МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических занятий
по дисциплине «Математический анализ»

Направление подготовки	09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль)	Информационные системы управления технологическими и сервисными процессами
Год начала обучения	2026
Форма обучения	заочная
Реализуется в семестре	2,3

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Целью освоения дисциплины является формирование набора универсальных и общепрофессиональных компетенций будущего бакалавра по направлению подготовки 09.03.02 **Информационные системы и технологии**, путем освоения возможностей:

- демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин и готовностью применять аналитические и численные методы решения поставленных задач, использовать современные информационные технологии, проводить обработку информации с использованием прикладных программных средств сферы профессиональной деятельности;
- выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь для их решения соответствующий физико-математический аппарат;
- планировать и проводить физические и химические эксперименты, проводить обработку результатов и оценивать погрешности.

Для освоения дисциплины поставлены следующие задачи:

- обучение студентов основным математическим методам, необходимым для глубокого изучения общенаучных, общеинженерных, технических и специальных дисциплин;
- развитие логического и алгоритмического мышления, общего уровня математической культуры;
- выработка навыков математического исследования прикладных вопросов, необходимых для анализа и моделирования устройств, процессов и явлений при поиске оптимальных решений для осуществления научно-технического прогресса;
- обучение навыкам выдвигать гипотезы и устанавливать границы их применения, применять методы математического анализа и моделирования теоретического и экспериментального исследования;
- привитие студентам умений самоорганизации и самостоятельного изучения учебной литературы по математике и ее приложениям.

Перед выполнением заданий студент должен изучить соответствующие разделы курса по учебным пособиям, рекомендуемым в данных указаниях. В них же даются также некоторые начальные теоретические сведения и приводятся решения типовых примеров.

В процессе самостоятельного изучения материала студент может решить предложенный в методическом указании набор заданий. Это позволит студенту судить о степени усвоения соответствующего раздела курса, укажет на имеющиеся у него пробелы, на желательное направление работы, поможет сформулировать вопросы для постановки их перед преподавателем.

Если студент испытывает затруднения в освоении теоретического или практического материала, то он может получить устную или письменную консультацию у преподавателя. В результате освоения дисциплины «Математический анализ» у студента должны быть сформированы следующие компетенции:

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИД-1** выделяет проблемную ситуацию, осуществляет ее анализ и диагностику на основе системного подхода	Понимает методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, основные методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИД-2** осуществляет поиск, отбор и систематизацию информации для определения альтернативных вариантов стратегических решений в проблемной ситуации	Способен применять на практике математические модели, методы и средства проектирования и автоматизации систем на практике
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**ИД-3** определяет и оценивает риски возможных вариантов решений проблемной ситуации, выбирает оптимальный вариант её решения	Обеспечивает решение задач моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем;
ОПК-1 Способен применять естественно-научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в	**ИД-1** знаком с основами естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Понимает разделы: введение в математический анализ, теория пределов числовых последовательностей, теория пределов функций одной вещественной переменной; неопределенный интеграл, определенный интеграл, несобственные интегралы

профессиональной деятельности		
ОПК-1 Способен применять естественно-научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	**ИД-2** анализирует естественнонаучные и общеинженерные знания, методы	Умеет анализировать непрерывность функций одной вещественной переменной; использовать разделы: теория пределов, непрерывность, дифференциальное исчисление функций нескольких переменных
ОПК-1 Способен применять естественно-научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	**ИД-3** применяет методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Владеет навыками использования дифференциального исчисления функций одной вещественной переменной, кратных интегралов, криволинейных и поверхностных интегралов

Тема 2. Математический анализ. Функции одной переменной.

Практическое занятие 1. Математический анализ. Функции одной переменной.

Цель: Целью освоения тем «Математический анализ. Функции одной переменной» является формирование универсальных и общепрофессиональных компетенций будущего бакалавра по направлениям подготовки 09.03.02 путем освоения возможностей:

- осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
-использовать математические, физические, физико-химические, химические методы для решения задач профессиональной деятельности

В результате освоения темы «Математический анализ. Функции одной переменной» студентом приобретаются следующие знания и умения:
Знать: основные методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности, теоретические и экспериментальные данные моделирования в профессиональной деятельности

Уметь: интерпретировать, структурировать и оформлять информацию результатов исследований и экспериментов из профессиональной области в доступном для других виде. Обеспечивать применение навыков работы с компьютерными программами для дистанционного образования в области математики, навыков самоорганизации учебного процесса для решения сложных задач математики, предполагающими самостоятельный выбор метода решения

Владеть: навыками решения задач, связанных с математическим моделированием и анализом, навыками решения задач, связанных с профессиональной деятельностью

Теоретические основы

Пример 1. Найти полярные координаты точки $M\left(\sqrt{3};\ -1\right)$ (Рисунок 1).

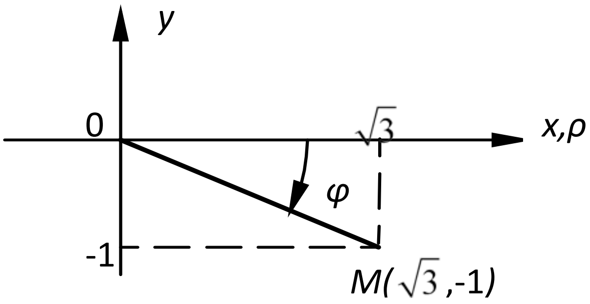


Рисунок 1

Решение. Используя формулы, находим полярный радиус и полярный угол точки M: $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2} = 2$, $tg\varphi = y/x = -\sqrt{3}/3$,

$\varphi = -arctg(\sqrt{3}/3) = -\pi/6$, так как точка M лежит в IV четверти.

Пример 2. Построить по точкам график функции $\rho = 2sin\varphi$ в полярной системе координат. Найти уравнение полученной кривой в прямоугольной системе координат, начало которой совмещено с полюсом, а положительная полуось Ox – с полярной осью. Определить вид кривой.

Решение. Так как полярный радиус не отрицателен, т.е. $\rho \geq 0$, то $\varphi \geq 0$, откуда $0 \leq \varphi \leq \pi$; значит вся кривая расположена в верхней полуплоскости. Составим вспомогательную таблицу:

Номера точек	1	2	3	4	5	6	7	8	9
φ	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$	$5\pi/8$	$3\pi/4$	$7\pi/8$	π
$\sin\varphi$	0	0.38	0.71	0.92	1	0.92	0.71	0.38	0
$\rho = 2\sin\varphi$	0	0.76	1.24	1.84	2	1.84	1.42	0.76	0

Для построения кривой на луче, проведенном из полюса под углом φ_k, откладываем соответствующее значение полярного радиуса $\rho_k = \rho(\varphi_k)$ и соединяем полученные точки (Рисунок 2).

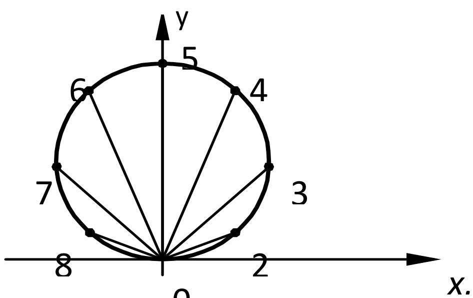


Рисунок 2

Найдем уравнение кривой $\rho = 2sin\varphi$ в прямоугольной системе координат. Для этого заменим ρ и φ их выражениями через x и y по формулам:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2y \big/ \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 = 2y.$$

Окончательно имеем $x^2 + (y-1)^2 = 1$, т.е. уравнение выражает окружность с центром в точке $(0; 1)$ и единичным радиусом.

Пример 3. Найти $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{ctg(x-3)}{\ln(4-x)}$.

Решение. Подставляя вместо x его предельное значение, равное 3, получаем в числителе бесконечно большую, а в знаменателе – бесконечно малую функцию:

$$\lim_{x \to 3} ctg(x-3) = \infty, \qquad \lim_{x \to 3} \ln(4-x) = 0. \qquad \text{Поэтому} \quad \lim_{x \to 3} \frac{ctg(x-3)}{\ln(4-x)} = \infty.$$

Пример 4. Найти $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{12x^4 + 5x}{-4x^4 + 7}$.

