

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Невинномысский технологический институт (филиал) СКФУ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических работ

по дисциплине «Механика»

для студентов очной/ очно-заочной форм обучения направления подготовки

15.03.02 Технологические машины и оборудование

Невинномысск 2025

Методические указания разработаны в соответствии с требованиями ФГОС ВО и рабочей программы дисциплины «Механика». Указания предназначены для студентов очной / очно-заочной форм обучения, направления подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование

Составители

Дзамыхов А.Х.

Практическая работа №1

Тема: Выявление основных источников и анализ масштабов образования отходов производства.

Цель: научиться выявлять основные источники и анализировать масштабы образования отходов производства, анализировать и прогнозировать экологические последствия различных видов производственной деятельности.

Оборудование: персональные компьютеры с установленными программами «MS Word», «MS Excel».

Теоретическая часть:

Источником загрязнения ОПС называется объект, выбрасывающий (сбрасывающий) загрязняющие вещества, энергетические излучения и информацию в окружающую среду.

Источниками загрязнения могут являться:

- *точка выброса загрязняющего вещества* (труба, здание, вентиляционное устройство и т. п.);
- *хозяйственный или природный объект*, производящий загрязняющее вещество;
- *регион*, откуда поступают загрязняющие вещества.

Источниками техногенного воздействия на ОПС обычно выступают:

- промышленность;
- транспорт;
- сельское хозяйство;
- военно-промышленный комплекс;
- жилищно-коммунальное хозяйство.

В Государственном докладе «О состоянии и охране окружающей среды в Красноярском крае за 2011 год» приводятся следующие статистические данные (сохраняется нумерация таблиц Доклада):

Таблица 1.1 - Динамика выбросов загрязняющих веществ в атмосферу Красноярского края с учетом выбросов Норильского промрайона (тыс. т в год)

Годы	Суммарные выбросы	Выбросы от стационарных источников	Выбросы от автотранспорта
2001	2770,6	2562,6	207,9
2002	2622,9	2458,1	164,8
2003	2639,1	2462,3	176,8
2004	2696,6	2528,8	167,8
2005	2696,9	2521,4	175,5
2006	2761,4	2466,1	295,3
2007	2854,8	2509,6	345,2 ¹
2008	2886,3	2478,6	407,7
2009	2815,3	2433,3	382,0
2010	2886,8	2480,2	406,6
2011	2944,8	2516,8 ²	428,0 ³

Примечания:

1 – с учетом выбросов Республики Тыва и Эвенкийского муниципального района;

2 – данные Территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Красноярскому краю;

3 – данные Управления Росприроднадзора по Красноярскому краю.

Таблица 1.2 – Выбросы от стационарных источников в 2011 году*

Наименование показателя	Всего за 2011 год (тыс. т)	Поступило на очистные сооружения загрязняющих веществ (тыс. т)	Из поступивших на очистку уловлено и обезврежено (тыс. т)
Всего	2516,8	9208,1	9067,0
в том числе:			
Твердых веществ	133,9	8898,1	8795,9
Жидких и газообразных веществ	2382,9	309,7	271,2
из них:			
диоксид серы	2034,7	280,2	242,6
оксид углерода	199,8	0,5	0,1
оксиды азота	98,2	0,6	0,5
углеводороды (без ЛОС)	6,0	0	0
летучие органические вещества	17,1	0,5	0,5
прочие газообразные и жидкие	27,0	27,9	27,5

* – данные территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Красноярскому краю.

