является не только состоятельной, но и несмещенной оценкой среднего значения. Этим обеспечивается правильность результата многократного измерения.

Точность результата многократного измерения зависит от эффективности оценки среднего значения. Чем она эффективнее (чем меньше ее рассеяние), тем выше точность (см. рисунок 1). Критерии эффективности могут быть разными. При нормальном законе распределения вероят-

ности наиболее популярным является такой показатель эффективности (мера рассеяния), как сумма квадратов отклонений от среднего значения. Чем меньше этот показатель, тем эффективнее оценка. Это позволяет поставить задачу отыскания оценки среднего значения наиболее эффективной по критерию:

$$\sum_{j=1}^m (\hat{Q}_j - \bar{Q})^2 = \min. \quad (3)$$

Такая задача называется задачей синтеза оптимальной (т.е. наилучшей в смысле выбранного критерия) оценки среднего значения, а метод ее решения, основанный на использовании критерия (3), – методом наименьших квадратов.

Исследуем функцию в левой части выражения (3) на экстремум. Она достигает минимума при

$$\frac{\sum_{j=1}^m (\hat{Q}_j - \bar{Q})^2}{d\hat{Q}_j} = 0.$$

После возведения в квадрат и почленного дифференцирования получим

$$\sum_{j=1}^m \hat{Q}_j - m\bar{Q} = 0.$$

Если в качестве оценки \hat{Q} выбрать среднее арифметическое \hat{Q}_n , то равенство

$$\sum_{j=1}^m \left(\frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} Q_i \right) - m\bar{Q} = 0$$

будет выполняться при $n \rightarrow \infty$ в силу состоятельности этой оценки. Таким образом, среднее арифметическое является не только состоятельной и не-

смещенной, но и наиболее эффективной по критерию наименьших квадратов точечной оценкой среднего значения результата измерения.

В качестве точечной оценки дисперсии результата измерения по аналогии со средним арифметическим можно было бы взять

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_n)^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_n + \bar{Q} - \bar{Q})^2 = \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(Q_i - \bar{Q}) - (\hat{Q}_n - \bar{Q})]^2 = \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2 - \frac{2}{n} (\hat{Q}_n - \bar{Q}) \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q}) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Q}_n - \bar{Q})^2 = \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2 - 2(\hat{Q}_n - \bar{Q}) \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i - \bar{Q} \right) + (\hat{Q}_n - \bar{Q})^2 = \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2 - (\hat{Q}_n - \bar{Q})^2.
 \end{aligned}$$

При любом законе распределения вероятности результата измерения эта оценка является состоятельной, т.к. при $n \rightarrow \infty$ второе слагаемое в правой части стремится к нулю, а первое – к σ^2_Q . Но

$$\begin{aligned}
 M \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_n)^2 \right] &= M \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2 \right] - M (\hat{Q}_n - \bar{Q})^2 = \\
 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(Q_i - \bar{Q})^2 - \sigma_{\hat{Q}}^2 = \sigma_Q^2 - \frac{\sigma_Q^2}{n} = \frac{n-1}{n} \sigma_Q^2,
 \end{aligned}$$

т.е. такая оценка является смещенной.

Несмещенную оценку можно получить, умножив ее на коэффициент $\frac{n}{n-1}$. При $n \rightarrow \infty$ этот коэффициент стремится к 1, так что несмещенная точечная оценка дисперсии при любом законе распределения вероятности результата измерения

$$S_Q^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_n)^2 \quad (4)$$

остаётся состоятельной. Квадратный корень из нее

$$S_Q = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_n)^2}$$

называется стандартным отклонением.

Оценив среднее значение \bar{Q} и среднее квадратическое отклонение σ_Q результата измерения, можно, используя вместо этих числовых характеристик точечные оценки \hat{Q}_n и S_Q , по «правилу трех сигм» проверить, не являются ли некоторые сомнительные значения Q_i ошибочными.

Если окажется, что они отличаются от среднего арифметического \hat{Q}_n больше чем на $3S_Q$, то их следует отбросить (см. рисунок 2). После этого рассчитываются окончательные значения \hat{Q}_n и S_Q .

Пример 1. 15 независимых числовых значений результата измерения температуры в помещении по шкале Цельсия приведены во второй графе таблицы 1.

Не допущено ли ошибок при их получении?

Решение

1. Среднее арифметическое результата измерения

$$\hat{t}_{15} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n t_i = 20,404.$$

2. При определении стандартного отклонения результаты вспомогательных вычислений сведём в третью и четвертую графы табл. 1.

$$S_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (t_i - \hat{t}_{15})^2} = 0,032689.$$

Таблица 1 – Результаты измерения температуры

i	t_i	$t_i - \hat{t}_{15}$	$(t_i - \hat{t}_{15})^2$	$t_i - \hat{t}_{14}$	$(t_i - \hat{t}_{14})^2$
1	20,42	0,016	0,000256	0,009	0,000073
2	20,43	0,026	0,000676	0,019	0,000345
3	20,40	-0,004	0,000016	-0,011	0,000131
4	20,43	0,026	0,000676	0,019	0,000345
5	20,42	0,016	0,000256	0,009	0,000073
6	20,43	0,026	0,000676	0,019	0,000345
7	20,39	-0,014	0,000196	-0,021	0,000459
8	20,30	-0,104	0,010816	—	—
9	20,40	-0,004	0,000016	-0,011	0,000131
10	20,43	0,026	0,000676	0,019	0,000345
11	20,42	0,016	0,000256	0,009	0,000073
12	20,41	0,006	0,000036	-0,001	0,000002
13	20,39	-0,014	0,000196	-0,021	0,000459
14	20,39	-0,014	0,000196	-0,021	0,000459
15	20,40	-0,004	0,000016	-0,011	0,000131

3. Больше, чем на $3S_t=0,099$ от среднего арифметического отличается восьмое значение. Следовательно оно является ошибочным и должно быть отброшено.

4. Без восьмого значения $\hat{t}_{14} = 20,411$.

5. Результаты вспомогательных вычислений при повторном определении стандартного отклонения сведем в пятую и шестую графы табл. 1
 $S_t = 0,015518$

6. Ни одно из оставшихся значений t_i не отличается теперь от среднего арифметического больше чем на $3 S_t=0,046555$. Можно, следовательно, считать, что среди них нет ошибочных.

Универсальный метод отыскания эффективных оценок числовых характеристик **любых** законов распределения вероятности случайных чи-

сел или величин разработан Р.А. Фишером. Он называется методом максимального правдоподобия. Сущность этого метода заключается в следующем.

Многомерная плотность распределения вероятности системы случайных значений $p(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ рассматривается как функция числовых характеристик закона распределения вероятности.

Эта функция

$$L = p(Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \bar{Q}, \sigma_Q^2, \dots),$$

называемая функцией правдоподобия, показывает, насколько то или иное значение каждой числовой характеристики «более правдоподобно», чем другие. Функция правдоподобия достигает максимума при значениях переменных, являющихся их наиболее эффективными оценками. Последние, следовательно, находятся из условия

$$L = p(Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \hat{Q}, \hat{\sigma}_Q^2, \dots) = \max,$$

что равносильно совместному решению уравнений

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{Q}} = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\sigma}_Q^2} = 0;$$

.....

Для упрощения вычислений функцию правдоподобия иногда логарифмируют. Так как логарифм является монотонной функцией, то L и $\ln L$ достигают экстремума при одних и тех же значениях переменных. Наиболее эффективные оценки числовых характеристик, следовательно, могут определяться из совместного решения уравнений

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \hat{Q}} = 0;$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \hat{\sigma}_Q^2} = 0;$$

.....

Пример 2. Определить методом максимального правдоподобия эффективные оценки среднего значения и дисперсии результата измерения, независимые равноточные значения которого подчиняются нормальному закону распределения вероятности.

Решение

1. Плотность распределения вероятности каждого отдельного значения результата измерения

$$p(Q_i, \bar{Q}, \sigma_Q^2) = \frac{1}{\sigma_Q \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(Q_i - \bar{Q})^2}{2\sigma_Q^2}}.$$

Поскольку все значения независимые, плотность распределения вероятности системы случайных величин

$$p(Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \bar{Q}, \sigma_Q^2) = p(Q_1, \bar{Q}, \sigma_Q^2) p(Q_2, \bar{Q}, \sigma_Q^2) \dots p(Q_n, \bar{Q}, \sigma_Q^2).$$

Таким образом функция правдоподобия

$$L(Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \hat{Q}, \hat{\sigma}_Q^2) = \left(\frac{1}{\sigma_Q \sqrt{2\pi}} \right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma_Q^2} \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2}.$$

2. Логарифм функции правдоподобия

$$\ln L = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma_Q^2 - \frac{1}{2\sigma_Q^2} \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2.$$

3. Уравнения, из которых находятся оценки:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \hat{Q}} = \frac{1}{\bar{\sigma}_Q^2} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}) = 0; \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \bar{\sigma}_Q^2} = -\frac{n}{2\bar{\sigma}_Q^2} + \frac{1}{2\bar{\sigma}_Q^4} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q})^2.$$

4. Решение первого уравнения

$$\hat{Q} = \hat{Q}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i$$

совпадает с результатом, полученным методом наименьших квадратов.

5. Решение второго уравнения

$$\bar{\sigma}_Q^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_n)^2$$

дает хотя и эффективную, но, как мы видели, несколько смещенную оценку. К несмещенной оценке приводит введение поправочного множи-

теля $\frac{n}{n-1}$.

1.2 Проверка нормальности закона распределения вероятности результата измерения

При обработке экспериментальных данных существенное значение имеет вопрос о том, подчиняется или нет результат измерения нормальному закону распределения вероятности. Непротиворечивость такой гипотезы должна быть обязательно проверена.

Поскольку ошибки искажают эмпирический закон распределения вероятности результата измерения, постольку проверка предположения о его нормальности производится после исключения ошибок.

Правдоподобна или нет гипотеза о том, что результат измерения подчиняется нормальному закону распределения вероятности, можно определить уже по виду гистограммы, построенной на основании

экспериментальных данных. Наглядность отображения гистограммой закона распределения вероятности результата измерения зависит от соблюдения следующих правил при ее построении:

1) интервалы ΔQ , на которые разбивается ось абсцисс, следует выбирать, по возможности, одинаковыми;

2) число интервалов k устанавливать в соответствии со следующими рекомендациями:

Число измерений	Рекомендуемое число интервалов
40 – 100	7 – 9
100 – 500	8 – 12
500 – 1000	10 – 16
1000 – 10000	12 – 22

3) масштаб гистограммы выбирать так, чтобы ее высота относилась к основанию, примерно, как 5 к 8.

Иногда по виду гистограммы можно с большой уверенностью заключить, что результат измерения подчиняется (или не подчиняется) нормальному закону распределения вероятности. Если, например, гистограмма имеет вид, показанный на рис. 3. а, то результат измерения определенно не подчиняется нормальному закону. Если же гистограмма имеет вид, показанный на рис. 3. б, то возникает сомнение: достаточно ли хорошо она соответствует теоретической кривой нормального закона распределения плотности вероятности, показанной пунктиром? Для разрешения этого сомнения нужно иметь правило, руководствуясь которым можно было бы принимать то или иное решение.