Решение. Подстановка предельного значения аргумента приводит к неопределенности вида ∞/∞. Так как под знаком предела стоит отношение двух многочленов, то разделим числитель и знаменатель на старшую степень аргумента, т.е. на x^4. В результате получим

$$\lim_{x \to \infty} \frac{12x^4 + 5x}{-4x^4 + 7} = \lim_{x \to \infty} \frac{12 + 5/x^3}{-4 + 7/x^4} = \frac{-12 + 0}{-4 + 0} = -3,$$

поскольку при $x \to \infty$ функции $5/x^3$ и $7/x^4$ являются бесконечно малыми.

Пример 5. Найти $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos 4x}{ln(1 - x^2)}$.

Решение. Для раскрытия получающейся здесь неопределенности вида $0/0$ используем метод замены бесконечно малых эквивалентными. Так как при $x \to 0$

$1 - \cos 4x = 2sin^2 2x \sim 8x^2$, $\quad ln(1 - x^2) \sim -x^2$, то находим

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos 4x}{ln(1 - x^2)} = \lim_{x \to 0} \frac{8x^2}{-x^2} = -8.$$

Пример 6. Найти первую производную функции $y=f(x)$, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \ln(1-t) \\ y = (t-1)^2 \end{cases}.$$

Решение. Дифференцируем $x(t)$ и $y(t)$ по параметру t: $x'_t = \dfrac{-1}{1-t}$,

$y'_t = 2(t-1)$. Искомая производная от y по x равна отношению производных от $y(t)$ и $x(t)$ по t:

$$y'_x = \frac{dy}{dx} = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{2(t-1)}{\left[\frac{-1}{(1-t)}\right]} = 2(t-1)^2 .$$

Пример 7. Найти частные производные $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$ функции $u = z\sqrt{x^3} - ye^z$.

Решение. Считая функцию u функцией только одной переменной x, а переменные y и z рассматривая как постоянные, находим $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{3}{2}\sqrt{xz}$. Аналогично, считая u функцией только y, а затем только z, получаем $\frac{\partial u}{\partial y} = -e^z$, $\frac{\partial u}{\partial z} = \sqrt{x^3} - y$.

Вопросы и задания

Задание 1. Построить графики функций:

Номер вар.	Функции
1	$y=-3x^2+10x-3,\ y=ln(-x)+1,\ y=cos\frac{x}{2}-1,\ y=x^2+\lvert x\rvert.$
2	$y=-2x^2+5x-1,\ y=ln(x-2),\ y=cos2x+2,\ y=x\cdot\lvert x-1\rvert.$
3	$y=-4x^2+17x-4,\ y=ln(x+2),\ y=sin2x+1,\ y=x^2-\lvert x\rvert.$
4	$y=-5x^2+26x-5,\ y=ln3x+2,\ y=sin2x-2,\ y=x\cdot\lvert x\rvert.$
5	$y=2x^2+3x-2,\ y=ln(2-2x),\ y=-cos2x,\ y=x\cdot\lvert x+1\rvert.$
6	$y=3x^2+8x-3,\ y=ln2x+3,\ y=-sin2x,\ y=x+2\lvert x\rvert+1.$
7	$y=4x^2+15x-4,\ y=lnx+3,\ y=cos\frac{x}{2}+1,\ y=\frac{\lvert x\rvert}{x^2}.$
8	$y=5x^2+24x-5,\ y=ln(-3x)+1,\ y=sin\frac{x}{2}-2,\ y=e^{\lvert x\rvert}.$
9	$y=-2x^2+3x+2,\ y=ln(x-4),\ y=sin\frac{x}{2}+1,\ y=ln\lvert x\rvert.$
10	$y=-3x^2+8x+3,\ y=ln(-x)+2,\ y=cos\frac{x}{2}-2,\ y=sin\lvert x\rvert.$
11	$y=6x^2-5x+1,\ y=-lnx+2,\ y=-sin\frac{x}{2},\ y=e^{\lvert x+2\rvert}.$
12	$y=-2x^2+7x-3,\ y=-lnx+1,\ y=-cos\frac{x}{2},\ y=ln\lvert x-1\rvert.$

13	$y=-2x^2+11x-5,\ y=-ln(x-1),\ y=sin(2x-\frac{\pi}{4}),\ y=\lvert x^2-x\rvert.$
14	$y=3x^2-7x+2,\ y=2ln\,x+2,\ y=-sin(x+\frac{\pi}{3}),\ y=\frac{1}{\lvert x+2\rvert}.$
15	$y=-3x^2+13x-4,\ y=-ln\,x-2,\ y=-cos(x-\frac{\pi}{3}),\ y=x\lvert x\rvert+4.$
16	$y=-3x^2+13x-4,\ y=-ln\,x-2,\ y=\frac{-x+2}{2x-2},\ y=x\lvert x\rvert+4.$
17	$y=3x^2-7x+2,\ y=-e^{-x}+2,\ y=-sin(x+\frac{\pi}{3}),\ y=\frac{1}{\lvert x+2\rvert}.$
18	$y=-2x^2+11x-5,\ y=\frac{3x-4}{x+2},\ y=-e^{x+2},\ y=-ln(x-1).$
19	$y=-2x^2+7x-3,\ y=cos\frac{x}{2},\ y=\frac{3x+3}{x+1},\ y=ln\lvert x-1\rvert.$
20	$y=6x^2-5x+1,\ y=-sin\frac{x}{2},\ y=-e^{x}+1,\ y=e^{\lvert x+2\rvert}.$

Задание 2. Исследовать на непрерывность функции и построить их графики.

Вариант	Функции
1	1) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x-4\rvert}{x-4}$; 3) $y=\begin{cases} x^2 & -\infty<x\le -2 \\ -x+2 & 0<x\le 0 \\ 3x & 0<x<\infty \end{cases}$
2	1) $y=\dfrac{x^2-10x+9}{x-9}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x+0{,}8\rvert}{x+0{,}8}$; 3) $y=\begin{cases} 2x+5 & -\infty<x\le 0 \\ 2x+3 & 0<x<2 \\ 7 & 2\le x<\infty \end{cases}$
3	1) $y=\dfrac{x^2-7x+12}{x-4}$; 2) $y=\dfrac{\lvert 2x+5\rvert}{2x+5}$; 3) $y=\begin{cases} -x^2+1 & -\infty<x\le 0 \\ x+1 & 0<x<2 \\ 4 & 2\le x<\infty \end{cases}$
4	1) $y=\dfrac{x^2+7x+6}{x+1}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x-\sqrt{2}\rvert}{x-\sqrt{2}}$; 3) $y=\begin{cases} -x^2 & -\infty<x\le -2 \\ 4x+4 & -2<x\le 0 \\ 5 & 0<x<\infty \end{cases}$
5	1) $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x-3}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x+6\rvert}{x+6}$; 3) $y=\begin{cases} -x^2+2 & -\infty<x\le -1 \\ 3x+2 & -1<x\le 0 \\ 2 & 0<x<\infty \end{cases}$
6	1) $y=\dfrac{x^2-8x+12}{x-2}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x+3\rvert}{x+3}$; 3) $y=\begin{cases} -x^2 & -\infty<x\le 0 \\ 2x+1 & 0<x\le 1 \\ 3 & 1<x<\infty \end{cases}$
7	1) $y=\dfrac{x^2-7x+10}{x-2}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x+5\rvert}{x+5}$; 3) $y=\begin{cases} -3x+1 & -\infty<x\le 0 \\ x^2+1 & 0<x\le 1 \\ 2x & 1<x<\infty \end{cases}$
8	1) $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x-1}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x-6\rvert}{x-6}$; 3) $y=\begin{cases} 2x+2 & -\infty<x<-1 \\ x^2-1 & -1\le x<1 \\ 3 & 1\le x<\infty \end{cases}$
9	1) $y=\dfrac{x^2-6x+8}{x-4}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x-7\rvert}{x-7}$; 3) $y=\begin{cases} 4x+1 & -\infty<x<0 \\ (x+1)^2 & 0\le x<1 \\ 4 & 1\le x<\infty \end{cases}$
10	1) $y=\dfrac{x^2-5x-6}{x-6}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x-8\rvert}{x-8}$; 3) $y=\begin{cases} x^2+1 & -\infty<x\le 0 \\ x & 0<x\le 1 \\ x+1 & 1<x<\infty \end{cases}$

Тема 2. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Практическое занятие 2. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