Таблица 1.4 – Предприятия – основные источники загрязнения атмосферного воздуха

Наименование предприятия	Объем валовых выбросов за 2011 год (тыс. т)
1	3
1. ОАО «ГМК «Норильский никель»	1946,4
2. ЗАО «Ванкорнефть»	77,6
3. ОАО «РУСАЛ Красноярск»	65,8
4. Филиал «Назаровская ГРЭС» ОАО «Енисейская ТГК-13»	60,3
5. Филиал ОАО «ОГК-2» - Красноярская ГРЭС-2	59,3
6. ОАО «РУСАЛ Ачинск»	38,7
7. Филиал «Березовская ГРЭС» ОАО «Э.ОН Россия»	29,3
8. Филиал «Красноярская ТЭЦ-1» ОАО «Енисейская ТГК-13»	20,7
9. ОАО «АНПЗ ВНК»	18,8
10. Филиал «Красноярская ТЭЦ-2» ОАО «Енисейская ТГК-13»	17,2
11. ЗАО «Полнос»: Олимпиадинский ГОК и др. объекты*	13,3
12. Филиал «Красноярская ТЭЦ-3» ОАО «Енисейская ТГК-13»	6,4
13. ОАО «Енисейская ТГК-13» филиал «Канская ТЭЦ»	5,6
14. ФГУП «Горно-химический комбинат»	5,6
15. ООО «КрасТЭК»	5,5
16. ЗАО «Новоенисейский ЛХК»	4,7
17. ООО «Красноярский цемент»	4,5
18. Филиал «Минусинская ТЭЦ» ОАО «Енисейская ТГК-13»	3,4
19. МУП «Лесосибирское ЖКХ»	3,2
20. ОАО «Лесосибирский ЛДК № 1»	2,5
21. Филиал «Красноярская ТЭЦ-4» ОАО «Енисейская ТГК-13»	1,4
Итого	2390,2

Таблица 1.7 - Выбросы загрязняющих веществ в атмосферу в городах края в 2011 году

Наименование городов края	Численность населения на 01.01.2012 г. (тыс. человек)	Количество выбросов загрязняющих веществ (тыс. т)			Количество выбросов на 1 жителя (т)
		всего	от стационарных источников	от автотранспорта	
Ачинск	110,4	65,6	44,4	21,2	0,59
Боготол	21,0	0,2	0,2	н/д	0,10
Бородино	17,3	5,8	5,8	н/д	0,34
Дивногорск	32,4	4,9	0,2	4,7	0,15
Енисейск	18,7	0,04	0,04	н/д	0,002
Железногорск	93,8	13,1	1,3	11,8	0,14
Заозерный	10,6	1,3	1,3	н/д	0,12
Красноярск	979,6	279,3	140,1	139,2	0,28
Канск	94,0	19,4	8,9	10,5	0,21
Лесосибирск	66,3	23,3	12,7	10,6	0,35
Минусинск	74,0	1,1	1,1	н/д	0,02
Назарово	52,7	62,3	62,3	н/д	1,18
Норильский ПР	176,0	1973,8	1954,5	19,3	11,2
Сосновоборск	33,3	5,2	1,4	3,8	0,16
Ужур	16,0	1,5	1,5	н/д	0,09
Уяр	12,6	2,4	2,4	н/д	0,19
Шарыпово	48,7	11,4	0,2	11,2	0,23
Зеленогорск	66,0	69,9	61,1	8,8	1,06
Всего	1923,4	2540,5	2299,4	241,1	1,32

н/д – нет данных.

В литературе приводятся статистические данные о количественных показателях выбросов автотранспорта. В среднем за год одна автомашина выбрасывает в атмосферный воздух 200 кг диоксида углерода, 60 кг оксидов азота, 40 кг углеводородов, 3 кг металлической и резиновой пыли, 2 кг диоксида серы и 0,5 кг свинца.

Как сообщает «Красноярскстат» в своем отчете, в Красноярском крае по состоянию на 2011 год зарегистрировано 743,5 тысячи автомобилей.

Практическая часть:

1. На основании данных таблицы 1.2. Государственного доклада, справочных данных о количестве автомобильных выбросов и данных ОГИБДД о количестве автотранспортных средств в городе Красноярске заполните таблицу 1 (в состав углеводородов включить летучие органические соединения) и сформируйте на ее основе столбиковую диаграмму.

Таблица 1. Показатели загрязнения ОПС Красноярского края основными видами химических загрязнителей

Источники загрязнения	СО и СО ₂	SO ₂	NO и NO ₂	УВ
Стационарные источники				
Автотранспорт				

2. На основании данных таблицы 1.7. Государственного доклада заполните таблицы 2а и 2б (так же, как 2а, но без Норильского промышленного района), постройте на их основе столбиковые диаграммы.