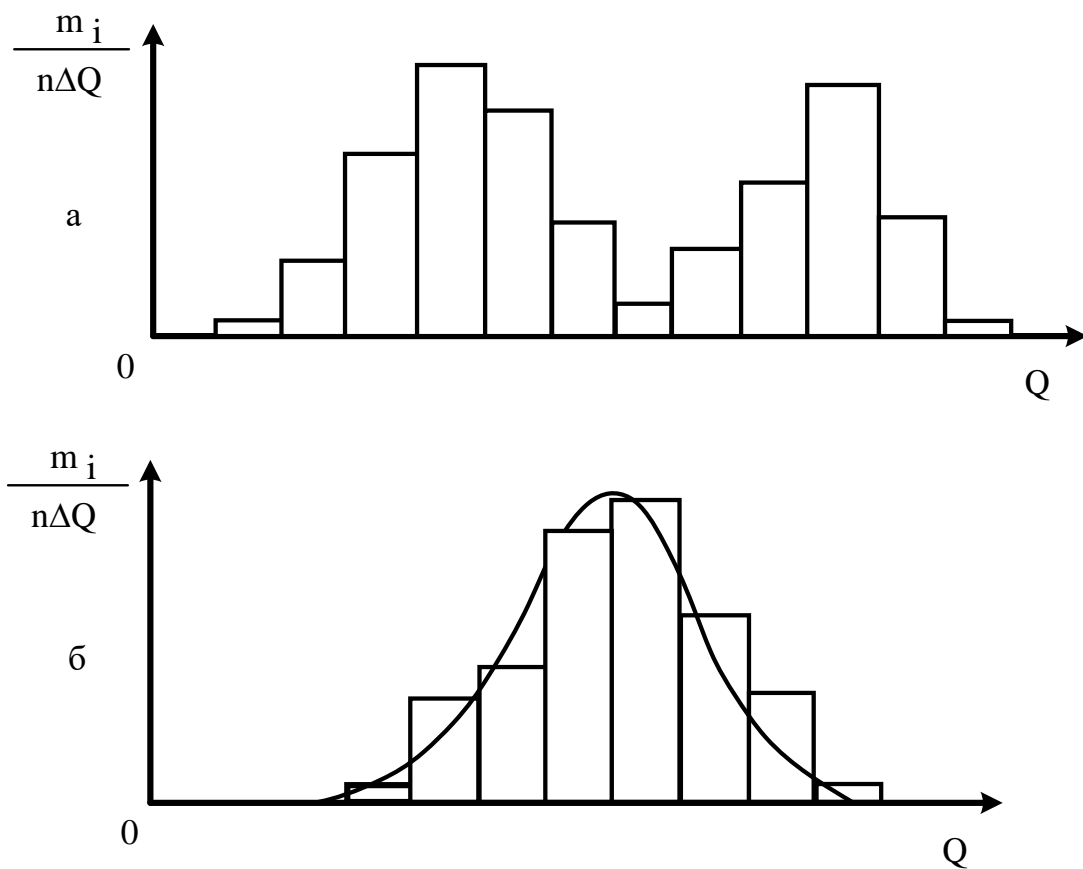


Рисунок 3 – Гистограммы, построенные по экспериментальным данным

Существует несколько так называемых критериев согласия, по которым проверяются гипотезы о соответствии экспериментальных данных тому или иному закону распределения вероятности результата измерения. Наиболее распространенным из них является критерий К. Пирсона. При использовании этого критерия за меру расхождения экспериментальных данных с теоретическим законом распределения вероятности результата измерения принимается сумма квадратов отклонения частот m_i/n от теоретической вероятности P_i попадания отдельного значения результата измерения в i -й интервал, причем каждое слагаемое берется с коэффициентом n/P_i :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{n}{P_i} \left(\frac{m_i}{n} - P_i \right)^2.$$

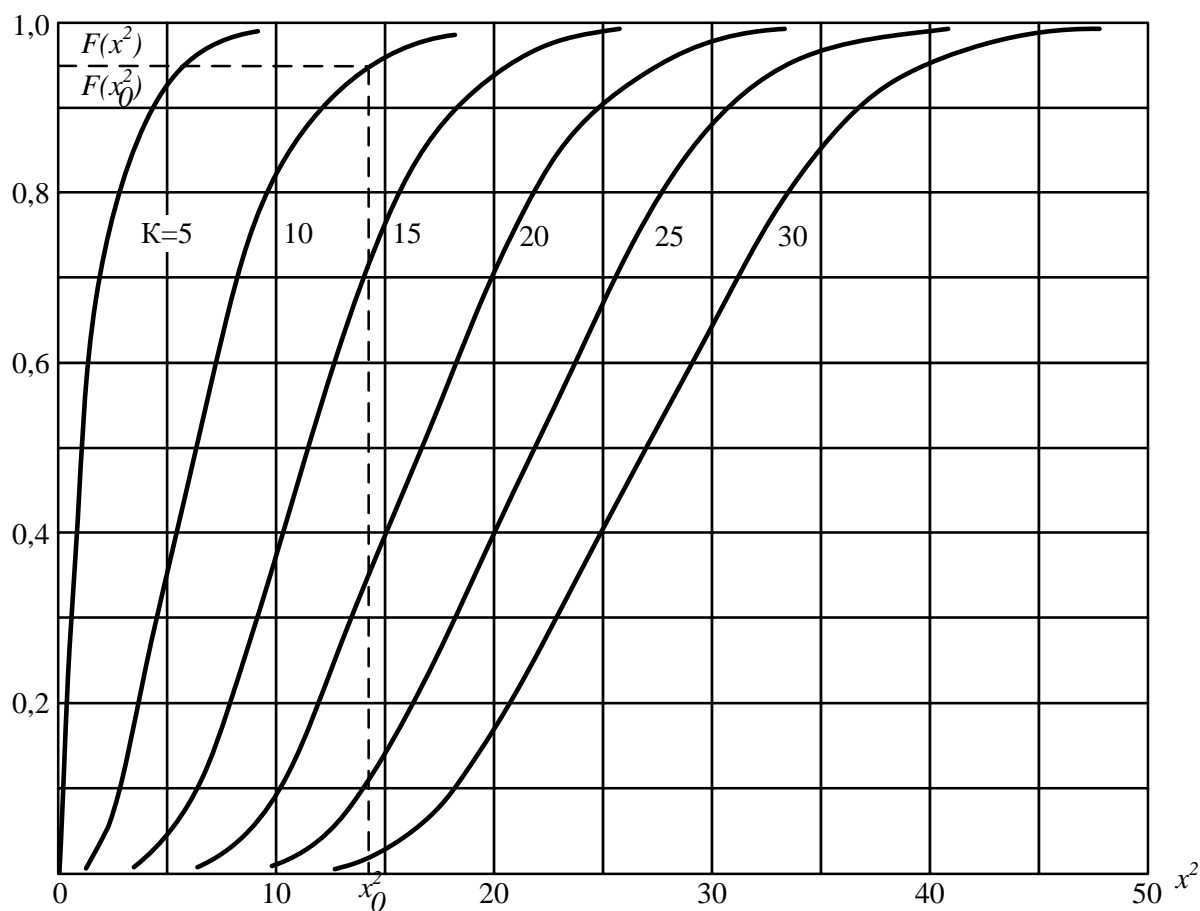


Рисунок 4 – Интегральная функция распределения вероятности
К. Пирсона

Если расхождение случайно, то χ^2 подчиняется χ^2 – распределению (распределению К. Пирсона). Кривые интегральной функции этого распределения представлены на рис. 4 (здесь k соответствует числу интервалов только при проверке соответствия закона распределения вероятности результата измерения нормальному закону). Интегральная функция определяет вероятность того, что случайное число примет значение меньше аргумента этой функции. Поэтому, задавшись значением интегральной функции распределения К. Пирсона $F(\chi^2_0)$, можно проверить, больше или меньше ее аргумента χ^2_0 (см. рисунок 4) вычисленное значение χ^2 . Если меньше, то с выбранной вероятностью χ^2 можно считать случайным чис-

лом, подчиняющимся χ^2 – распределению К. Пирсона, т.е. признать случайным расхождение между эмпирической и теоретической плотностью распределения вероятности результата измерения. Если же окажется, что $\chi^2 > \chi^2_0$, то с той же вероятностью придется признать, что χ^2 не подчиняется распределению К. Пирсона, т.е. гипотеза о соответствии эмпирического закона распределения вероятности теоретическому не подтверждается.

Пример 3. 100 независимых числовых значений результата измерения напряжения цифровым вольтметром, каждое из которых повторилось m раз, приведены в первой графе таблице 2.

Проверить гипотезу о том, что результат измерения подчиняется нормальному закону распределения вероятности.

Решение

1. Используя результаты вспомогательных вычислений, сведенные в третьей графах, найдем стандартное отклонение результата измерения:

$$\hat{U}_{100} = 8,63.$$

2. Используя результаты вспомогательных вычислений в четвертой, пятой и шестой графах, найдем стандартное отклонение результата измерения: $S_U = 0,127$.

3. Ни одно из значений результата измерения не отличается от среднего арифметического больше чем на $3S_U = 0,381$. Можно считать, что ошибок нет.

4. При использовании критерия К. Пирсона в каждом интервале должно быть не меньше пяти независимых значений результата измерения. В соответствии с этим образуем интервалы так, как это представлено во второй графе табл. 3.

Таблица 2 – Результаты измерения напряжения цифровым вольт-метром

U	m	mU	$U - \hat{U}_{100}$	$(U - \hat{U}_{100})^2$	$m(U - \hat{U}_{100})^2$
8,30	1	8,30	-0,33	0,1089	0,1089
8,35	2	16,70	-0,28	0,0784	0,1568
8,40	4	33,60	-0,23	0,0529	0,2116
8,45	5	42,25	-0,18	0,0324	0,1620
8,50	8	68,00	-0,13	0,0169	0,1352
8,55	10	85,50	-0,08	0,0064	0,0640
8,60	18	154,80	-0,03	0,0009	0,0162
8,65	17	147,05	0,02	0,0004	0,0068
8,70	12	104,40	0,07	0,0049	0,0588
8,75	9	78,75	0,12	0,0144	0,1296
8,80	7	61,60	0,17	0,0289	0,2023
8,85	6	53,10	0,22	0,0484	0,2904
8,90	0	–	–	–	–
8,95	1	8,95	0,32	0,1024	0,1024

Таблица 3 – Расчетные данные при использовании критерия К. Пирсона

i	Интервалы		m _i	t _i	L(t _i)	P _i	m _i -nP _i	$\frac{(m_i - nP_i)^2}{nP_i}$
	(U _{i-1} ;	U _i)						
1	(-∞;	8,425)	7	-1,614	-0,4467	0,0533	1,67	0,523
2	(8,425;	8,475)	5	-1,220	-0,3888	0,0579	-0,79	0,108
3	(8,475;	8,525)	8	-0,827	-0,2959	0,0929	-1,29	0,179
4	(8,525;	8,575)	10	-0,433	-0,1676	0,1283	-2,83	0,624
5	(8,575;	8,625)	18	-0,039	-0,0156	0,1520	2,80	0,516
6	(8,625;	8,675)	17	0,354	6,1383	0,1539	1,61	0,168
7	(8,675;	8,725)	12	0,748	0,2728	0,1345	-1,45	0,157
8	(8,725;	8,775)	9	1,142	0,3733	0,1005	-1,05	0,110
9	(8,775;	8,825)	7	1,536	0,4377	0,0644	0,56	0,048
10	(8,825;	+∞)	7	+∞	0,5000	0,0623	0,77	0,095

5. Определим, на сколько S_U отстоит от среднего арифметического, правая U_i граница каждого интервала:

$$t_i = \frac{U_i - \hat{U}_{100}}{S_U} = \frac{U_i - 8,63}{0,127}.$$

Полученные значения параметра t внесем в четвертую графу таблицы 3.