11	1) $y=\dfrac{x^2+6x+8}{x+4}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x-9\rvert}{x-9}$; 3) $y=\begin{cases}-x^2+2 & -\infty<x\le 0\\ x+2 & 0<x\le 2\\ 5 & 2<x<\infty\end{cases}$
12	1) $y=\dfrac{x^2+8x+12}{x+6}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x-10\rvert}{x-10}$; 3) $y=\begin{cases}-x^2 & -\infty<x<0\\ x & 0\le x\le 3\\ 2x+1 & 3<x<\infty\end{cases}$
13	1) $y=\dfrac{x^2-8x+12}{x-6}$; 2) $y=\dfrac{\lvert 2x-1.\rvert}{2x-1}$; 3) $y=\begin{cases}-x^2 & -\infty<x<0\\ x & 0\le x<3\\ 2x+1 & 3\le x<\infty\end{cases}$
14	1) $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-3}$; 2) $y=\dfrac{\lvert 3x-1.\rvert}{3x-1}$; 3) $y=\begin{cases}3x+5 & -\infty<x\le 0\\ (x-5)^2 & 0<x\le 5\\ 1 & 5<x<\infty\end{cases}$
15	1) $y=\dfrac{x^2-10x+16}{x-2}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x-3\rvert}{x-3}$; 3) $y=\begin{cases}2x+1 & -\infty<x\le 0\\ (x-1)^2 & 0<x\le 1\\ 2 & 1<x<\infty\end{cases}$
16	1) $y=\dfrac{x^2+5x+6}{x+2}$; 2) $y=\dfrac{\lvert x-\sqrt{3}\rvert}{x-\sqrt{3}}$; 3) $y=\begin{cases}4x+5 & -\infty<x\le 0\\ 5 & 0<x<2\\ x+1 & 2\le x<\infty\end{cases}$
17	1) $y=\dfrac{x^2+5x+6}{x+2}$; 2) $y=\dfrac{\lvert 4x+1\rvert}{4x+1}$; 3) $y=\begin{cases}4x-1 & -\infty<x<0\\ x^2-1 & 0<x\le 1\\ 0 & 1<x<\infty\end{cases}$
18	1) $y=\dfrac{x^2-4x-5}{x+1}$; 2) $y=\dfrac{\lvert 5x-1\rvert}{5x-1}$; 3) $y=\begin{cases}2x+3 & -\infty<x<0\\ (x-3)^2 & 0\le x<1\\ 4 & 1\le x<\infty\end{cases}$
19	1) $y=\dfrac{x^2-8x+15}{x-3}$; 2) $y=\dfrac{\lvert 6x+1\rvert}{6x+1}$; 3) $y=\begin{cases}2x+2 & -\infty<x<-1\\ x^2-1 & -1\le x<1\\ 4 & 1\le x<\infty\end{cases}$
20	1) $y=\dfrac{x^2+8x+15}{x+5}$; 2) $y=\dfrac{\lvert 2x+3\rvert}{2x+3}$; 3) $y=\begin{cases}0 & -\infty<x<0\\ 2x^2 & 0\le x<3\\ 5x+1 & 3\le x<\infty\end{cases}$

Задание 3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a,b]$.

Номер вар.	Функция, отрезок
1	$f(x) = x^3 - 12x + 7, \qquad [0, 3].$
2	$f(x) = x^5 - (5/3)x^3 + 2, \qquad [0, 2].$
3	$f(x) = (\sqrt{3}/2)x + \cos x, \qquad \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right].$
4	$f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 2, \qquad [-3, 1].$
5	$f(x) = x^3 - 3x + 1, \qquad [1/2, 2].$
6	$f(x) = x^4 + 4x, \qquad [-2, 2].$
7	$f(x) = (\sqrt{3}/2)x - \sin x, \qquad \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right].$
8	$f(x) = 81x - x^4, \qquad [-1, 4].$
9	$f(x) = 3 - 2x^2, \qquad [-1, 3].$
10	$f(x) = x - \sin x, \qquad [-\pi, \pi].$
11	$f(x) = \dfrac{x+6}{x^2+13}, \qquad [-5, 5].$
12	$f(x) = \dfrac{1}{2}x + \cos x, \qquad \left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right].$
13	$f(x) = \dfrac{x-3}{x^2+16}, \qquad [-5, 5].$
14	$f(x) = \dfrac{1}{2}x - \sin x, \qquad \left[\dfrac{3}{2}\pi, 2\pi\right].$
15	$f(x) = \dfrac{x+3}{x^2+7}, \qquad [-3, 7].$
16	$f(x) = \dfrac{1}{2}x + \cos x, \qquad \left[-\dfrac{3}{2}\pi, -\pi\right].$
17	$f(x) = \dfrac{x-5}{x^2+11}, \qquad [-3, 7].$
18	$f(x) = \dfrac{1}{2}x - \sin x, \qquad \left[-2\pi, \dfrac{3}{2}\pi\right].$
19	$f(x) = \dfrac{x-4}{x^2+9}, \qquad [-4, 6].$
20	$f(x) = \dfrac{1}{2}x + \cos x, \qquad \left[-2\pi, -\dfrac{3}{2}\pi\right]$

Тема 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.
Практическое занятие 4 «Интегральное исчисление функции одной переменной

Цель: Целью освоения тем «Интегральное исчисление функции одной переменной»

является формирование набора общекультурных и общепрофессиональных компетенций будущего бакалавра по направлению подготовки 09.03.02 путем освоения возможностей:

- осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

-использовать математические, физические, физико-химические, химические методы для решения задач профессиональной деятельности

В результате освоения темы «Интегральное исчисление функции одной переменной» студентом приобретаются следующие знания и умения:
Знать: основные методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности, теоретические и экспериментальные данные моделирования в профессиональной деятельности

Уметь: интерпретировать, структурировать и оформлять информацию результатов исследований и экспериментов из профессиональной области в доступном для других виде. Обеспечивать применение навыков работы с компьютерными программами для дистанционного образования в области математики, навыков самоорганизации учебного процесса для решения сложных задач математики, предполагающими самостоятельный выбор метода решения

Владеть: навыками решения задач, связанных с математическим моделированием и анализом, навыками решения задач, связанных с профессиональной деятельностью

Теоретические основы

1. Неопределенным интегралом от функции $f(x)$ называется выражение вида

$\int f(x)dx = F(x) + C$, если $F'(x) = f(x)$. Функция $F(x)$ называется первообразной для заданной функции $f(x)$.

Таблица неопределенных интегралов

1^0. $\int u^{\alpha} du = \dfrac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad \alpha \neq 1, \quad u = u(x)$ - дифференцируемая функция

2^0. $\int u^{\alpha} du = \dfrac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C.$

3^0. $\int a^u du = \dfrac{a^u}{lna} + C, \ a > 0, \ a \neq 1.$

4^0. $\int sin\, u\, du = cos\, u + C.$

5^0. $\int cos\, u\, du = sin\, u + C.$

6^0. $\int \dfrac{du}{cos^2 u} = -tg\, u + C.$

7^0. $\int \dfrac{du}{sin^2 u} = -ctg\, u + C.$

8^0. $\int \dfrac{du}{a^2 + u^2} = \dfrac{1}{a}\ arctg\ \dfrac{u}{a} + C.$

9^0. $\int \dfrac{du}{a^2 - u^2} = \dfrac{1}{2a}\ ln \left|\dfrac{a+u}{a-u}\right| + C.$

10^0. $\int \dfrac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = arcsin\dfrac{u}{a} + C.$

11^0. $\int \dfrac{du}{\sqrt{u^2 + b}} = ln\left|u + \sqrt{u^2 + b}\right| + C.$

При интегрировании наиболее часто используются следующие методы.

1) Если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то

$$\begin{aligned} &\int f(ax)dx = \frac{1}{a}F(ax) + C; \\ &\int f(x+b)dx = F(x+b) + C, \end{aligned} \qquad (1)$$

где a и b – некоторые постоянные.

2) Подведение под знак дифференциала:

$$\int f(\varphi(x))\ \varphi'(x)dx = \int f(\varphi(x))\ d(\varphi(x)), \qquad (2)$$

так как $\varphi'(x)dx = d\varphi(x).$

3) Формула интегрирования по частям:

$$\int u dv = uv - \int v du. \qquad (3)$$

Обычно выражение *dv* выбирается так, чтобы его интегрирование не вызывало особых затруднений. За *u*, как правило, принимается такая функция, дифференцирование которой приводит к её упрощению. К классам функций, интегрируемых по частям, относятся, в частности, функции вида $P(x) \cdot ln(x),$ $P(x) \cdot arcsin\, x,$ $P(x) \cdot arctg\, x,$ где $P(x)$ - многочлен от *x*.

2. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла имеет вид:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a), \qquad (5)$$

если $F'(x) = f(x)$ и первообразная $F(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$.

Определенный интеграл численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x = a,$ $x = b,$ $y = 0$ и частью графика функции $y = f(x)$, взятой со знаком плюс, если $f(x) \geq 0,$ и со знаком минус, если $f(x) \leq 0.$

3. Если интервал интегрирования $[a, b]$ не ограничен (например, $b = \infty$) или функция $f(x)$ не ограничена в окрестности одного из пределов интегрирования (например, при $x = b$), то по определению полагают:

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b \to \infty} \int_b^a f(x)dx, \qquad (6)$$

и

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_a^{b-\varepsilon} f(x)dx. \qquad (7)$$

Интегралы в левых частях равенств (6) и (7) называются несобственными интегралами. Несобственный интеграл называется сходящимся, если существует конечный предел в правой части равенств (6) и (7).

Если же предел не существует, то несобственный интеграл называется расходящимся.

4. Пусть криволинейная трапеция, ограниченная прямыми $x = a,$ $x = b,$ $y = 0$ и частью графика кривой $y = f(x)$, вращается вокруг оси *Ox*. Тогда объем полученного при этом тела вращения вычисляется по формуле:

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx.$$

Теорема 1. Если 1) функция $f(x,y)$ интегрируема в правильной в направлении Oy области S: $\{a \le x \le b,\ y_1(x) \le y \le y_2(x)\}$, т.е. существует двойной интеграл $\iint\limits_S f(x,y)dS$, 2) существует повторный интеграл $\int\limits_a^b dx \int\limits_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x,y)dy$, то

$$\iint\limits_S f(x,y)dS = \int\limits_a^b dx \int\limits_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x,y)dy \tag{1}$$

Теорема 2. Если :1) функция $f(x,y)$ интегрируема в правильной в направлении Ox области $S:\{\ c \le y \le d,\ x_1(y) \le x \le x_2(y)\}$, т.е. существует двойной интеграл $\iint\limits_S f(x,y)dS$, 2) существует повторный интеграл $\int\limits_c^d dy \int\limits_{x_1(y)}^{x_2(y)} f(x,y)dx$, то

$$\iint\limits_S f(x,y)dS = \int\limits_c^d dy \int\limits_{x_1(y)}^{x_2(y)} f(x,y)dx \tag{2}$$

Теорема 3. Пусть $x = x(u,v),\ y = y(u,v)$ есть дифференцируемое преобразование области P из плоскости O_1uv на область S из плоскости Oxy . Тогда справедливо равенство

$$\iint\limits_S f(x,y)dS = \iint\limits_P f(x(u,v), y(u,v)) \cdot \left|J(u,v)\right| dudv. \tag{3}$$

Переход в двойном интеграле к полярным координатам

Формулы

$$x = \rho\cos\varphi,\ y = \rho\sin\varphi \tag{4}$$

преобразуют полярные координаты ρ, φ точки в декартовы координаты этой точки и переводят область $P_0 : \{0 \le \varphi < 2\pi;\ 0 \le \rho < \infty\}$ на всю плоскость Oxy.

Обратное преобразование декартовых координат в полярные осуществляется по формулам: $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\quad \varphi = \operatorname{arcctg} x/y + \pi \cdot \delta(y),\ \delta(y) = \begin{cases} 0, \text{ при } y > 0, \\ 1, \text{ при } y < 0. \end{cases}$

Фиксируя в последних формулах ρ и φ, получим координатные линии из разных семейств: окружность с центром в точке $O(0;0)$ и луч, исходящий из точки $O(0;0)$.

Пример 1. Найти $\displaystyle\int \frac{dx}{(2x-3)^2}.$

Решение. Так как $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C,$ то, используя формулы (1), получим:

$$\int \frac{dx}{(2x-3)^2} = \frac{1}{2}\int \frac{d(2x)}{(2x-3)^2} = \frac{1}{2}\int \frac{d(2x-3)}{(2x-3)^2} = -\frac{1}{2(2x-3)} + C.$$

Проверка: $$\left(-\frac{1}{2(2x-3)} + C\right)' = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2x-3}\right)' = -\frac{1}{2}\cdot\frac{-2}{(2x-3)^2} = \frac{1}{(2x-3)^2}.$$

Пример 2. Найти $\int \cos x \cdot e^{\sin x} dx.$.

Решение. Так как $\cos x\, dx = d(\sin x),$ то по формуле (2) находим:

$$\int \cos x \cdot e^{\sin x} dx = \int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} + C.$$

Пример 3. Найти $\int x \cdot \cos 2x\, dx.$.

Решение. Применим метод интегрирования по частям. Положим $u = x, \quad dv = \cos 2x\, dx;$ тогда $du = dx, \quad v = (1/2)\sin 2x.$ используя формулу (3), имеем:

$$\int x \cdot \cos 2x\, dx = \frac{1}{2} x \cdot \sin 2x\, dx = \frac{1}{2} x \cdot \sin 2x + \frac{1}{4}\cos 2x + C.$$

Пример 4. Вычислить определенный интеграл $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} dx.$.

Решение. Применим метод замены переменной; положим $\sqrt{x} = t,$ откуда $dx = 2t\, dt.$ Найдем пределы интегрирования по переменной t: при $x = 4$ имеем $t = 2$, а при $x = 9$ имеем $t = 3.$ Переходя в сходном интеграле к новой переменной t и применяя формулу Ньютона-Лейбница (5), получаем:

$$\int_4^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} dx = \int_2^3 \frac{t-1}{t+1} 2t\, dt = (t^2 - 4t + 4\ln|t+1|)\Big|_2^3 = (9 - 12 + 4\ln 4) - (4 - 8 + 4\ln 3) = 2.15.$$

Пример 5. Вычислить плоской фигуры, ограниченной кривыми

$y_1 = \sin x + 2, \quad y_2 = -1, \quad x = 0, \quad x = \pi$ (Рисунок 1)

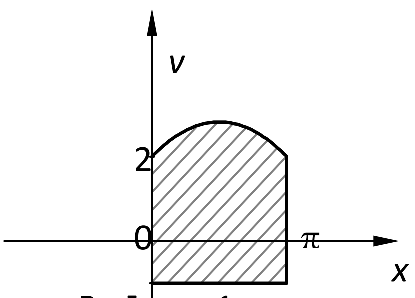


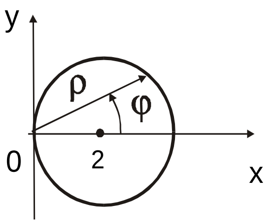
Рисунок 1

Решение. $S = \int_0^{\pi} (y_1 - y_2)dx = \int_0^{\pi} (\sin x + 2 + 1) = 2 + 3\pi$

2) Второй интеграл является несобственным интегралом от неограниченной функции; $f(x) = 1/\sin^2 x$ терпит бесконечный разрыв в нижнем пределе при $x = 0.$ Согласно определению (7), получаем: $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\sin^2 x} = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\varepsilon}^{\pi/4} \frac{dx}{\sin^2 x} = \lim_{\varepsilon \to 0} (tg\, x)\Big|_{\varepsilon}^{\pi/4} = 1 - \lim_{\varepsilon \to 0} tg\, \varepsilon = 1,$

т.е. этот несобственный интеграл сходится.

Пример 6. Вычислить двойной интеграл $I = \iint\limits_S (y+2)dxdy$, S – множество точек, удовлетворяющих неравенству $x^2 + y^2 \le 4x$.



∇ Границей области является линия $x^2 + y^2 = 4x$ или $(x-2)^2 + y^2 = 4$ – окружность радиуса 2 с центром в точке $C(2;0)$ (рисунок 2).