Таблица 2а. Доля выбросов стационарных источников и автотранспорта в загрязнении ОПС по городам Красноярского края (включая Норильский промышленный район)

Города	Выбросы из стационарных источников	Выбросы автотранспорта
Ачинск		
Дивногорск		
Железногорск		
Красноярск		
Канск		
Лесосибирск		
Норильский ПР		
Сосновоборск		
Шарыпово		
Зеленогорск		

3. На основании данных таблицы 1.7. Государственного доклада заполните таблицу 3, постройте на ее основе круговую диаграмму.

Таблица 3а. Доли стационарных источников и автотранспорта в загрязнении ОПС Красноярского края

Источники загрязнения ОПС	Выбросы
Стационарные источники	
Автотранспорт	

Таблица 3б. Доли стационарных источников и автотранспорта в загрязнении ОПС г.Красноярска

Источники загрязнения ОПС	Выбросы
Стационарные источники	
Автотранспорт	

4. На основании данных таблицы 1.4. Государственного доклада заполните таблицу 4, постройте на ее основе круговую диаграмму.

Таблица 4. Доли отраслей промышленности Красноярского края в загрязнении ОПС

Отрасли промышленности	Объем выбросов
Металлургия	
Нефтедобыча и нефтепереработка	
Энергетика	
Горнодобывающая промышленность	
Химическая промышленность	
Производство стройматериалов	
Лесопереработка	
ЖКХ	

5. На основании данных таблицы 1.1. Государственного доклада заполните таблицу 5, постройте на ее основе столбиковую диаграмму.

Таблица 5. Динамика выбросов загрязняющих веществ в атмосферу Красноярского края

Источники выбросов	2001г	2002г	2003г	2004г	2005г	2006г	2007г	2008г	2009г	2010г	2011г
Суммарные выбросы											
Выбросы стационарных источников											
Выбросы автотранспорта											

6. Сделайте вывод о том:

- какое вещество является основным загрязнителем атмосферы Красноярского края; для каких загрязнителей основными являются стационарные источники, а для каких автотранспорт (по заданию 1);
- какие города Красноярского края лидируют по объемам выбросов, в каких городах основными являются стационарные источники загрязняющих веществ, а в каких автотранспорт (по заданию 2);
- доля какого источника загрязнения ОПС является определяющей в Красноярском крае и городе Красноярске (по заданию 3);
- доля каких отраслей промышленности Красноярского края в загрязнении ОПС наиболее велика (по заданию 4);
- какова динамика вредных выбросов в атмосферу Красноярского края в целом и по основным источникам загрязнения (по заданию 5). Какой из источников дает наибольший прирост количества загрязнителей ОПС?

Контрольные вопросы:

1. Что такое источник загрязнения?
2. Что может являться источником загрязнения?
3. Назовите основные источники загрязнения.
4. Дайте характеристику основных источников загрязнения в Красноярском крае.

Литература:

1. Государственный доклад «О состоянии и охране окружающей среды в Красноярском крае за 2011 год» – Красноярск, 2012.
2. Зверев А.Т. Экология. Практикум. 10-11 кл. Учебное пособие для общеобразовательных учреждений / А.Т. Зверев. Отв. Ред. Ю.Б. Королев. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век», 2004. с. 125-126
3. Коробкин В.И. Экология: учебник для вузов / В.И. Коробкин, Л.В. Передельский. – Изд. 16-е, дополн. и перераб. – Ростов н/Д: Феникс, 2010. с. 299-302

Практическая работа №2

Тема: Выбор методов и технологий охраны ОПС от загрязнений (выбросов, стоков, твердых отходов).

Цель: научиться выбирать методы, технологии и аппараты утилизации газовых выбросов, стоков, твердых отходов.

Общие сведения:

Уничтожение вредных выбросов достигается в процессе очистки газообразных выбросов, бытовых и промышленных стоков, а также методами утилизации, т.е. переработки бытовых и промышленных отходов.