6. По значению t_i из графика на рис. 5 можно определить, с какой вероятностью отдельное значение результата измерения, подчиняющегося нормальному закону распределения вероятности, попадает в интервал $\hat{U}_{100} \pm U_i$. С вероятностью в два раза меньшей оно попадает в левую или правую половину этого интервала. Эта вероятность определяется интегралом вероятности – функцией Лапласа $L(t_i)$, так что для повышения точности расчетов можно пользоваться не графиком, а таблицами функции Лапласа. Полученные из таблиц значения $L(t_i)$ занесены в пятую графу табл. 3.

7. Теоретическая вероятность P_i , попадания в i -й интервал отдельного значения результата измерения, подчиняющегося нормальному закону распределения вероятности, очевидно равна

$$P_i = L(t_i) - L(t_{i-1}).$$

Принимая во внимание, что $L(-\infty) = -0,5$, а $L(\infty) = 0,5$, поместим рассчитанные значения P_i в шестую графу табл. 3.

8. В седьмую и восьмую графы внесены результаты остальных вспомогательных вычислений. Суммирование чисел в восьмой графе дает $\chi^2 = 2,528$.

9. Из графика на рис. 4 видно, что рассчитанное значение $\chi^2 \ll \chi^2_0$, соответствующего, например, вероятности 0,95. Таким образом, можно принять гипотезу о том, что результат измерения подчиняется нормальному закону.

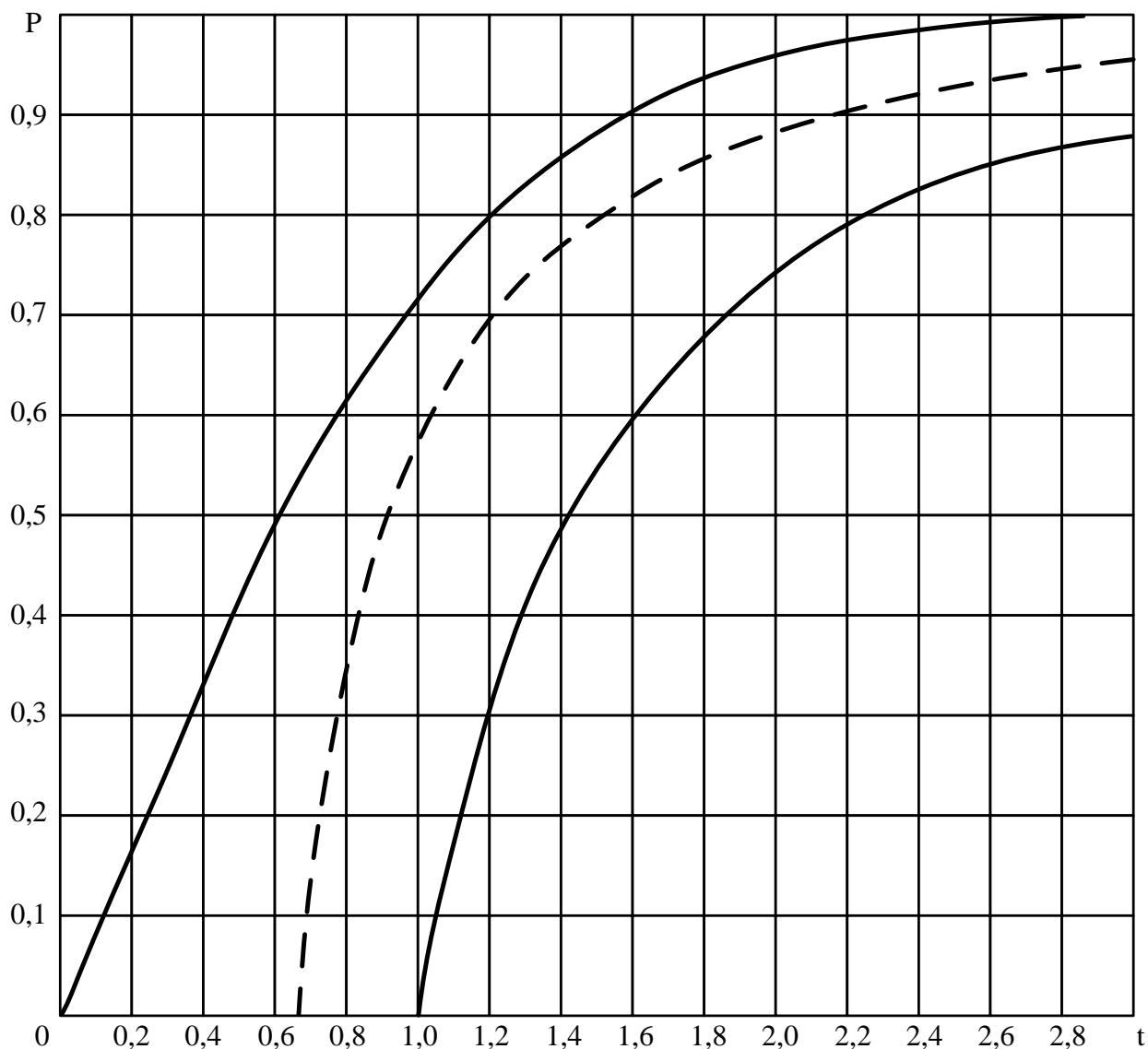


Рисунок 5 – Вероятность попадания отдельного значения результата измерения в окрестность среднего значения

Критерий согласия К. Пирсона широко применяется для проверки гипотез о том, что результат измерения подчиняется вполне определенному закону распределения вероятности. При $\chi^2 < \chi^2_0$ соответствующая

гипотеза принимается, при $\chi^2 \geq \chi^2_0$ – отвергается. Однако даже выполнение неравенства $\chi^2 \ll \chi^2_0$ не может служить доказательством того, что результат измерения подчиняется этому закону распределения вероятности.

При использовании критерия К. Пирсона, как и в случае применения других критериев, возможны два рода ошибок. Ошибка первого рода состоит в отклонении верной гипотезы, а ошибка второго рода – в принятии неправильной. Для иллюстрации на рис. 6 показаны кривые плотности распределения вероятности величины χ^2 в случаях, когда проверяемая гипотеза верна – кривая 1, и когда неверна – кривая 2. Если вероятности, с которой выносится решение, соответствует значение χ^2_0 , то при всех $\chi^2 < \chi^2_0$, гипотеза будет приниматься, а при всех $\chi^2 \geq \chi^2_0$ – отклоняться.

Вероятности ошибок первого и второго родов при этом:

$$P_I = \int_{\chi_0^2}^{\infty} p_1(\chi^2) d\chi^2;$$

$$P_{II} = \int_{-\infty}^{\chi_0^2} p_2(\chi^2) d\chi^2.$$

Обе они зависят от значения χ^2_0 , которое в свою очередь определяется вероятностью $P=F(\chi^2_0)$, с которой принимается решение. С повышением этой вероятности значение χ^2_0 увеличивается, вероятность ошибки первого рода уменьшается, а ошибки второго рода – возрастает, и наоборот. Таким образом, нецелесообразно принимать решение с очень высокой степенью вероятности. Обычно P выбирается равной 0,9...0,95.

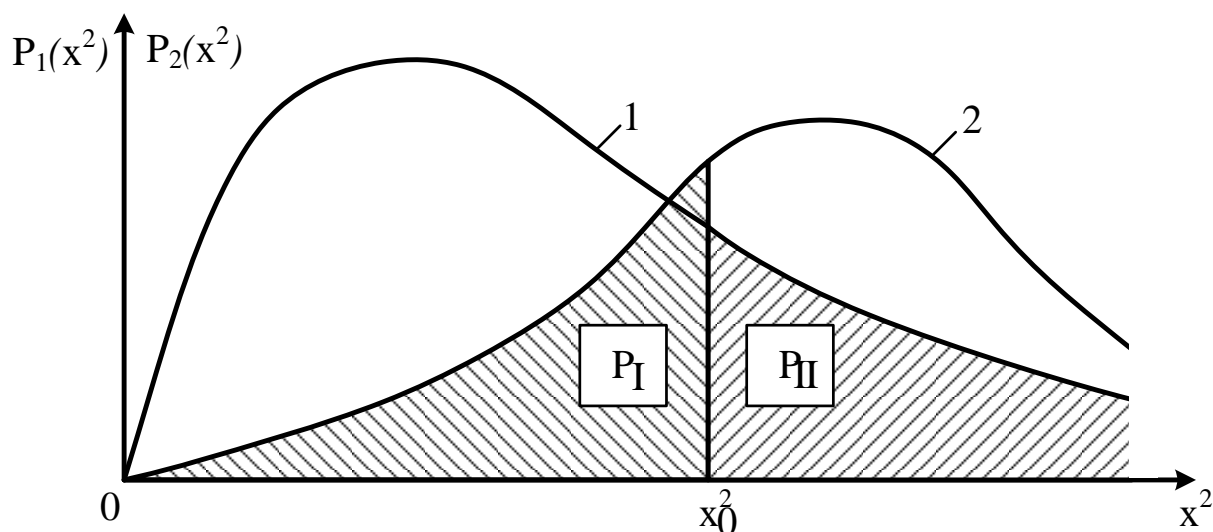


Рисунок 6 – Графики плотности распределения вероятности χ^2 в случаях, когда проверяемая гипотеза верна (1) и неверна (2)

При проверке нормальности закона распределения вероятности результата измерения применение критерия К. Пирсона дает хорошие результаты только, если $n > 40 \dots 50$. При $10 \dots 15 < n < 40 \dots 50$ применяется так называемый составной критерий. Сначала рассчитывается

$$d = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Q_i - \hat{Q}_n|}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_n)^2}}$$

и проверяется выполнение условия

$$d_{\min} \leq d \leq d_{\max},$$

где d_{\min} и d_{\max} зависят от вероятности P^* , с которой принимается решение, и находятся по табл. 4.

Таблица 4 – Данные для использования составного критерия

П	P* = 0,90		P* = 0,95		P* = 0,99	
	d _{min}	d _{max}	d _{min}	d _{max}	d _{min}	d _{max}
11	0,7409.	0,8899	0,7153	0,9073	0,6675	0,9359
16	7452	8733	7236	8884	6829	9137
21	7495	8631	7304	8768	6950	9001
26	7530	8570	7360	8686	7040	8901
31	7559	8511	7404	8625	7110	8827
36	7583	8468	7440	8578	7167	8769
41	7604	8436	7470	8540	7216	8722
46	7621	8409	7496	8508	7256	8682
51	7636	8385	7518	8481	7291	8648

Если это условие соблюдается, то дополнительно проверяются «хвосты» теоретического и эмпирического законов распределения вероятности. При $10 \leq n \leq 20$ считается допустимым отклонение одного из независимых значений результата измерения Q_i от среднего арифметического больше, чем на $2,5S_Q$, при $20 < n \leq 50$ – двух, что соответствует доверительной вероятности $P^{**} \approx 0,98$.

Несоблюдения хотя бы одного из двух условий достаточно для того, чтобы гипотеза о нормальности закона распределения вероятности результата измерения была отвергнута. В противном случае гипотеза принимается с вероятностью $P > P^* + P^{**} - 1$.