Наличие в уравнении границы комбинации $x^2 + y^2$ наводит на мысль, что для вычисления двойного интеграла удобно перейти к полярным координатам ρ, φ по формулам $x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$, $dxdy = \rho d\rho d\varphi$. Уравнение границы $x^2 + y^2 - 4x = 0$ переходит в уравнение $\rho^2\cos^2\varphi + \rho^2\sin^2\varphi - 4\rho\cos\varphi = 0$ или $\rho(\rho - 4\cos\varphi) = 0$. Отсюда ρ=0 (соответствует полюсу *O*) и $\rho = 4\cos\varphi$ – уравнение окружности. Так как всегда $\rho \ge 0$ (по смыслу ρ), то из $\rho = 4\cos\varphi$ следует $\cos\varphi \ge 0$, отсюда получаем $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$. Итак, в полярных координатах область интегрирования есть $P: \left\{-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2};\ 0 \le \rho \le 4\cos\varphi\right\}$. Тогда по формуле (5)

$$I = \iint\limits_S (y+2)dxdy = \iint\limits_P (\rho\sin\varphi + 2)\rho d\rho d\varphi = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int_0^{4\cos\varphi} (\rho^2\sin\varphi + 2\rho)d\rho =$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \left(\frac{\rho^3}{3}\cdot\sin\varphi + \rho^2\right)\Bigg|_{\rho=0}^{\rho=4\cos\varphi} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{64}{3}\cos^3\varphi\sin\varphi + 16\cos^2\varphi\right)d\varphi =$$

$$= -\frac{64}{3}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^3\varphi d\cos\varphi + 8\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1+\cos 2\varphi)d\varphi = -\frac{16}{3}\cdot\cos^4\varphi\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} +$$

$$+8(\varphi+\frac{1}{2}\sin 2\varphi)\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}=8\cdot\#$$

Вопросы и задания

Задание 1.

Найти неопределенные интегралы.

Номер вар.	Интегралы
1	а) $\int \frac{e^x dx}{\sqrt[8]{1-e^x}}$; б) $\int \frac{19\text{-}4x}{2x^2+x\text{-}3}dx$; в) $\int (5x\text{-}2)\ln x dx$; г). $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3}+\sqrt[3]{(x+3)^2}}$
2	а) $\int x\sqrt{3\text{-}x^2}dx$; б) $\int \frac{2x+9}{x^2+5x+6}dx$; в) $\int x\cdot \cos^2(2x)dx$; г) $\int \frac{dx}{\sin x+tgx}$.
3	а) $\int \frac{arctgx}{1+x^2}dx$; б) $\int \frac{x+9}{x^2+2x-3}dx$; в) $\int x\cdot \arcsin x dx$; г). $\int \frac{x^2+\sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}}dx$
4	а) $\int \sin 2x\sqrt{2\text{-}\cos^2 x}dx$; б) $\int \frac{2x+27}{x^2-x-12}dx$; в) $\int \ln(3+x^2)dx$; г). $\int \frac{dx}{1-\sqrt[3]{x+1}}$
5	а) $\int \frac{\sin x}{1-\cos x}dx$; б) $\int \frac{4x+31}{2x^2+11x+12}dx$; в) $\int (2-x)\sin x dx$; г) $\int \frac{\cos x}{1+\cos x}dx$.
6	а) $\int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x}dx$; б) $\int \frac{11x-2}{x^2+x-2}dx$; в) $\int (1-\ln x)dx$; г) $\int \frac{\sqrt[4]{x}+1}{(\sqrt{x}+4)\sqrt[4]{x^3}}dx$.
7	а) $\int \frac{1-tgx}{\cos^2 x}dx$; б) $\int \frac{17-2x}{x^2-5x+4}dx$; в) $\int (3x+4)\cos x dx$; г) $\int \frac{\sqrt{x+5}}{1+\sqrt[3]{x+5}}dx$.
8	а) $\int \frac{x^2}{8+x}dx$; б) $\int \frac{9-2x}{x^2-5x+6}dx$; в) $\int arcctg(4x)dx$; г) $\int \frac{dx}{3\cos x+4\sin x}$.
9	а) $\int \frac{\sin 2x}{\cos^2 x+3}dx$; б) $\int \frac{4x-27}{2x^2-x-6}dx$; в) $\int x\ln^2 x dx$; г) $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[6]{x}+1)}{\sqrt[3]{x^2}}dx$.

10	а) $\int \frac{x^2}{cos^2(x^3)}dx$; б) $\int \frac{x-13}{x^2-2x-8}dx$; в) $\int x^2 \sin 3x dx$; г) $\int \frac{dx}{2\sin x+\cos x+2}$.
11	а) $\int e^{\sin^2 x}\sin 2x dx$; б) $\int arctg\sqrt{x}dx$; в) $\int \frac{x-101}{x^3+2x^2+101x}dx$; г) $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$.
12	а) $\int \frac{xdx}{(x^2+4)^6}$; б) $\int e^x \ln(1+3e^x)dx$; в) $\int \frac{2x^2-3x+1}{x^3+1}dx$; г) $\int \frac{dx}{\sin x+tgx}$.
13	а) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{3+2\cos x}}$; б) $\int x3^x dx$; в) $\int \frac{x^3+3x+3}{x^4+3x^2}dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3}+\sqrt[3]{(x+3)^2}}$.
14	а) $\int \frac{dx}{\cos^2 x(3tgx+1)}$; б) $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$; в) $\int \frac{dx}{x^3+8}$; г) $\int \frac{x^2+\sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}}dx$.
15	а) $\int \frac{\cos 3x dx}{4+\sin 3x}$; б) $\int x^2 \sin 4x dx$; в) $\int \frac{x^3-2x^2+2x-2}{x^4+2x^2}dx$; г) $\int \frac{\cos x}{1+\cos x}dx$.
16	а) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}$; б) $\int x \arcsin\frac{1}{x}dx$; в) $\int \frac{x+3}{x^3+x^2-2x}dx$; г) $\int \frac{(\sqrt[4]{x}+1)}{(\sqrt{x}+4)\sqrt[4]{x^3}}dx$.
17	а) $\int \frac{(x+arctgx)dx}{1+x^2}$; б) $\int x\ln(x^2+1)dx$; в) $\int \frac{x^3-3}{x^4+3x^2}dx$; г) $\int \frac{\sqrt{x+5}}{1+\sqrt[3]{x+5}}dx$.
18	а) $\int \frac{arctg\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}(1+x)}$; б) $\int x\sin x\cos x dx$; в) $\int \frac{x^3+x^2+1}{x^4+2x^2}dx$; г) $\int \frac{dx}{3\cos x+4\sin x}$.
19	а) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$; б) $\int x^2 e^{3x}dx$; в) $\int \frac{4x^2+3x+50}{x^3+2x^2+50x}dx$; г) $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[6]{x}+1)}{\sqrt[3]{x^2}}dx$.
20	а) $\int \frac{\sqrt[3]{4+\ln x}}{x}dx$; б) $\int x\ln^2 x dx$; в) $\int \frac{x^3+3x^2+5}{x^4+5x^2}dx$; г) $\int \frac{dx}{2\sin x+\cos x+2}$.

Задание 2.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж области.

Номер вар.	Уравнения линий

1	$y=(x-2)^3, y=4x-8.$
2	$y=x\sqrt{9-x^2},\quad y=0,(0\le x\le 3).$
3	$y=4-x^2, y=x^2-2x.$
4	$y=\sin x\cos^2 x,\quad y=0,(0\le x\le \pi/2).$
5	$y=\sqrt{4-x^2},\quad y=0, x=0,\quad x=1.$
6	$y=x^2\sqrt{4-x^2},\quad y=0,(0\le x\le 2).$
7	$y=\cos x\sin^2 x,\quad y=0,(0\le x\le \pi/2).$
8	$y=\sqrt{e^x-1},\quad y=0, x=\ln 2.$
9	$y=\arccos x,\quad y=0, x=0.$
10	$y=2x-x^2+3, y=x^2-4x+3.$
11	$y=x\sqrt{36-x^2},\quad y=0,(0\le x\le 6).$
12	$x=\arccos y,\quad x=0, y=0.$
13	$y=\mathrm{arctg}\, x,\quad y=0, x=\sqrt{3}.$
14	$y=x^2\sqrt{8-x^2},\quad y=0,\left(0\le x\le 2\sqrt{2}\right).$
15	$y=x\sqrt{4-x^2},\quad y=0,(0\le x\le 2).$
16	$x=\sqrt{e^y-1},\quad x=0, y=\ln 2.$
17	$x=(y-2)^3, x=4y-8.$
18	$y=\cos^5 x\sin 2x,\quad y=0,(0\le x\le \pi/2).$
19	$y=x^2\sqrt{16-x^2},\quad y=0,(0\le x\le 4).$
20	$x=4-(y-1)^2, x=y^2-4y+3.$

Тема 6.Обыкновенные дифференциальные уравнения.
Практическое занятие 5 «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Цель: Целью освоения темы «Обыкновенные дифференциальные уравнения» является формирование набора общекультурных и общепрофессиональных компетенций будущего бакалавра по направлениям подготовки 09.03.02 путем освоения возможностей:

- осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

-использовать математические, физические, физико-химические, химические методы для решения задач профессиональной деятельности

В результате освоения темы «Обыкновенные дифференциальные уравнения» студентом приобретаются следующие знания и умения:

Знать: основные методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности, теоретические и экспериментальные данные моделирования в профессиональной деятельности

Уметь: интерпретировать, структурировать и оформлять информацию результатов исследований и экспериментов из профессиональной области в доступном для других виде. Обеспечивать применение навыков работы с компьютерными программами для дистанционного образования в области математики, навыков самоорганизации учебного процесса для решения сложных задач математики, предполагающими самостоятельный выбор метода решения

Владеть: навыками решения задач, связанных с математическим моделированием и анализом, навыками решения задач, связанных с профессиональной деятельностью

Теоретическая часть

Определение 1. Обыкновенным дифференциальным уравнением (ДУ) называется равенство, содержащее независимую переменную *x*, неизвестную функцию *y* и ее производные $y', y'', ..., y^{(n)}$:

$$F(x, y, y', y'', ..., y^{(n)}) = 0. \tag{1.1}$$

Уравнение (1.1) называется уравнением в общем виде.