Очистка газообразных выбросов

Так как нынешний уровень развития *экологизации технологических процессов*¹ недостаточен для полного предотвращения выбросов токсичных веществ в атмосферу, на предприятиях повсеместно используются различные методы очистки отходящих газов от аэрозолей (пыли, золы, сажи) и токсичных газо- и парообразных примесей (NO, NO₂, SO₂, SO₃ и др.).

Очистка от аэрозолей

Для очистки выбросов от аэрозолей в настоящее время применяют различные типы устройств в зависимости от степени запыленности воздуха, размеров твердых частиц и требуемого уровня очистки.

Сухие пылеуловители (циклоны, пылеосадительные камеры) предназначены для грубой механической очистки выбросов от крупной и тяжелой пыли. Принцип работы – оседание частиц под действием центробежных сил и силы тяжести. Для повышения эффективности работы применяют групповые (батарейные) циклоны.

Мокрые пылеуловители (скрубберы, турбулентные, газопромыватели и др.) требуют подачи воды и работают по принципу осаждения частиц пыли на поверхность капель под действием сил инерции и броуновского движения. Наибольшее практическое применение получили скрубберы Вентури, которые обеспечивают 99% очистки от частиц размером более 2 мкм и, как все мокрые пылеуловители, незаменимы при очистке от пыли взрывоопасных и горячих газов.

Фильтры (тканевые, зернистые) способны задерживать мелкодисперсные частицы пыли до 0,05 мкм. Особенно эффективны рукавные фильтры с тканями из синтетических волокон повышенной термостойкости (250-300° С), фильтровальные металлические ткани (до 800° С), а также фильтры из тканей ФПП и ФПА, дающие высокую степень очистки.

Электрофильтры – наиболее совершенный способ очистки газов от взвешенных в них частиц пыли размером до 0,01 мкм при высокой эффективности очистки газов (99,0-99,5%). Принцип работы всех типов электрофильтров основан на ионизации пылегазового потока у поверхности коронирующих электродов. Приобретая отрицательный заряд, пылинки движутся к осадительному электроду, имеющему знак, обратный заряду коронирующего электрода. При встряхивании электродов осажденные частички пыли под действием силы тяжести падают вниз в сборник пыли. Электроды требуют большого расхода электроэнергии – это их основной недостаток.

Наиболее эффективны *комбинированные методы* очистки от пыли. Например, отличные результаты дает очистка агломерационных газов в батарейных циклонах с последующей доочисткой в скрубберах Вентури, а также в электрофильтрах.

¹ *Экологизация технологических процессов* включает в себя создание замкнутых малоотходных циклов, безотходных и малоотходных технологий, исключение попадания в атмосферу вредных загрязняющих веществ.

Очистка от токсичных газо- и парообразных примесей

Способы очистки выбросов от токсичных газо- и парообразных примесей подразделяются на три основные группы.

С помощью *каталитического метода* токсичные компоненты промышленных выбросов превращают вещества в безвредные или менее вредные для окружающей среды путем введения в систему катализаторов. Широко применяются палладийсодержащие и ванадиевые катализаторы. С их помощью происходит дожигание оксида углерода и диоксида серы до оксида. Возможно также восстановление оксидов азота аммиаком до элементарного азота. Одна из разновидностей этого метода – дожигание вредных примесей с помощью газовых горелок (факельное сжигание), широко используется на нефтеперерабатывающих заводах.

Абсорбционный метод основан на поглощении вредных газообразных примесей жидким поглотителем (абсорбентом). В качестве абсорбента используют воду, растворы щелочей (сода), аммиака и др. Устройство, в котором осуществляется процесс абсорбции, называется абсорбером.

Адсорбционный метод – поглощение газообразных примесей твердыми телами с ультрамикropористой структурой. В качестве адсорбентов используют активированный уголь, глинозем, силикагель, цеолиты, сланцевую золу и другие вещества.

Рассеивание газовых примесей в атмосфере

Этот метод используют для снижения опасных концентраций примесей до уровня, соответствующего ПДК. Необходимость его применения диктуется тем, что, как показывает опыт, в приземном слое атмосферы вблизи крупных энергетических установок (ТЭЦ, ТЭС, ГРЭС) и других предприятий концентрация вредных веществ в отходящих газах может превышать предельно допустимые нормы несмотря на все применяемые меры по очистке газов и экологизацию технологических процессов.