При $n < 10 \dots 15$ гипотеза о том, что результат измерения подчиняется нормальному закону распределения вероятности, не проверяется. Решение принимается на основании анализа априорной информации.

1.3 Обработка экспериментальных данных, подчиняющихся нормальному закону распределения вероятности

Если итоги проверки большого массива экспериментальных данных по критерию χ^2 не противоречат гипотезе о том, что результат измерения подчиняется нормальному закону распределения вероятности, то можно считать, что среднее арифметическое значение результата измерения также подчиняется нормальному закону, а среднее значение среднего арифметического

$$M(\hat{Q}_n) = \bar{Q}.$$

Ни одно из случайных значений, подчиняющихся нормальному закону распределения вероятности, не может отличаться от среднего значения больше, чем на половину доверительного интервала. На основании формулы

$$P\left\{\bar{Q} - t\sigma_{\hat{Q}} \leq \hat{Q}_n \leq \bar{Q} + t\sigma_{\hat{Q}}\right\} = 2F(t) - 1 = 2L(t).$$

можно написать

$$\begin{aligned} P\left\{\bar{Q} - t\sigma_{\hat{Q}} \leq \hat{Q}_n \leq \bar{Q} + t\sigma_{\hat{Q}}\right\} &= P\left\{-\hat{Q}_n - t\sigma_{\hat{Q}} \leq \bar{Q} \leq -\hat{Q}_n + t\sigma_{\hat{Q}}\right\} = \\ &= P\left\{\hat{Q}_n - t\sigma_{\hat{Q}} \leq \bar{Q} \leq \hat{Q}_n + t\sigma_{\hat{Q}}\right\} = 2F(t) - 1. \end{aligned}$$

Заменяя среднее квадратическое отклонение среднего арифметического его оценкой

$$S_{\hat{Q}} = \frac{S_Q}{\sqrt{n}},$$

вытекающей из выражения (2), и принимая во внимание, что $\bar{Q} = Q$, получим:

$$P\left\{\hat{Q}_n - \varepsilon \leq Q \leq \hat{Q}_n + \varepsilon\right\} = 2F(t) - 1,$$

где $\varepsilon \approx tS_{\hat{Q}}$ – половина доверительного интервала, а t при выбранной доверительной вероятности определяется по верхней кривой на рисунке 5.

Порядок соответствующих действий показан на рисунке 2. Сначала находится стандартное отклонение среднего арифметического, затем выбирается доверительная вероятность и определяется соответствующее ей значение t по верхней кривой на рис. 5. С выбранной доверительной вероятностью значение измеряемой величины Q не отличается от среднего арифметического значения результата измерения больше, чем на половину доверительного интервала $\varepsilon \approx tS_{\hat{Q}}$.

При небольшом объеме экспериментальных данных среднее арифметическое значение результата измерения, подчиняющегося нормальному закону распределения вероятности, само подчиняется закону распределения вероятности Стьюдента (псевдоним В.С. Госсета) с тем же средним значением $\bar{Q}=Q$. Графики плотности распределения вероятности, соответствующие этому закону, показаны на рис. 7. При увеличении n распределение вероятности Стьюдента быстро приближается к нормальному, становясь почти неотличимым от него уже при $n>40\dots50$.

Доверительная вероятность того, что любое случайное значение среднего арифметического, подчиняющегося закону распределения вероятности Стьюдента, не отличается от среднего значения больше чем на половину доверительного интервала

$$P\left\{\bar{Q} - t\sigma_{\hat{Q}} \leq \hat{Q}_n \leq \bar{Q} + t\sigma_{\hat{Q}}\right\} = 2S_n(t) - 1,$$

где $S_n(t)$ – интегральная функция распределения вероятности Стьюдента. По этой формуле на рис. 8 построены графики, показывающие, какое значение имеет объем выборки n . При $n=4$, например, вероятность того, что

никакое значение среднего арифметического, подчиняющегося закону распределения вероятности Стьюдента, не отличается от среднего значения больше чем на $2\sigma_{\hat{Q}}$, составляет 0,86; при $n=6$ она равна 0,9; при $n=10$ получается равной 0,924; при $n=20$ уже 0,94 и т.д. Верхняя кривая на рис. 8 соответствует условию $n > 40 \dots 50$ и практически не отличается от верхней кривой на рисунке 5.

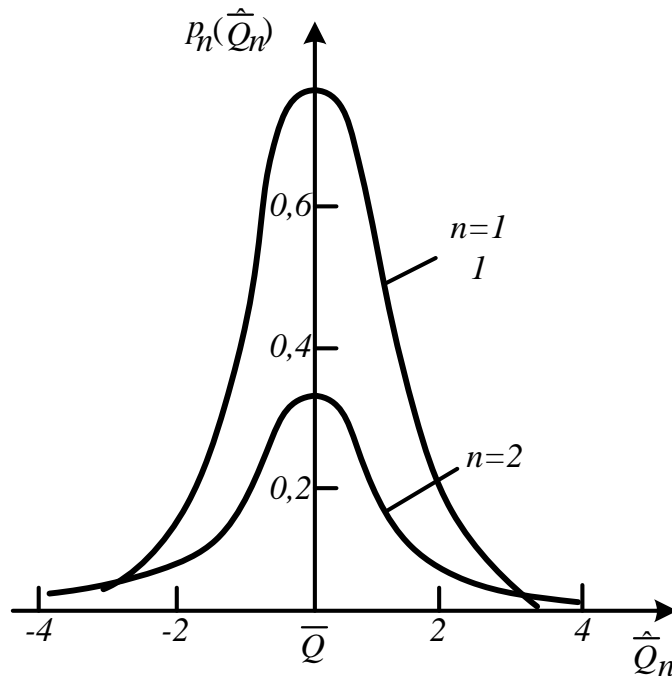


Рисунок 7 – Графики плотности распределения вероятности среднего арифметического \hat{Q}_n при различных значениях n

По аналогии с предыдущим нетрудно показать, что

$$P\{\hat{Q}_n - \varepsilon \leq Q \leq \hat{Q}_n + \varepsilon\} = 2S_n(t) - 1,$$

где по-прежнему $\varepsilon \approx tS_{\hat{Q}}$ – половина доверительного интервала, а t при выбранной доверительной вероятности определяется по графику на рис. 8.

Порядок действий при обработке небольшого объема экспериментальных данных отличается только тем, что после выбора доверительной вероятности t с учетом n определяется по графику на другом рисунке.

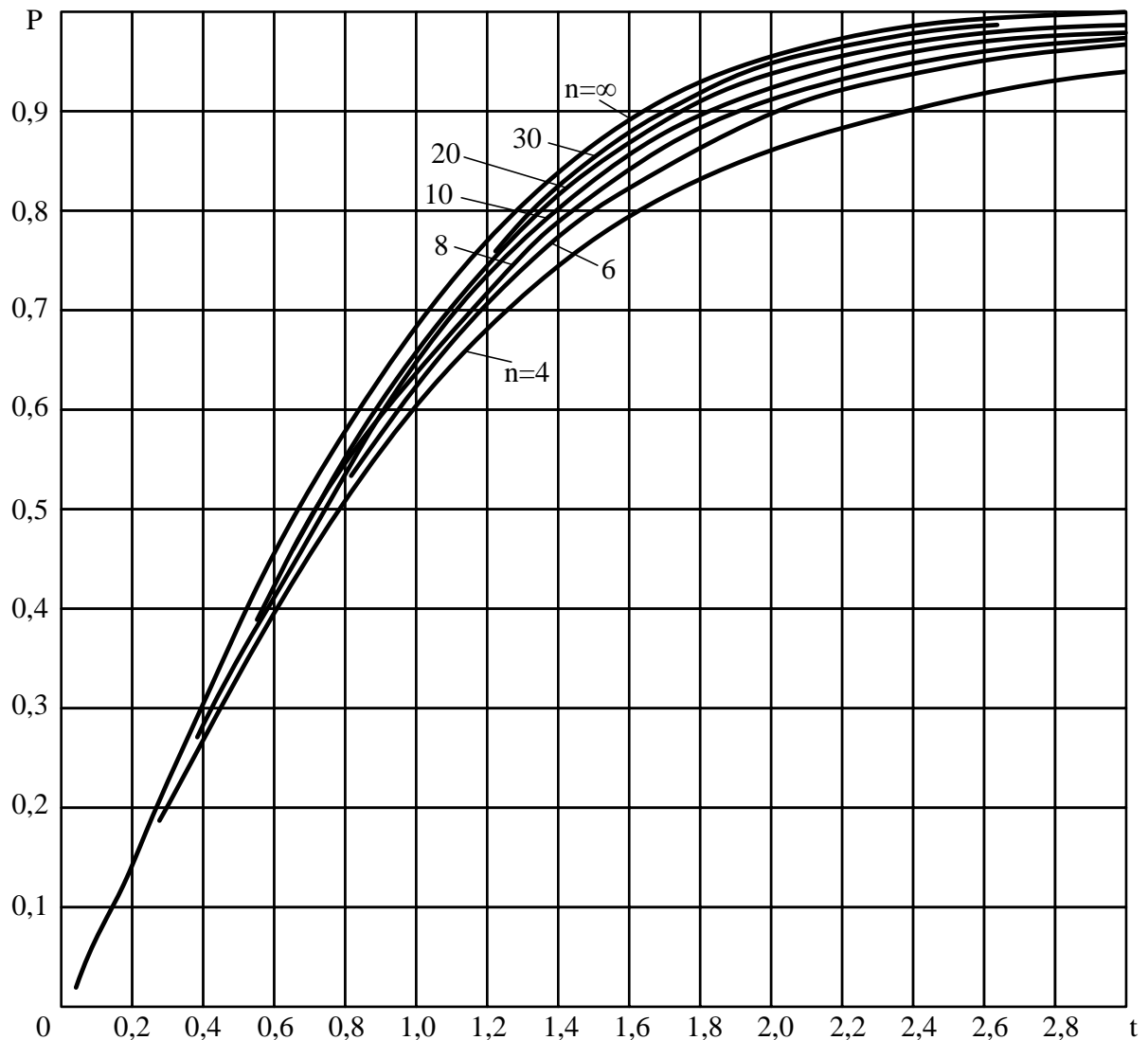


Рисунок 8 – Вероятность попадания среднего арифметического в окрестность среднего значения

При совсем незначительном количестве экспериментальных данных ($n < 10 \dots 15$) и принятой гипотезе о том, что результат измерения подчиняется нормальному закону распределения вероятности, выявление ошибок по «правилу трех сигм» не производится. Остальной порядок действий

(см. рис. 2) не отличается от предыдущего. Доверительный интервал при фиксированной доверительной вероятности, как это видно из графика на рис. 8, с уменьшением объема экспериментальных данных расширяется; точность измерения при этом, следовательно, снижается, приближаясь к точности однократного измерения при $n \rightarrow 1$.

1.4 Обработка экспериментальных данных, не подчиняющихся нормальному закону распределения вероятности

Если гипотеза о том, что результат измерения подчиняется нормальному закону распределения вероятности отвергается, то существует несколько возможностей.

1) При особо точных и ответственных измерениях может быть поставлена задача определения закона распределения вероятности результата измерения. Однозначного решения она не имеет, и вывод о том, что экспериментально найденная плотность распределения вероятности подчиняется какому-то конкретному закону, может быть сделан лишь с той или иной вероятностью. Это довольно сложная и трудоемкая процедура, требующая значительных дополнительных затрат, и необходимость ее в каждом отдельном случае должна быть технико-экономически обоснована.