Определение 2. Порядком уравнения называется порядок старшей производной,

входящей в уравнение.

Определение 3. Уравнение, разрешенное относительно старшей входящей в него производной

$$y^{(n)} = f(x, y, y', ..., y^{(n-1)}), \tag{1.2}$$

называется уравнением *n*-го порядка в нормальной форме.

Определение 4. Решением уравнения (1.1) (или (1.2)) называется функция $y = \varphi(x)$, обращающая это уравнение в тождество. График решения на плоскости Оxy называется интегральной кривой.

Однородное уравнение (ЛОДУ)

Линейным уравнением n-го порядка называется уравнение вида

$$y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \ldots + p_{n-1}(x)y' + p_n(x)y = f(x); \tag{5.1}$$

$p_i(x)\ (i = \overline{1, n})$ называются коэффициентами ДУ, $f(x)$ – правой частью (5.1).

Определение 1. Если при всех рассматриваемых значениях x функция ,

то уравнение (5.1) называется однородным (ЛОДУ); в противном случае оно называется неоднородным (ЛНДУ).

Теорема 1. Если коэффициенты $p_1(x), p_2(x), \ldots, p_n(x)$ и $f(x)$ непрерывны в интервале (a,b), то для любых начальных условий (4.1) задача Коши имеет решение и оно единственно.

Всякое решение уравнения (5.1) является частным решением, так что особых решений оно не имеет.

Однородное линейное уравнение (ЛОДУ)

$$y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \ldots + p_n(x)y = 0 \tag{5.2}$$

(всегда) имеет нулевое решение $y \equiv 0$, удовлетворяющее нулевым начальным условиям $y = y' = \ldots = y^{(n-1)} = 0$ при $x = 0$ и оно единственно.

Теорема 2. Общее решение ЛОДУ есть линейная комбинация решений $y_1, y_2, \ldots, y_n$ его фундаментальной системы:

$$y_0 = C_1y_2 + C_2y_2 + \ldots + C_ny_n \tag{5.3}$$

Определение 2. Фундаментальной системой решений (ФСР) уравнения (5.2) называется n его любых линейно-независимых частных решений $y_1, y_2, \ldots, y_n$.

Замечание. Для любого ЛОДУ существует бесконечное число фундаментальных систем решений.

Определение 3. Система из *n* функций $y_1, y_2, ..., y_n$ называется линейно-независимой (на (*a*,*b*)) системой, если тождество

$$\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + ... + \alpha_n y_n \overset{x}{\equiv} 0 \tag{5.4}$$

выполняется лишь в случае $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_n = 0$.

Теорема 3. Чтобы система решений $y_1, y_2, ..., y_n$ была фундаментальной, необходимо и достаточно, чтобы ее определитель Вронского

$$W(x) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & ... & y_n \\ y_1' & y_2' & ... & y_n' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1^{(n-1)} & y_2^{(n-1)} & ... & y_n^{(n-1)} \end{vmatrix} \tag{5.5}$$

был отличен от нуля хотя бы в одной точке интервала (a,b).

Пример 1. Решить уравнение $x^2 y^2 y' + 1 = y$.

Решение. Приводим уравнение к виду (3.1). Имеем: $x^2 y^2 \dfrac{dy}{dx} = y - 1;$ $x^2 y^2 dy = (y-1)dx$. Делим обе части уравнения на $x^2(y-1)$: $\dfrac{y^2}{y-1}dy = \dfrac{dx}{x^2}$ – приходим к уравнению с разделенными переменными. Интегрируем обе части уравнения (применяем формулу (3.3)): $\displaystyle\int \frac{y^2}{y-1}dy = \int \frac{dx}{x^2} + \tilde{N};\ \frac{y^2}{2} + y + \ln|y-1| = -\frac{1}{x} + C$. При делении на $x^2(y-1)$ могли быть потеряны решения $x = 0$ и $y = 1$. Очевидно, $y = 1$ – решение уравнения, а $x = 0$ – нет.

Пример 2. Проинтегрировать уравнение $(1+x^2)y'' + xy' - y + 1 = 0$, зная, что соответствующее ЛОДУ имеет частное решение $y_1(x) = x$.

Решение. 1. Найдем общее решение ЛОДУ $(1+x^2)y'' + xy' - y = 0$. Найдем y_2 :

$$y_2 = x\int \frac{e^{-\int \frac{xdx}{1+x^2}}}{x^2}dx = x\int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}} = -x\int \frac{\frac{1}{x}d\left(\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = -x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} = -\sqrt{1+x^2}.$$

Общее решение ЛОДУ: $y_{o.o} = C_1 x + C_2\sqrt{1+x^2}$.

2. Найдем общее решение ЛНДУ. а) очевидно, что $y = 1$ есть частное решение и по формуле (5.7) общее решение ЛНДУ: $y = C_1 x + C_2\sqrt{1+x^2} + 1$. б) найдем общее решение по методу вариации произвольных постоянных. Составляем систему (5.9), приведя исходное уравнение к виду (5.1):

$$\tilde{N}_1' x + \tilde{N}_2' \cdot \sqrt{1+x^2} = 0; \; C_1' + C_2' \cdot \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = -\frac{1}{1+x^2}.$$

Решим систему алгебраически: $C_1' = -1,\; C_2' = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$. Интегрируя, найдем: $C_1(x) = -x + C_1$,

$C_2(x) = \sqrt{1+x^2} + C_2$ и общее решение ЛНДУ

$$y = (-x + C_1)x + (\sqrt{1+x^2} + C_2)\sqrt{1+x^2} = C_1 x + C_2\sqrt{1+x^2} + 1.$$

Задание 1
1)Найти общее решение дифференциального уравнения I порядка.
2)Найти частное решение дифференциального уравнения II порядка ,
удовлетворяющее начальным условиям .

.№ вар-та	Задания
1	1) ; 2)
2	1) ; 2)
3	1) ; 2)
4	1) ; 2)
5	1) ; 2)
6	1) ; 2)
7	1) ; 2)
8	1) ; 2)
9	1) ; 2)
10	1) ; 2)

Тема 7. Ряды.
Практическое занятие 6 «Ряды»

Цель: Целью освоения темы «Ряды» является формирование набора общекультурных и общепрофессиональных компетенций будущего бакалавра по направлениям подготовки 09.03.02 путем освоения возможностей:

- осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

-использовать математические, физические, физико-химические, химические методы для решения задач профессиональной деятельности

В результате освоения темы «Ряды» студентом приобретаются следующие знания и умения:

Знать: основные методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности, теоретические и экспериментальные данные моделирования в профессиональной деятельности

Уметь: интерпретировать, структурировать и оформлять информацию результатов исследований и экспериментов из профессиональной области в доступном для других виде. Обеспечивать применение навыков работы с компьютерными программами для дистанционного образования в области математики, навыков самоорганизации учебного процесса для решения сложных задач математики, предполагающими самостоятельный выбор метода решения

Владеть: навыками решения задач, связанных с математическим моделированием и анализом, навыками решения задач, связанных с профессиональной деятельностью

Теоретическая часть

Числовым рядом называется сумма вида

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n + \ldots \quad (1.1)$$

где $u_1, u_2, u_3, \ldots, u_n, \ldots$, называемые членами ряда, образуют бесконечную последовательность; член u_n называется общим членом ряда.