Рассеивание пыле-газовых выбросов осуществляется с помощью *высоких дымовых труб*. Чем выше труба, тем больше ее рассеивающий эффект.

Рассеивание вредных веществ в атмосфере – это временное, вынужденное мероприятие, которое осуществляется вследствие того, что существующие очистные устройства не обеспечивают полной очистки выбросов от вредных веществ.

Очистка сточных вод

Ввиду огромного многообразия состава сточных вод существуют различные способы их очистки: механический, физико-химический, химический, биологический и др. В зависимости от степени вредности и характера загрязнений очистка сточных вод может производиться каким-либо одним способом или комплексом методов (комбинированный способ). В процессе очистки предусматривают обработку осадка (или избыточной биомассы) и обеззараживание сточных перед сбросом их в водоем.

Механическая очистка

При механической очистке из производственных сточных вод путем *процеживания, отстаивания и фильтрования* удаляется до 90% нерастворимых механических примесей (песок, глинистые частицы, окалину и др.), а из бытовых сточных вод – до 60%. Для этих целей применяют решетки, песколовки, песчаные фильтры, отстойники различных типов. Вещества, плавающие на поверхности сточных вод (нефть, смолы, масла, жиры, полимеры и др.) задерживают *нефте- и маслоловушками* и другого вида уловителями или *выжигают*.

Химические и физико-химические методы очистки наиболее эффективны для очистки производственных сточных вод.

Химические методы очистки

К основным химическим методам очистки сточных вод относят *нейтрализацию, окисление и экстракцию*. В первом случае для нейтрализации кислот и щелочей в сточные воды вводят специальные реагенты (известь, кальцинированную соду, аммиак), во втором

– различные окислители. С их помощью сточные воды освобождаются от токсичных и других компонентов.

Под *экстракцией* понимается использование растворителей для извлечения токсичных веществ из очищаемых стоков. Применяется для очистки от органических соединений. Метод основан на избирательной растворимости органических соединений (не растворяются в воде, но растворяются в орг. растворителях).

Физико-химические методы очистки

Коагуляция – введение в сточные воды коагулянтов (солей аммония, железа, меди, шламовых отходов и пр.) для образования хлопьевидных осадков, которые затем легко удаляются.

Сорбция – способность некоторых веществ (бентонитовые глины, активированный уголь, цеолиты, силикагель, торф и др.) поглощать загрязнение. Методом сорбции можно извлечь из сточных вод ценные растворимые вещества для последующего их использования.

Флотация – пропуск через сточные воды воздуха. Газовые пузырьки захватывают при движении вверх поверхностно-активные вещества, нефть, масла, другие загрязнения и образуют на поверхности воды легко удаляемый пенообразный слой.

Биологический (биохимический) метод очистки

Используются для очистки коммунально-бытовых промстоков целлюлозно-бумажных, нефтеперерабатывающих, пищевых предприятий. Метод основан на способности искусственно вселяемых микроорганизмов (*активный ил*) использовать для своего развития органические и некоторые неорганические соединения, содержащиеся в сточных водах (сероводород, аммиак, нитриты, сульфиды и т.д.).

После осветления сточных вод образуется осадок, который сбрасывается в железобетонных резервуарах (метатенках), а затем удаляется на иловые площадки для подсушивания. Подсушенный остаток обычно используется как удобрение. Однако в последние годы в сточных водах стали обнаруживаться многие вредные вещества (тяжелые металлы и др.), что исключает такой способ утилизации осадков и требует их дальнейшей обработки.

Утилизация твердых отходов

Переработка твердых бытовых отходов (ТБО)

В отечественной и мировой практике наибольшее распространение получили следующие методы переработки ТБО.