После определения с той или иной вероятностью закона распределения вероятности результата измерения методом максимального правдоподобия (см. разд. 1. 1) устанавливаются оценки его числовых характеристик, и на основе их использования разрабатывается вся последующая процедура обработки экспериментальных данных. Такая обработка называется оптимальной и обеспечивает наивысшую точность при выбранных критериях.

2) Если закон распределения вероятности результата измерения незначительно отличается от нормального (чаще всего это отличие проявляется в повышенной вероятности больших отклонений от среднего значения), то применяются так называемые робастные (устойчивые к отклонениям от нормального закона распределения вероятности) методы обработки экспериментальных данных. Все они основаны на ослаблении влияния больших отклонений от среднего значения на его оценку.

В простейшем случае большие отклонения просто отбрасываются, что приводит к усеченному нормальному закону распределения вероятности результата измерения. В этом случае оценкой среднего значения становится медиана закона распределения вероятности результата измерения.

$$\hat{Q}_M = \text{med}Q = \begin{cases} \frac{Q_{\frac{n+1}{2}}}{2} & \text{при нечетном } n; \\ \frac{1}{2} \left(Q_{\frac{n}{2}} + Q_{\frac{n}{2}+1} \right) & \text{при четном } n. \end{cases}$$

В некоторых случаях большие отклонения не отбрасываются, а заменяются на ближайšie из оставшихся значений результата измерения, либо включаются в обработку с малыми весовыми коэффициентами. Порядок дальнейшей обработки экспериментальных данных не меняется. Предельным случаем усечения является оставление одного (при нечетном n) или двух (при четном n) значений результата измерения.

Среднее арифметическое не относится к устойчивым (робастным) оценкам. Объясняется это тем, что даже очень редкие большие отклонения (выбросы), не подчиняющиеся нормальному закону распределения вероятности, играют по критерию (3) существенную роль. Операция возведения в квадрат делает их доминирующими среди слагаемых, а эффек-

тивность оценки, полученной методом наименьших квадратов, резко падает.

Ослабление влияния больших отклонений на оценку среднего значения (т.е. повышение ее устойчивости) достигается при синтезе оценки по критерию эффективности, в котором квадратичная зависимость заменена на более слабую. Показателем эффективности (мерой рассеяния), в частности, может быть сумма отклонений от среднего значения или некоторая ее функция. Оценки, синтезированные по критерию

$$\sum_{j=1}^n \psi(\hat{Q}_j - \bar{Q}) = \min,$$

называются M-оценками. Функция $\psi(\hat{Q}_j - \bar{Q}) \geq 0$ при малых значениях аргумента выбирается близкой к квадратичной, а при больших – возрастающей медленнее, чем квадратичная. В зависимости от вида этой функции различают робастные оценки Хубера, Хампела, Андрюса, Тьюки и другие. Все они слабо зависят от выбросов и отклонений от нормального закона определения вероятности, а в случае, когда результат измерения подчиняется нормальному закону, близки к оценке среднего значения, полученной методом наименьших квадратов.

Разновидностью M-оценок являются I^P -оценки, получаемые при

$$\psi(\hat{Q}_j - \bar{Q}) = |\hat{Q}_j - \bar{Q}|^P, \quad 1 \leq P < 2.$$

В отличие от перечисленных M-оценок они более эффективны вблизи других законов распределения вероятности, отличных от нормального. В частности, I^1 -оценка, или оценка наименьших модулей, получаемая из условия

$$\sum_{j=1}^m |\hat{Q}_j - \bar{Q}| = \min$$

и совпадающая с медианой, оптимальна при экспоненциальном законе распределения вероятности результата измерения.

Используются и другие робастные оценки.

3) С невысокой точностью значение измеряемой величины можно установить даже не интересуясь законом распределения вероятности результата измерения. Среднее арифметическое в этом случае может оказаться неэффективной оценкой, но его все равно целесообразно использовать, так как при всех обстоятельствах дисперсия среднего арифметического согласно соотношению (2) в n раз меньше дисперсии результата измерения, оценка которой на основании свойств дисперсии может быть представлена в виде

$$S_Q^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i^2 - \hat{Q}_n^2.$$

Стандартное отклонение среднего арифметического при любом законе распределения вероятности

$$S_{\hat{Q}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i^2 - \hat{Q}_n^2} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n Q_i^2 - n\hat{Q}_n^2} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_i^2 - \hat{Q}_n^2)}.$$

Задавшись доверительной вероятностью P , по нижней кривой на рис. 5 можно определить, на сколько $S_{\hat{Q}}$, среднее арифметическое \hat{Q}_n , может отличаться от среднего значения результата измерения \bar{Q} при любом законе распределения вероятности. С меньшей вероятностью

$$\hat{Q}_n - \varepsilon \leq Q \leq \hat{Q}_n + \varepsilon,$$

где, как обычно, $\varepsilon \approx t S_{\hat{Q}}$ – половина доверительного интервала. Соответствующий порядок действий показан на рисунке 2.

1.5 Обеспечение требуемой точности измерений

Многократное измерение одной и той же величины постоянного размера позволяет обеспечить требуемую точность. Поскольку ширина доверительного интервала зависит от количества экспериментальных данных, то, увеличивая n , можно добиться выполнения наперед заданного условия $\varepsilon \leq \varepsilon_0$

Упрощенный алгоритм обработки экспериментальных данных в этом случае показан на рисунке 9.

Пример 4. В таблице 5 приведены 10 независимых числовых значений результата измерения линейного размера (в сантиметрах).

Таблица 5 – Значения результата измерения линейного размера

i	l_i	$l_i - \hat{l}_{10}$	$(l_i - \hat{l}_{10})^2$
1	392	0	0
2	391	-1	1
3	395	3	9
4	392	0	0
5	389	-3	9
6	396	4	16
7	389	-3	9
8	389	-3	9
9	393	1	1
10	394	2	4

Определить его длину, если с вероятностью 0,95 точность измерения должна быть не ниже $2\varepsilon_0=2$ см.

Решение

1. Используя вспомогательные вычисления, сведенные в таблице 5, получим

$$\hat{l}_{10} = 392; S_1 = 2,5.$$

2. Больше чем на $3 S_1=7,5$ от среднего арифметического не отличается ни одно из числовых значений результата измерения. Таким образом, следует признать, что ошибок нет.

3. Допустим, есть основание полагать, что результат измерения подчиняется нормальному закону распределения вероятности.

4. Стандартное отклонение среднего арифметического

$$S_{\hat{l}} = \frac{2,5}{\sqrt{10}} \approx 0,79.$$

5. При $n=10$ и $P=0,95$ по графику на рисунке 8 находим $t=2,3$.

6. Так как $\varepsilon = tS_{\hat{Q}} = 1,82 > \varepsilon_0 = 1$, то необходимо увеличить количество экспериментальных данных.

7. Пусть $l_{11}=390$. Тогда $\hat{l}_{11} = 391,8; S_1 = 2,48$.

8. Для проверки нормальности закона распределения вероятности результата измерения используем составной критерий. При $n=11$ и любой вероятности в таблице 4

$$d_{\min} < d = 0,8526 < d_{\max}$$

и ни одно из числовых значений l_i не отличается от $391,8$ больше чем на $2,5S_1=6,2$. Таким образом, результаты проверки не противоречат гипотезе о том, что результат измерения подчиняется нормальному закону распределения вероятности.

9. Стандартное отклонение среднего арифметического при $n=11$

$$S_{\hat{l}} = \frac{2,48}{1} \approx 0,75.$$

Увеличивается массив экспериментальных данных

Исходные данные:
 $Q_{ie} \{1, \dots, n\}; n; P; 2\varepsilon_0$

Q_i отбрасывается

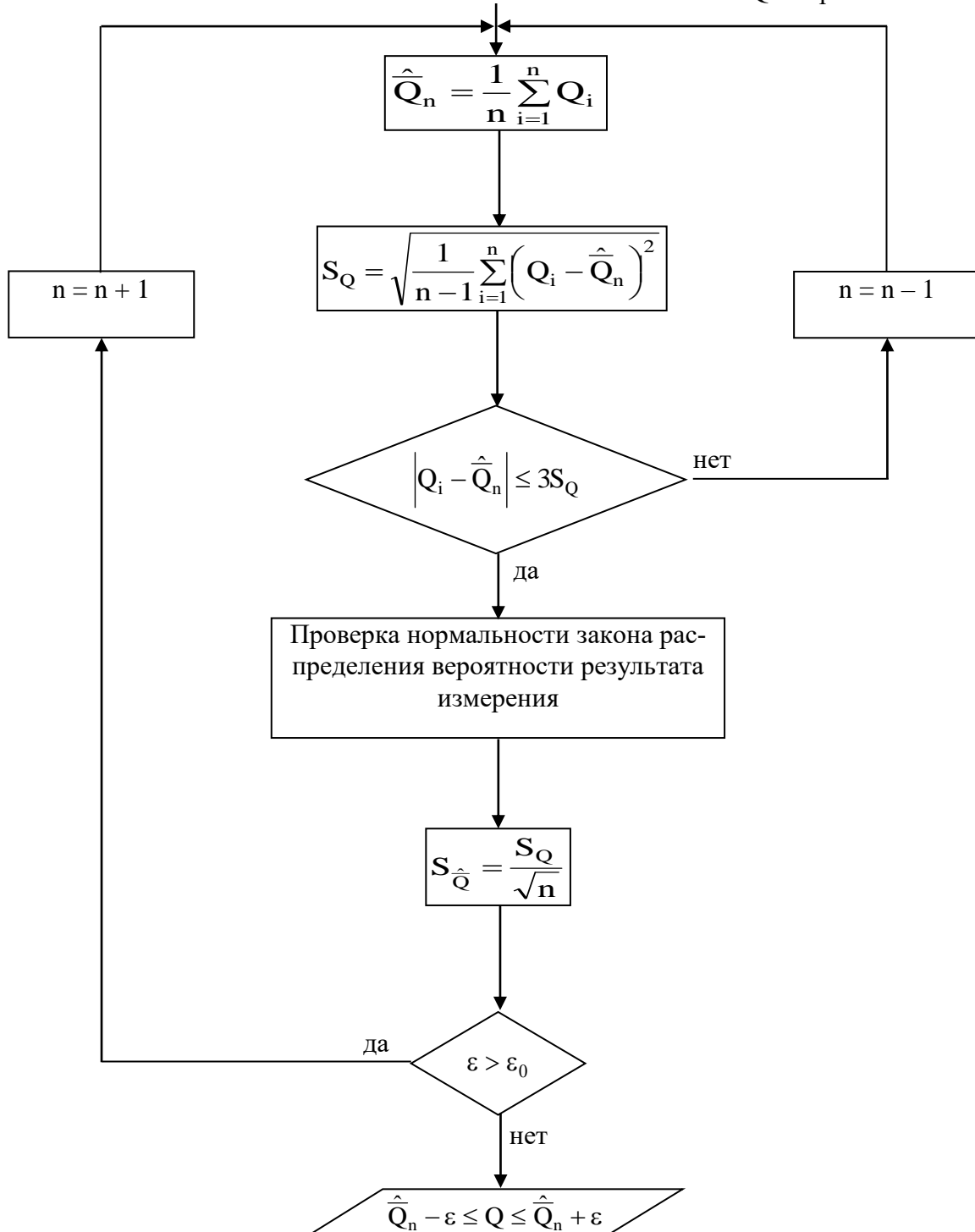


Рисунок 9 – Обеспечение требуемой точности при многократном измерении

10. При $n=11$ и $P=0,95$ $t=2.2$. Так как

$$\varepsilon = tS_{\hat{Q}} = 1,65 > \varepsilon_0 = 1,$$

то необходимо еще больше увеличить количество экспериментальных данных.