Суммы

$$S_1 = u_1,$$
$$S_2 = u_1 + u_2,$$
$$S_3 = u_1 + u_2 + u_3,$$

…………..

$$S_3 = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n,$$

составленные из первых членов ряда (1.1), называются частичными суммами этого ряда.

Каждому ряду можно сопоставить последовательность частичных сумм $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$.

Если при бесконечном возрастании номера *n* частичная сумма ряда S_n стремится к пределу S, то ряд называется сходящимся, а число S - суммой сходящегося ряда, т.е.

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S$ и $\lim\limits_{n\to\infty} (u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n) = S$.

Эта запись равносильна записи

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n + \ldots = S.$$

Если частичная сумма S_n ряда (1.1) при неограниченном возрастании *n* не имеет конечного предела (стремится к $+\infty$ или $-\infty$), то такой ряд называется ***расходящимся***.

Если ряд ***сходящийся***, то значение S_n при достаточно большом ***n*** является приближенным выражением суммы ряда *S*.

Разность $r_n = S - S_n$ называется остатком ряда. Если ряд сходится, то его остаток стремится к нулю, т.е. $\lim\limits_{n\to\infty} r_n = 0$, и наоборот, если остаток стремится к нулю, то ряд сходится.

Пример 1. Ряд вида

$$\sum_{n=0}^{\infty} aq^n = a + aq + aq^2 + \ldots + aq^{n-1} + \ldots \quad (1.2)$$

называется ***геометрическим*** $(a \neq 0)$.

Геометрический ряд образован из членов геометрической прогрессии.

Известно, что сумма её первых *n* членов $S_n = \dfrac{a - aq^n}{1-q}$. Очевидно: это *n*-ая частичная сумма ряда (1.2).

Возможны случаи:

$|q| = 1$: $q = 1$.

Ряд (1.2) принимает вид:

$a + a + a + \ldots + a = a \cdot n = S_n$,

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = \lim\limits_{n\to\infty} a \cdot n = \infty$, ряд расходится;

$q = -1$

Ряд (1.2) принимает вид:

$a - a + a - a + \ldots$,

$$S_n = \begin{cases} a & \textit{при} \quad n \quad \textit{нечетном} \quad (n = 2k+1), \\ 0 & \textit{при} \quad n \quad \textit{четном} \quad (n = 2k). \end{cases}$$

S_n не имеет предела, ряд расходится.

$|q| < 1$,

$\lim\limits_{n\to\infty} = \dfrac{a - aq^n}{1-q} = \dfrac{a}{1-q}$ - конечное число, ряд сходится.

$|q| > 1$,

$\lim\limits_{n\to\infty} = \dfrac{a - aq^n}{1-q} = \infty$ - ряд расходится.

Итак, данный ряд сходится при $|q|<1$ и расходится при $|q|\geq 1$.

Вопросы и задания

Задачи 21-30

В задачах № 11-0 найти область сходимости степенного ряда.

В задачах № 11-20 исследовать ряды на абсолютную и условную сходимость.

11. а) $\sum_{1}^{\infty}\frac{\sin n}{(n+1)!}$; б) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{2^n}$; в) $\sum_{2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n+1)\ln n}$.

12. а) $\sum_{1}^{\infty}\frac{\sin n^3}{n^3+1}$; б) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2^n}{5^{n+1}}$; в) $\sum_{2}^{\infty}\frac{(-1)^n\ln n}{2n+1}$.

13. а) $\sum_{1}^{\infty}\frac{\sin\sqrt{n}}{2^n+1}$; б) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{3^n}$; в) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{3n^2+1}$.

14. а) $\sum_{1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{\sin n}}{\sqrt{n^3+3n}}$; б) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n 3^n}{\pi^n}$; в) $\sum_{2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n+1)\ln(n+1)}$.

15. а) $\sum_{1}^{\infty}\frac{\cos n}{n^5+3n}$; б) $\sum_{1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$; в) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+2n}}$.

16. а) $\sum_{2}^{\infty}\frac{\cos^3 n}{(n+1)\ln^2(n+1)}$; б) $\sum_{1}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{(2n)!}$; в) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{\sqrt{n^3+3n}}$.

17. а) $\sum_{1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{\sin n}}{n\sqrt[3]{n+1}}$; б) $\sum_{1}^{\infty}(-1)^n\frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$; в) $\sum_{1}^{\infty}(-1)^n\sin\frac{\pi}{n}$.

18. а) $\sum_{1}^{\infty}\frac{\cos^3 n}{2^n}$; б) $\sum_{1}^{\infty}(-1)^n\frac{3^n}{(n+1)!}$; в) $\sum_{1}^{\infty}(-1)^n\frac{3n-1}{2n^2+1}$.

19. а) $\sum_{1}^{\infty}\frac{\cos\sqrt{n}}{n!}$; б) $\sum_{1}^{\infty}(-1)^n\frac{3^n}{(n+1)!}$; в) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n\sqrt{n+1}}{2n+1}$.

20. а) $\sum_{1}^{\infty}\frac{\cos^3 n}{n+3^n}$; б) $\sum_{1}^{\infty}(-1)^n\frac{e^n}{(2n-1)!}$; в) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+2n-1}}$.

Основная литература:

1. Степаненко, Е. В. Математика. Основной курс [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е. В. Степаненко, И. Т. Степаненко. — Электрон. текстовые данные. — Тамбов : Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2015. — 252 с. — 978- 5-8265-1412-2. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/63859.html

2.Высшая математика. Том 2. Начало математического анализа. Дифференциальное исчисление функций одной переменной и его приложения : учебник / А. П. Господариков, И. А. Волынская, О. Е. Карпухина [и др.] ; под редакцией А. П. Господариков. — СПб. : Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2015. — 104 c. — ISBN 978-5-94211-711-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/71688.html

3. Высшая математика. Том 3. Элементы высшей алгебры. Интегральное исчисление функций одной переменной и его приложения : учебник / А. П. Господариков, В. В. Ивакин, М. А. Керейчук [и др.] ; под редакцией А. П. Господариков. — СПб. : Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2015. — 102 c. — ISBN 978-5-94211-712-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/71689.html

4. Высшая математика. Том 4. Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье и преобразование Фурье. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных. Теория поля : учебник / А. П. Господариков, М. А. Зацепин, Г. А. Колтон [и др.] ; под редакцией А. П. Господариков. — СПб. : Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2015. — 213 c. — ISBN 978-5-94211-713-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/71690.html

Дополнительная литература:

1. Богомолов Н.В. Математика : Учебник. — М. : ЮРАЙТ, 2013.

2. Математика в примерах и задачах : Учеб. пособие / Под ред. Л.Н. Журбенко. — М. : ИНФРА-М, 2012.

3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : Учеб. пособие для бакалавров. — М. : ЮРАЙТ, 2013.

4. Данко П.Е. Высшая математика в примерах и задачах : В 2-х ч. — М. : ОНИКС, 2008.

5. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. Б. Карбачинская, Е. С. Лебедева, Е. Е. Харитонова, М. М. Чернецов ; под ред. М. М. Чернецов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Российский государственный университет правосудия, 2015. — 342 c. — 978-5-93916-481-8. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/49604.html

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания

по выполнению самостоятельной работы
по дисциплине «Математический анализ»

Направление подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии
Направленность (профиль) «Информационные системы управления технологическими и сервисными процессами»

Содержание

1 Подготовка к лекциям

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях.

Конспект лекций лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось присить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

2 Подготовка к практическим занятиям

Подготовку к каждому практическому занятию студент должен начать с ознакомления с методическими указаниями, которые включают содержание работы. Тщательное продумывание и изучение вопросов основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованную к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений студенту необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме и по возможности подготовить по нему презентацию.

Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности студента свободно ответить на теоретические вопросы семинара, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

В зависимости от содержания и количества отведенного времени на изучение каждой темы практическое занятие может состоять из четырех-пяти частей:

1. Обсуждение теоретических вопросов, определенных программой дисциплины.
2. Доклад и/ или выступление с презентациями по выбранной проблеме.
3. Обсуждение выступлений по теме – дискуссия.
4. Выполнение практического задания с последующим разбором полученных результатов или обсуждение практического задания.
5. Подведение итогов занятия.