11. Результаты последующих действий приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Результаты расчетов

n	l_n	\hat{l}_n	S_l	$S_{\hat{l}}$	t	ε
12	392	391,8	2,37	0,68	2,2	1,5
13	391	391,8	2,29	0,63	2,2	1,4
14	395	392	2,35	0,63	2,15	1,35
15	391	391,9	2,28	0,59	2,15	1,27
16	393	392	2,22	0,56	2,15	1,2
17	391	391,9	2,23	0,54	2,1	1,13
18	394	392	2,16	0,51	2,1	1,07
19	392	392	2,15	0,49	2,1	1,04
20	392	392	2,14	0,48	2,1	1,01
21	391	392	2,13	0,47	2,1	0,98

Таким образом, потребовалось получить 21 числовое значение результата измерения для того, чтобы с вероятностью 0,95 установить, что $391 \text{ см} < l < 393 \text{ см}$. Трудоемкость подобной работы требует автоматизации измерений и обработки экспериментальных данных.

На практике беспредельно повышать таким способом точность измерения не удастся, так как рано или поздно определяющим становится не рассеяние отсчета и, следовательно, показания средства измерений, а недостаток информации (выражающийся, например, в незнании точного значения – поправок и т.п.). Накапливать экспериментальные данные и уменьшать за счет этого стандартное отклонение среднего арифметиче-

ского значения показания имеет смысл лишь до тех пор, пока по критерию (5) им нельзя пренебречь по сравнению с аналогом среднего квадратического отклонения, учитывающим дефицит информации (рисунок 10). Точность многократного измерения, следовательно, ограничивается дефицитом информации.

$$u_i \leq \frac{1}{3} u. \quad (5)$$

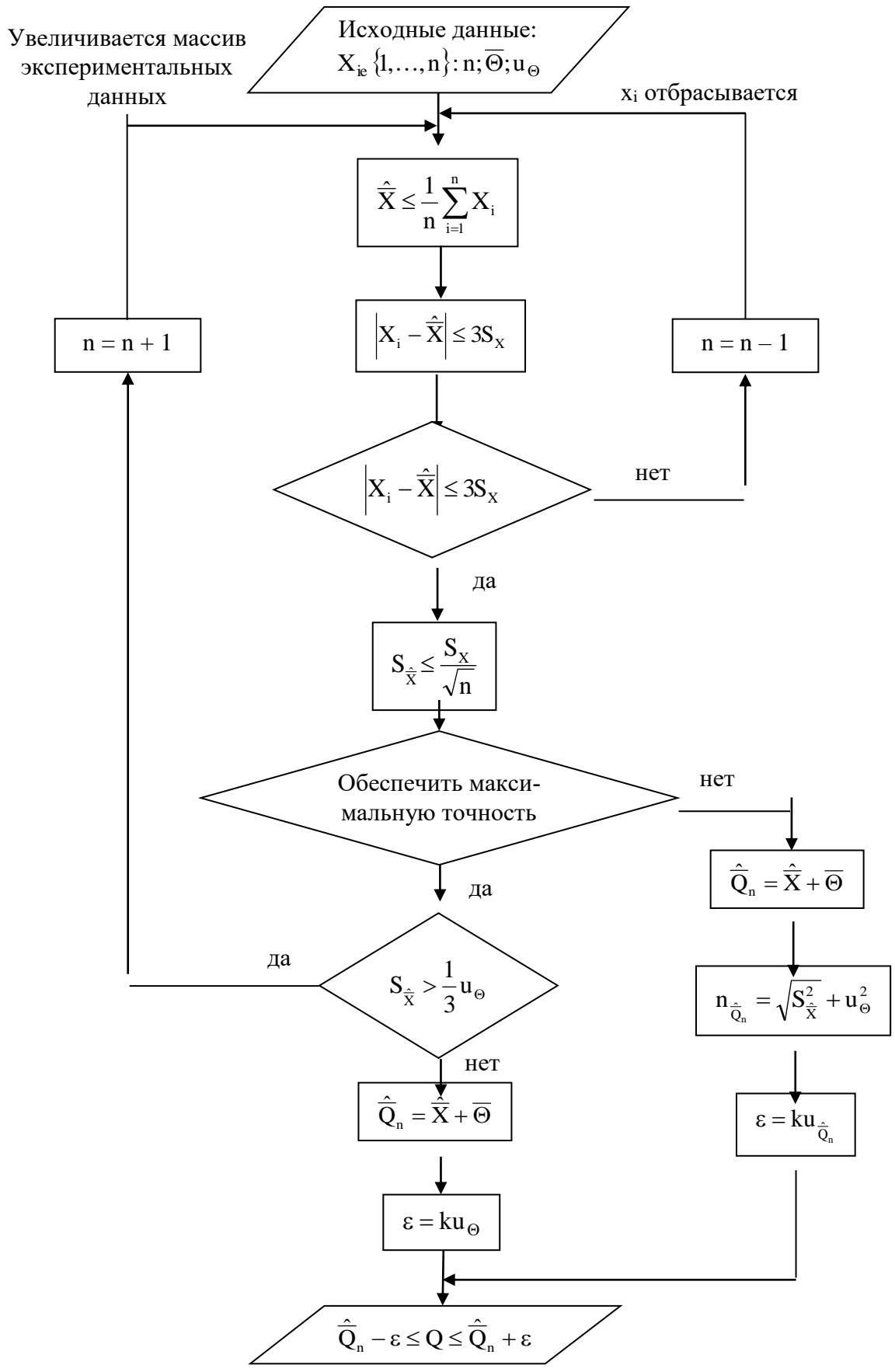


Рисунок 10 – Обработка экспериментальных данных при
дефиците информации

2 Варианты заданий и форма отчетности

Задача 1. При многократном измерении одной и той же физической величины постоянного размера с равноточными значениями отсчета получили 50 независимых значений результата измерений (поправки внесены). Определить результат измерения.

Таблица 7 – Исходные данные

Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1.25	1.23	1.23	1.24	1.23	1.23	1.24	1.24	1.24	1.21
1	1.23	1.25	1.22	1.24	1.23	1.25	1.22	1.22	1.21	1.22
2	1.23	1.22	1.22	1.26	1.23	1.24	1.24	1.21	1.20	1.21
3	1.22	1.25	1.26	1.26	1.23	1.23	1.23	1.23	1.21	1.20
4	1.23	1.24	1.25	1.22	1.24	1.23	1.25	1.25	1.24	1.23
5	1.26	1.26	1.25	1.23	1.24	1.25	1.26	1.20	1.25	1.25
6	1.25	1.24	1.26	1.22	1.23	1.24	1.24	1.21	1.25	1.25
7	1.24	1.25	1.27	1.23	1.22	1.24	1.22	1.23	1.24	1.24
8	1.24	1.26	1.24	1.24	1.21	1.25	1.24	1.22	1.22	1.23
9	1.23	1.20	1.23	1.22	1.21	1.23	1.26	1.23	1.23	1.23

Указания к решению задачи.

Массив экспериментальных данных формируется из пяти серий (таблица 7) по десять значений результатов измерений в каждой серии (с первого и по десятое, т.е. нулевое) следующим образом: студент выбирает первую серию в строке, соответствующей предпоследней цифре шифра, вторую, третью и четвертую серии в трех ниже (или выше) следующих строках, пятую – в столбце, соответствующем последней цифре

шифра. Например, цифре 50435 соответствуют серии: первая – в строке 3; вторая, третья, четвертая – строках 4,5,6, а пятая – в столбце 5.

Первый замкнутый цикл алгоритма служит для обнаружения и исключения грубых ошибок по правилу «трех сигм».

Если число полученных значений больше 40, то дальнейшая обработка должна выполняться по левой ветви алгоритма.

Проверка соответствия экспериментальных данных нормальному закону распределения вероятности результата измерения производится по критерию К. Пирсона.

Наглядность отображения гистограммой закона распределения вероятности результата измерения зависит от соблюдения следующих правил при построении гистограммы:

- интервалы, на которые разбивается ось абсцисс, следует выбирать одинаковыми;
- число интервалов разбиения выбирается в пределах 7...9;
- масштаб гистограммы назначается так, чтобы ее высота относилась к основанию примерно, как 5 к 8.

Дальнейшая обработка данных проводится в зависимости от результатов проверки нормальности закона распределения вероятности, согласно алгоритму, приведенному на рисунке 2.

Задача 2. В таблице 7 приведены 100 независимых числовых значений результата измерения напряжения постоянного тока (в вольтах).

Определить напряжение, если с вероятностью P точность измерений должна быть не ниже $2\epsilon_0$. Значения P и $2\epsilon_0$ приведены в таблице 8.

Таблица 8 – Исходные данные

Данные	Предпоследняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P	0.9			0.95			0.97			
$2\varepsilon_0, B$	0.02						0.04			

Свои исходные данные из таблицы 7 студент находит, начиная с цифры, расположенной на пересечении столбца, соответствующего последней цифре шифра, и строки, соответствующей предпоследней цифре шифра, после чего использует все последующие цифры столбца с переходом на последующий столбец.

Считать, что результат измерений напряжения подчиняется нормальному закону распределения вероятности.

Указания к решению задачи.

Для обеспечения требуемой точности при многократном измерении следует применить алгоритм расчета, приведенный на рисунке 9.

Взяв первые 10 числовых значений результата измерений, рассчитать оценку среднего значения и стандартного отклонения показаний, что позволит проверить ряд на наличие ошибок.

Расчет половины доверительного интервала ε позволит сравнить ее с ε_0 , что даст возможность сделать вывод о необходимости увеличения экспериментальных данных, после чего следует повторить расчеты, используя методику, рассмотренную в примере 4.

Наращивание количества экспериментальных данных следует продолжать до обеспечения требуемой точности.

3 Контрольные вопросы

1. Как выполняется многократное измерение с равноточными значениями отсчета?
2. От чего зависит точность результата многократного измерения?
3. Какая задача называется задачей синтеза оптимальной оценки среднего значения и на чем основан метод ее решения?
4. Каким трем требованиям должны удовлетворять точечные оценки числовых характеристик?
5. Какие критерии согласия, по которым проверяются гипотезы о соответствии экспериментальных данных тому или иному закону распределения вероятности результата измерения вы знаете?
6. Каким образом производится проверка нормальности закона распределения вероятности результата измерения?
7. Какие ошибки возможны при использовании критерия К. Пирсона?
8. Каким образом производится обработка экспериментальных данных, подчиняющихся нормальному закону распределения вероятности?
9. Каким образом производится обработка экспериментальных данных, не подчиняющихся нормальному закону распределения вероятности?
10. Что вы понимаете под термином «робастные оценки»?
11. Какие робастные оценки вы знаете?
12. Каким образом производится обработка экспериментальных данных при дефиците информации?

Литература

Основная литература

1 Коротков, В. С. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / В. С. Коротков, А. И. Афонасов. — Томск : Томский политехнический университет, 2015. — 187 с. — ISBN 978-5-4387-0464-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/34681.html>. — Режим доступа: для авторизированных пользователей

2 Воробьева, Г. Н. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / Г. Н. Воробьева, И. В. Муравьева. — М. : Издательский Дом МИСиС, 2015. — 108 с. — ISBN 978-5-87623-876-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/57097.html>. — Режим доступа: для авторизированных пользователей

Дополнительная литература

1 Метрология, стандартизация и сертификация : Учебник / под ред. А.И. Аристова. — М. : Академия, 2008

2 Метрология, стандартизация, сертификация : учебно-методическое пособие / И. А. Фролов, В. А. Жулай, Ю. Ф. Устинов, В. А. Муравьев. — Воронеж : Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 127 с. — ISBN 978-5-89040-551-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55012.html>. — Режим доступа: для авторизированных пользователей

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НЕВИННОМЫССКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ФИЛИАЛ)**

Методические указания к самостоятельной работе
для студентов направления
15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»
по дисциплине
«МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ»

Невинномысск, 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ»	6
1.1. Подготовка к лекциям.....	7
1.2. Подготовка к лабораторным занятиям.....	9
1.3. Подготовка к практическим занятиям	10
1.4. Самостоятельное изучение материала тем	12
1.5. Подготовка к экзамену	15
2. СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ»	17
3. ОТЧЕТНОСТЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	24
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	25

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Метрология, стандартизация и сертификация» ставит своей целью формирование следующих компетенций будущего бакалавра по направлению подготовки 15.03.04 — Автоматизация технологических процессов и производств.

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ОПК-2. Применять основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации	ИД-3 _{ОПК-2} Решает типовые задачи профессиональной деятельности, связанные с получением, хранением и переработкой информации	Обрабатывает результаты многократных прямых и косвенных измерений при проведении анализа производственных процессов и технических систем; применяет методы обнаружения и устранения грубых и систематических погрешностей
ОПК-5. Способен работать с нормативно-технической документацией, связанной с профессиональной деятельностью, с использованием стандартов, норм и правил	ИД-2 _{ОПК-5} Разрабатывает техническую документацию в соответствии со стандартами, нормами и правилами	Демонстрирует навыки подготовки отчетов, описаний, инструкций, технических паспортов средств и систем автоматизации
	ИД-3 _{ОПК-5} Участвует в процессах согласования и утверждения нормативно-технической документации.	Демонстрирует навыки согласования и утверждения нормативно-технической документации в области автоматизации технологических процессов и производств

Главными задачами дисциплины являются:

- формирование инженерного мышления, позволяющего понимать влияние метрологических характеристик современных технических средств автоматизации на научно-техническое развитие промышленности, на рациональное использование сырьевых, энергетических и других видов ресурсов, на развитие современных систем и технологий;
- формирование навыков проведения метрологических исследований, использования современных технических средств автоматизации.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- знать подходы к повышению качества продукции, производственных и технологических процессов; принципы постановки целей проекта (программы), его задач при заданных критериях, целевых функциях, ограничениях, разработке структуры его взаимосвязей, определения приоритетов решения задач с учетом правовых и нравственных аспектов профессиональной деятельности, разработки проектов изделий с учетом технологических, конструкторских, эксплуатационных, эстетических, экономических и управленческих параметров; принципы саморазвития и самореализации;
- уметь организовывать мероприятия по техническому и информационному обеспечению разработки, испытаний и эксплуатации производственных и технологических процессов; разрабатывать проекты модернизации действующих производств и создания новых, разрабатывать средства и системы автоматизации, контроля, диагностики, испытаний, управления процессами, жизненным циклом продукции и ее качеством в соответствии с техническими заданиями; использовать собственный творческий потенциал;
- владеть навыками планирования работ по стандартизации и сертификации продукции, а также актуализации регламентирующей документации; стандартными средствами автоматизации расчетов и проектирования; навыками самообразования.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ»

Самостоятельная работа студентов (далее — СРС) является неотъемлемой составляющей образовательного процесса в Университете и является обязательной для каждого студента. Основная цель СРС — освоение в полном объеме образовательной программы и последовательное формирование компетенций эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности. Самостоятельная работа конкретна по своей предметной направленности и сопровождается непрерывным контролем и оценкой ее результатов.

Количество часов, отводимое на самостоятельную работу, определяется учебным планом направления подготовки 15.03.04.

Содержательно самостоятельная работа студентов определяется ФГОС ВО направления подготовки 15.03.04, программой и учебно-методическим комплексом дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация».

Методика организации самостоятельной работы студентов зависит от структуры, характера и особенностей дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация», объема часов на ее изучение, вида заданий для СРС, индивидуальных возможностей студентов и условий учебной деятельности.

Формы самостоятельной работы студентов определяются содержанием дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация», степенью подготовленности студентов. Они могут быть тесно связаны с теоретическим курсом и иметь учебный или учебно-исследовательский характер. Форму самостоятельной работы студентов определяют кафедра ИСЭА при разработке программы дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация».

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

СРС, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В учебном процессе выделяют аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» выполняется на учебных занятиях (лекциях, практических, лабораторных занятиях и консультациях) под руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов выполняется во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве и контроле преподавателя, но без его непосредственного участия. СРС включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекционным и практическим) и выполнение соответствующих заданий;
- работу над отдельными темами учебных дисциплин (модулей) в соответствии с учебно-тематическими планами;
- выполнение контрольных работ;
- подготовку ко всем видам промежуточных и итоговых контрольных испытаний.

1.1. Подготовка к лекциям

Главное в период подготовки к лекционным занятиям — научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым

условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Слушание и запись лекций — сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях.

Конспект лекций лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение ос-

нов стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

1.2. Подготовка к лабораторным занятиям

Для того чтобы лабораторные занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по рассмотренному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться студентом на лабораторных занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно)

решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

1.3. Подготовка к практическим занятиям

Подготовку к каждому практическому занятию студент должен начать с ознакомления с методическими указаниями, которые включают содержание работы. Тщательное продумывание и изучение вопросов основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованную к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме и по возможности подготовить по нему презентацию.

Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы семинара, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы практическое занятие может состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/или выступление с презентациями по выбранной проблеме.
3. Обсуждение выступлений по теме — дискуссия.

4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания.

5. Подведение итогов занятия.

Первая часть — обсуждение теоретических вопросов — проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность — до 15 минут. Вторая часть — выступление студентов с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления наглядности восприятия, по одному из вопросов практического занятия. Обязательный элемент доклада — представление и анализ статистических данных, обоснование социальных последствий любого экономического факта, явления или процесса. Примерная продолжительность — 20-25 минут. После докладов следует их обсуждение — дискуссия. В ходе этого этапа практического занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность — до 15-20 минут. Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а затем идет обсуждение результатов. Подведением итогов заканчивается практическое занятие.

В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского

или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

1.4. Самостоятельное изучение материала тем

Конспект — наиболее совершенная и наиболее сложная форма записи. Слово «конспект» происходит от латинского «conspectus», что означает «обзор, изложение». В правильно составленном конспекте обычно выделено самое основное в изучаемом тексте, сосредоточено внимание на наиболее существенном, в кратких и четких формулировках обобщены важные теоретические положения.

Конспект представляет собой относительно подробное, последовательное изложение содержания прочитанного. На первых порах целесообразно в записях ближе держаться тексту, прибегая зачастую к прямому цитированию автора. В дальнейшем, по мере выработки навыков конспектирования, записи будут носить более свободный и сжатый характер.

Конспект книги обычно ведется в тетради. В самом начале конспекта указывается фамилия автора, полное название произведения, издательство, год и место издания. При цитировании обязательная ссылка на страницу книги. Если цитата взята из собрания сочинений, то необходимо указать соответствующий том. Следует помнить, что четкая ссылка на источник — неперемutable правило конспектирования. Если конспектируется статья, то указывается, где и когда она была напечатана.

Конспект подразделяется на части в соответствии с заранее продуманным планом. Пункты плана записываются в тексте или на полях конспекта. Писать его рекомендуется четко и разборчиво, так как небрежная запись с течением времени становится малопонятной для ее автора. Существует правило: конспект, составленный для себя, должен быть по возможности написан так, чтобы его легко прочитал и кто-либо другой.

Формы конспекта могут быть разными и зависят от его целевого назначения (изучение материала в целом или под определенным углом зрения, подготовка к докладу, выступлению на занятии и т.д.), а также от характера произведения (монография, статья, документ и т.п.). Если речь идет просто об изложении содержания работы, текст конспекта может быть сплошным, с выделением особо важных положений подчеркиванием или различными значками.

В случае, когда не ограничиваются переложением содержания, а фиксируют в конспекте и свои собственные суждения по данному вопросу или дополняют конспект соответствующими материалами их других источников, следует отводить место для такого рода записей. Рекомендуется разделить страницы тетради пополам по вертикали и в левой части вести конспект произведения, а в правой свои дополнительные записи, совмещая их по содержанию.

Конспектирование в большей мере, чем другие виды записей, помогает вырабатывать навыки правильного изложения в письменной форме важные теоретических и практических вопросов, умение четко их формулировать и ясно излагать своими словами.

Таким образом, составление конспекта требует вдумчивой работы, затраты времени и труда. Зато во время конспектирования приобретаются знания, создается фонд записей.

Конспект может быть текстуальным или тематическим. В текстуальном конспекте сохраняется логика и структура изучаемого произведения, а запись ведется в соответствии с расположением материала в книге. За основу тематического конспекта берется не план произведения, а содержание какой-либо темы или проблемы.

Текстуальный конспект желательно начинать после того, как вся книга прочитана и продумана, но это, к сожалению, не всегда возможно. В первую очередь необходимо составить план произведения письменно или мысленно, поскольку в соответствии с этим планом строится дальнейшая работа. Кон-

спект включает в себя тезисы, которые составляют его основу. Но, в отличие от тезисов, конспект содержит краткую запись не только выводов, но и доказательств, вплоть до фактического материала. Иначе говоря, конспект — это расширенные тезисы, дополненные рассуждениями и доказательствами, мыслями и соображениями составителя записи.

Как правило, конспект включает в себя и выписки, но в него могут войти отдельные места, цитируемые дословно, а также факты, примеры, цифры, таблицы и схемы, взятые из книги. Следует помнить, что работа над конспектом только тогда будет творческой, когда она не ограничена текстом изучаемого произведения. Нужно дополнять конспект данными из других источников.

В конспекте необходимо выделять отдельные места текста в зависимости от их значимости. Можно пользоваться различными способами: подчеркиваниями, вопросительными и восклицательными знаками, репликами, краткими оценками, писать на полях своих конспектов слова: «важно», «очень важно», «верно», «характерно».

В конспект могут помещаться диаграммы, схемы, таблицы, которые придадут ему наглядность.

Составлению тематического конспекта предшествует тщательное изучение всей литературы, подобранной для раскрытия данной темы. Бывает, что какая-либо тема рассматривается в нескольких главах или в разных местах книги. А в конспекте весь материал, относящийся к теме, будет сосредоточен в одном месте. В плане конспекта рекомендуется делать пометки, к каким источникам (вплоть до страницы) придется обратиться для раскрытия вопросов. Тематический конспект составляется обычно для того, чтобы глубже изучить определенный вопрос, подготовиться к докладу, лекции или выступлению на семинарском занятии. Такой конспект по содержанию приближается к реферату, докладу по избранной теме, особенно если включает и собственный вклад в изучение проблемы.

1.5. Подготовка к экзамену

Экзаменационная сессия — очень тяжелый период работы для студентов и ответственный труд для преподавателей. Главная задача экзаменов — проверка качества усвоения содержания дисциплины.