Первая часть – обсуждение теоретических вопросов – проводится в виде фронтальной беседы со всей группой и включает выборочную проверку преподавателем теоретических знаний студентов. Примерная продолжительность — до 15 минут. Вторая часть — выступление студентов с докладами, которые должны сопровождаться презентациями с целью усиления наглядности восприятия, по одному из вопросов практического занятия. Обязательный элемент доклада – представление и анализ статистических данных, обоснование социальных последствий любого экономического факта, явления или процесса. Примерная продолжительность — 20-25 минут. После докладов следует их обсуждение – дискуссия. В ходе этого этапа практического занятия могут быть заданы уточняющие вопросы к докладчикам. Примерная продолжительность – до 15-20 минут. Если программой предусмотрено выполнение практического задания в рамках конкретной темы, то преподавателями определяется его содержание и дается время на его выполнение, а замет идет обсуждение результатов. Подведением итогов заканчивается практическое занятие.

В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет студентам проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

3 Самостоятельное изучение темы. Конспект

Конспект – наиболее совершенная и наиболее сложная форма записи. Слово «конспект» происходит от латинского «conspectus», что означает «обзор, изложение». В правильно составленном конспекте обычно выделено самое основное в изучаемом тексте, сосредоточено внимание на наиболее существенном, в кратких и четких формулировках обобщены важные теоретические положения.

Конспект представляет собой относительно подробное, последовательное изложение содержания прочитанного. На первых порах целесообразно в записях ближе держаться тексту, прибегая зачастую к прямому цитированию автора. В дальнейшем, по мере выработки навыков конспектирования, записи будут носить более свободный и сжатый характер.

Конспект книги обычно ведется в тетради. В самом начале конспекта указывается фамилия автора, полное название произведения, издательство, год и место издания. При цитировании обязательная ссылка на страницу книги. Если цитата взята из собрания сочинений, то необходимо указать соответствующий том. Следует помнить, что четкая ссылка на источник – непременное правило конспектирования. Если конспектируется статья, то указывается, где и когда она была напечатана.

Конспект подразделяется на части в соответсвтии с заранее продуманным планом. Пункты плана записываются в тексте или на полях конспекта. Писать его рекомендуется четко и разборчиво, так как небрежная запись с течением времени становиться малопонятной для ее автора. Существует правило: конспект, составленный для себя, должен быть по возможности написан так, чтобы его легко прочитал и кто-либо другой.

Формы конспекта могут быть разными и зависят от его целевого назначения (изучение материала в целом или под определенным углом зрения, подготовка к докладу, выступлению на занятии и т.д.), а также от характера произведения (монография, статья, документ и т.п.). Если речь идет просто об изложении содержания работы, текст конспекта может быть сплошным, с выделением особо важных положений подчеркиванием или различными значками.

В случае, когда не ограничиваются переложением содержания, а фиксируют в конспекте и свои собственные суждения по данному вопросу или дополняют конспект соответствующими материалами их других источников, следует отводить место для такого рода записей. Рекомендуется разделить страницы тетради пополам по вертикали и в левой части вести конспект произведения, а в правой свои дополнительные записи, совмещая их по содержанию.

Конспектирование в большей мере, чем другие виды записей, помогает вырабатывать навыки правильного изложения в письменной форме важные теоретических и практических вопросов, умение четко их формулировать и ясно излагать своими словами.

Таким образом, составление конспекта требует вдумчивой работы, затраты времени и труда. Зато во время конспектирования приобретаются знания, создается фонд записей.

Конспект может быть текстуальным или тематическим. В текстуальном конспекте сохраняется логика и структура изучаемого произведения, а запись ведется в соответствии с расположением материала в книге. За основу тематического конспекта берется не план произведения, а содержание какой-либо темы или проблемы.

Текстуальный конспект желательно начинать после того, как вся книга прочитана и продумана, но это, к сожалению, не всегда возможно. В первую очередь необходимо составить план произведения письменно или мысленно, поскольку в соответствии с этим планом строится дальнейшая работа. Конспект включает в себя тезисы, которые составляют его основу. Но, в отличие от тезисов, конспект содержит краткую запись не только выводов, но и доказательств, вплоть до фактического материала. Иначе говоря, конспект – это расширенные тезисы, дополненные рассуждениями и доказательствами, мыслями и соображениями составителя записи.

Как правило, конспект включает в себя и выписки, но в него могут войти отдельные места, цитируемые дословно, а также факты, примеры, цифры, таблицы и схемы, взятые из книги. Следует помнить, что работа над конспектом только тогда будет творческой, когда она не ограничена текстом изучаемого произведения. Нужно дополнять конспект данными из другими источников.

В конспекте необходимо выделять отдельные места текста в зависимости от их значимости. Можно пользоваться различными способами: подчеркиваниями, вопросительными и восклицательными знаками, репликами, краткими оценками, писать на полях своих конспектов слова: «важно», «очень важно», «верно», «характерно».

В конспект могут помещаться диаграммы, схемы, таблицы, которые придадут ему наглядность.

Составлению тематического конспекта предшествует тщательное изучение всей литературы, подобранной для раскрытия данной темы. Бывает, что какая-либо тема рассматривается в нескольких главах или в разных местах книги. А в конспекте весь материал, относящийся к теме, будет сосредоточен в одном месте. В плане конспекта рекомендуется делать пометки, к каким источникам (вплоть до страницы) придется обратиться для раскрытия вопросов. Тематический конспект составляется обычно для того, чтобы глубже изучить определенный вопрос, подготовиться к докладу, лекции или выступлению на семинарском занятии. Такой конспект по содержанию приближается к реферату, докладу по избранной теме, особенно если включает и собственный вклад в изучение проблемы.

4 Подготовка к экзамену

Экзаменационная сессия – очень тяжелый период работы для студентов и ответственный труд для преподавателей. Главная задача экзаменов – проверка качества усвоения содержания дисциплины.

На основе такой проверки оценивается учебная работа не только студентов, но и преподавателей: по результатам экзаменов можно судить и о качестве всего учебного процесса. При подготовке к экзамену студенты повторяют материал курсов, которые они слушали и изучали в течение семестра, обобщают полученные знания, выделяют главное в предмете, воспроизводят общую картину для того, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программы курса и конспект, которые указывают, что в курсе наиболее важно. Основной материал должен прорабатываться по учебнику, поскольку конспекта недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть проработан в течение семестра, а перед экзаменом важно сосредоточить внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением в памяти его краткого содержания в логической последовательности.

До экзамена обычно проводится консультация, но она не может возместить отсутствия систематической работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает лишь ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы. Польза от консультации будет только в том случае, если студент до нее проработает весь материал. Надо учиться задавать вопросы, вырабатывать привычку пользоваться справочниками, энциклопедиями, а не быть на иждивении у преподавателей, который не всегда может тут же, «с ходу» назвать какой-либо факт, имя, событие. На экзамене нужно показать не только знание предмета, но и умение логически связно построить устный ответ.

Получив билет, надо вдуматься в поставленные вопросы для того, чтобы правильно понять их. Нередко студент отвечает не на тот вопрос, который поставлен, или в простом вопросе ищет скрытого смысла. Не поняв вопроса и не обдумав план ответа, не следует начинать писать. Конспект своего ответа надо рассматривать как план краткого сообщения на данную тему и составлять ответ нужно кратко. При этом необходимо показать умение выражать мысль четко и доходчиво.

Отвечать нужно спокойно, четко, продуманно, без торопливости, придерживаясь записи своего ответа. На экзаменах студент показывает не только свои знания, но и учится владеть собой. После ответа на билет могут следовать вопросы, которые имеют целью выяснить понимание других разделов курса, не вошедших в билет. Как правило, на них можно ответить кратко, достаточно показать знание сути вопроса. Часто студенты при ответе на дополнительные вопросы проявляют поспешность: не поняв смысла того, что у них спрашивают, начинают отвечать и нередко говорят не по сути.

Следует помнить, что необходимым условием правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, поэтому подготовка к экзаменам не должна быть в ущерб сну. Установлено, что сильное эмоциональное напряжение во время экзаменов неблагоприятно отражается на нервной системе и многие студенты из-за волнений не спят ночи перед экзаменами. Обычно в сессию студенту не до болезни, так как весь организм озабочен одним - сдать экзамены. Но это еще не значит, что последствия неправильно организованного труда и чрезмерной занятости не скажутся потом. Поэтому каждый студент помнить о важности рационального распорядка рабочего дня и о своевременности снятия или уменьшения умственного напряжения.