На основе такой проверки оценивается учебная работа не только студентов, но и преподавателей: по результатам экзаменов можно судить и о качестве всего учебного процесса. При подготовке к экзамену студенты повторяют материал курсов, которые они слушали и изучали в течение семестра, обобщают полученные знания, выделяют главное в предмете, воспроизводят общую картину для того, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программы курса и конспект, которые указывают, что в курсе наиболее важно. Основной материал должен прорабатываться по учебнику, поскольку конспекта недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть проработан в течение семестра, а перед экзаменом важно сосредоточить внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением в памяти его краткого содержания в логической последовательности.

До экзамена обычно проводится консультация, но она не может возместить отсутствия систематической работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает лишь ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы. Польза от консультации будет только в том случае, если студент до нее проработает весь материал. Надо учиться задавать вопросы, вырабатывать привычку пользоваться справочниками, энциклопедиями, а не быть на иждивении у преподавателей, который не всегда может тут же, «с ходу» назвать какой-либо факт, имя, событие. На экзамене нужно показать не только знание предмета, но и умение логически связно построить устный ответ.

Получив билет, надо вдуматься в поставленные вопросы для того, чтобы правильно понять их. Нередко студент отвечает не на тот вопрос, который поставлен, или в простом вопросе ищет скрытого смысла. Не поняв вопроса и не обдумав план ответа, не следует начинать писать. Конспект своего ответа надо рассматривать как план краткого сообщения на данную тему и составлять ответ нужно кратко. При этом необходимо показать умение выражать мысль четко и доходчиво.

Отвечать нужно спокойно, четко, продуманно, без торопливости, придерживаясь записи своего ответа. На экзаменах студент показывает не только свои знания, но и учится владеть собой. После ответа на билет могут следовать вопросы, которые имеют целью выяснить понимание других разделов курса, не вошедших в билет. Как правило, на них можно ответить кратко, достаточно показать знание сути вопроса. Часто студенты при ответе на дополнительные вопросы проявляют поспешность: не поняв смысла того, что у них спрашивают, начинают отвечать и нередко говорят не по сути.

Следует помнить, что необходимым условием правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, поэтому подготовка к экзаменам не должна быть в ущерб сну. Установлено, что сильное эмоциональное напряжение во время экзаменов неблагоприятно отражается на нервной системе и многие студенты из-за волнений не спят ночи перед экзаменами. Обычно в сессию студенту не до болезни, так как весь организм озабочен одним — сдать экзамены. Но это еще не значит, что последствия неправильно организованного труда и чрезмерной занятости не скажутся потом. Поэтому каждый студент помнить о важности рационального распорядка рабочего дня и о своевременности снятия или уменьшения умственного напряжения.

2. СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ»

Вопросы для собеседования

по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация»

Базовый уровень

Тема 1.1. Понятие об измерениях

1. Предмет и задачи метрологии
2. Сущность измерения
3. Единица измерения
4. Основные единицы измерения
5. Система единиц измерения
6. Наблюдение при измерении
7. Результат измерения
8. Статические измерения
9. Динамические измерения
10. Классификация измерений по совокупности измеряемых величин
11. Измерения максимально возможной точности
12. Контрольно-поверочные измерения
13. Технические измерения
14. Измерения с однократным наблюдением
15. Измерения с многократными наблюдениями
16. Прямые измерения
17. Косвенные измерения

1.2. Методы измерений

1. Метод измерения
2. Принцип измерения
3. Метод непосредственной оценки с отсчетом по шкале
4. Метод непосредственной оценки с отсчетом по шкале и нониусу
5. Нулевой метод сравнения с мерой
6. Дифференциальный метод сравнения с мерой

1.3. Погрешности измерений

1. Понятие о погрешности измерений
2. Систематическая погрешность
3. Случайная погрешность
4. Грубая погрешность
5. Устранимая погрешность
6. Неустраняемая погрешность
7. Поправки
8. Инструментальная погрешность
9. Погрешность метода измерений
10. Субъективная погрешность
11. Погрешность установки
12. Методическая погрешность
13. Абсолютная погрешность
14. Относительная погрешность

Тема 1.4. Средства измерений

1. Средство измерений
2. Требования к средствам измерений
3. Характеристики средств измерений
4. Однозначные меры
5. Многозначные меры
6. Измерительные приборы
7. Измерительные преобразователи
8. Первичное измерительное устройство
9. Промежуточное измерительное устройство
10. Вторичное измерительное устройство
11. Измерительные установки
12. Информационно-измерительные системы
13. Поверка средств измерений
14. Градуировка средств измерений
15. Рабочие средства измерений повышенной точности
16. Рабочие технические средства измерений
17. Образцовые средства измерений
18. Эталонные средства измерений
19. Статические характеристики средств измерений
20. Линейные и нелинейные статические характеристики
21. Однозначные и неоднозначные статические характеристики
22. Коэффициент передачи средства измерений
23. Чувствительность средства измерений с линейной характеристикой

24. Чувствительность средства измерений с нелинейной характеристикой
25. Порог чувствительности средства измерений
26. Вариация показаний средства измерений
27. Динамические характеристики средств измерений
28. Параметры переходного процесса в средстве измерений
29. Метрологические характеристики средств измерений
30. Нормальные условия применения средства измерений
31. Рабочие условия применения средства измерений
32. Основная погрешность средства измерений
33. Дополнительная погрешность средства измерений
34. Абсолютная погрешность измерительного прибора
35. Абсолютная погрешность измерительного преобразователя по входу
36. Абсолютная погрешность измерительного преобразователя по выходу
37. Относительная погрешность средства измерений
38. Приведенная погрешность средства измерений
39. Класс точности средства измерений
40. Поправки

Тема 1.5. Измерительные приборы

1. Приборы прямого действия
2. Приборы сравнения
3. Аналоговые приборы
4. Цифровые приборы
5. Показывающие приборы
6. Отсчетные устройства показывающих приборов
7. Регистрирующие приборы
8. Суммирующие приборы
9. Интегрирующие приборы

Тема 1.6. Измерительные преобразователи

1. Первичный измерительный преобразователь
2. Вторичный измерительный преобразователь

Тема 1.7. Метрологическое обеспечение производства

1. Государственная система обеспечения единства измерений
2. Метрологическое обеспечение производства

Тема 2. Основы стандартизации

1. Сущность и содержание стандартизации
2. Органы и службы стандартизации

Тема 3. Основы сертификации

1. Сущность и содержание сертификации
2. Порядок сертификации продукции и услуг

Тема 4. Основы квалиметрии

1. Понятие о квалиметрии
2. Показатели качества

Повышенный уровень

Тема 1.1. Понятие об измерениях

1. Производные единицы измерения
2. Когерентные единицы измерения
3. Кратные единицы измерения
4. Дольные единицы измерения
5. Применяемые системы единиц измерения
6. Основное уравнение измерения
7. Совокупные измерения
8. Совместные измерения

1.2. Методы измерений

1. Метод противопоставления
2. Метод замещения
3. Метод совпадения

1.3. Погрешности измерений

1. Аддитивная погрешность
2. Мультипликативная погрешность
3. Аксиома случайности
4. Аксиома распределения
5. Функция распределения случайных погрешностей
6. Доверительный интервал
7. Оценка точности результата наблюдения
8. Оценка точности результата измерения
9. Погрешность оценки среднеквадратического отклонения

10. Погрешность оценки математического ожидания
11. Погрешность линейных косвенных измерений
12. Погрешность нелинейных косвенных измерений

Тема 1.4. Средства измерений

1. Статические характеристики последовательного соединения средств измерений
2. Статические характеристики параллельного соединения средств измерений
3. Статические характеристики встречно-параллельного соединения средств измерений
4. Временные характеристики средств измерений
5. Частотные характеристики средств измерений
6. Передаточные функции средств измерений
7. Повышение точности средств измерений
8. Уравнение средства измерений
9. Первичная и частная погрешность средства измерений
10. Конструктивные методы повышения точности измерений
11. Структурные методы повышения точности измерений
12. Методы уменьшения случайной составляющей погрешности
13. Методы уменьшения систематической составляющей погрешности

Тема 1.5. Измерительные приборы

1. Назначение шкал показывающих приборов
2. Начало, конец и нуль шкалы
3. Односторонние, двусторонние и безнулевые шкалы
4. Характеристика шкалы
5. Равномерные и неравномерные шкалы
6. Градуировка шкал

Тема 1.6. Измерительные преобразователи

1. Каналы связи

Тема 1.7. Метрологическое обеспечение производства

1. Поверка и аттестация средств измерений
2. Оценка надежности средств измерений

Тема 2. Основы стандартизации

1. Правовые основы стандартизации

Тема 3. Основы сертификации

2. Правовые основы сертификации

Тема 4. Основы квалиметрии

1. Методы оценки качества

Критерии оценивания компетенций

Оценка «зачтено» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения. Допускаются некоторые неточности, недостаточно правильные формулировки в изложении программного материала, затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические задания.

Вопросы к экзамену

1. Понятие об измерениях. Характеристики измерений. Классификация измерений
2. Понятие о методах измерений. Классификация методов измерений
3. Измерения методами непосредственной оценки
4. Измерения методами сравнения с мерой
5. Погрешности измерений. Классификация погрешностей измерений
6. Оценка погрешности прямых измерений
7. Оценка погрешности косвенных измерений
8. Понятие о средствах измерений. Классификация средств измерений
9. Статические и динамические характеристики средств измерений
10. Повышение точности средств измерений

11. Оценка надежности средств измерений
12. Поверка и аттестация средств измерений
13. Измерительные приборы
14. Измерительные преобразователи
15. Метрологические характеристики средств измерений
16. Государственная система обеспечения единства измерений
17. Метрологическое обеспечение производства
18. Сущность и содержание стандартизации
19. Правовые основы стандартизации
20. Органы и службы стандартизации
21. Сущность и содержание сертификации
22. Правовые основы сертификации
23. Порядок сертификации продукции и услуг
24. Понятие о квалиметрии
25. Показатели качества
26. Методы оценки качества

Критерии оценивания компетенций

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при

решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

3. ОТЧЕТНОСТЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Успеваемость студентов по дисциплине оценивается в ходе текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация в форме экзамена предусматривает проведение обязательной экзаменационной процедуры.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Перечень основной литературы:

1. Медведев Ю.Н. Основы метрологии : учебное пособие по дисциплине «Метрология. Стандартизация. Сертификация» / Медведев Ю.Н.. — Москва : Российский университет транспорта (МИИТ), 2020. — 83 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/115865.html> (дата обращения: 08.01.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Голуб О.В. Стандартизация, метрология и сертификация : учебное пособие / Голуб О.В., Сурков И.В., Позняковский В.М.. — Саратов : Вузовское образование, 2014. — 334 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/4151.html> (дата обращения: 08.01.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Перечень дополнительной литературы:

1. Основы стандартизации, метрологии и сертификации : учебник для студентов вузов, обучающихся по направлениям стандартизации, сертификации и метрологии, направлениям экономики и управления / А. В. Архипов, Ю. Н. Берновский, А. Г. Зекунов [и др.] ; под редакцией В. М. Мишина. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2023. — 447 с. — ISBN 978-5-238-01173-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/141809.html> (дата обращения: 28.07.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Бисерова В.А. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / Бисерова В.А., Демидова Н.В., Якорева А.С.. — Саратов : Научная книга, 2012. — 159 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/8207.html> (дата обращения: 08.01.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.