Строительство полигонов для захоронения и частичной переработки ТБО. Конструктивные схемы допускают высоту такого полигона до 60 м и послойное его загрузку с помощью бульдозеров, для чего устраивают пологий внешний откос. Особое внимание обращают на гидроизоляцию полигонов, чтобы исключить попадание загрязняющих веществ в подземные воды. Срок полного обезвреживания отходов – 50-100 лет. Частичная переработка ТБО на полигонах может осуществляться методом прямого сжигания.

Одним из перспективных методов переработки твердых пищевых отходов является *компостирование* с аэробным окислением органического вещества. Полученный компост используют в сельском хозяйстве, а некомпостируемые бытовые отходы поступают в специальные печи, где их термически разлагают и превращают в разные ценные продукты – например в смолу.

Другой, менее распространенный метод переработки ТБО – *сжигание их на мусоросжигательных заводах*. На этих заводах спекание отходов происходит при температуре 800-850° С. Вторая стадия газовой очистки отсутствует, поэтому в золе отработанных отходов отмечается повышенная концентрация диоксинов. С каждого

кубометра сжигаемых отходов в атмосферу выбрасывается 3 кг ингредиентов (пыль, сажа, газы) и остается 23 кг золы.

Также методами переработки ТБО являются *ферментация* (получение биогаза из животноводческих стоков и др.); *предварительная сортировка*, *утилизация*² и *реутилизация*³ ценных компонентов.

Переработка твердых промышленных отходов (ТПО)

Основным направлением ликвидации и переработки ТПО является *захоронение их на полигонах, утилизация и реутилизация, сжигание*, в частности методом *пиролиза, складирование* в поверхностных хранилищах (шламонакопители, хвостохранилища и др.).

Основные направления *утилизации* ТПО – использование их в качестве сырья, в промышленном и строительном производстве, в дорожном строительстве, для закладки выработанного пространства и для производства удобрений.

Пиролиз – разложение веществ под действием высоких температур без доступа кислорода. В результате образуется смолисто-угольная масса и выделяются газы, которые частично могут быть использованы как горючее и сырье для химической промышленности.

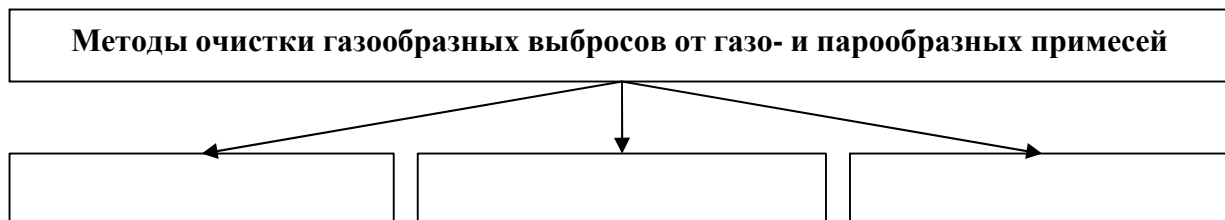
Задание:

1. Изучите теоретический материал.
2. На основании прочитанного заполните таблицу 6.

Таблица 6. Методы очистки газообразных выбросов от пыли

Методы	Аппараты	Размер улавливаемых частиц	Эффективность	Недостатки

3. По данным теоретической части закончите схему, дополнив ее определениями методов очистки газообразных выбросов.



4. На основании данных таблицы 7 постройте график с таким же названием, на котором каждая из трех кривых будет соответствовать определенной высоте трубы. Зная, что ПДКм.р. для SO₂ составляет 0,5 мг/м³, определите, на каком расстоянии от трубы каждой высоты этот норматив оказывается превышенным.

Таблица 7. Концентрация диоксида серы в приземном воздухе в зависимости от высоты трубы и расстояния от нее

Высота трубы	Расстояние от трубы									
	1 км	2 км	3 км	4 км	5 км	6 км	8 км	10 км	12 км	15 км
100 м	2,36	2,75	2,30	1,84	1,50	1,28	0,94	0,74	0,60	0,44
150 м	0,68	1,20	1,38	1,32	1,19	1,08	0,86	0,70	0,58	0,46
200 м	0,22	0,52	0,72	0,83	0,88	0,85	0,74	0,64	0,52	0,40

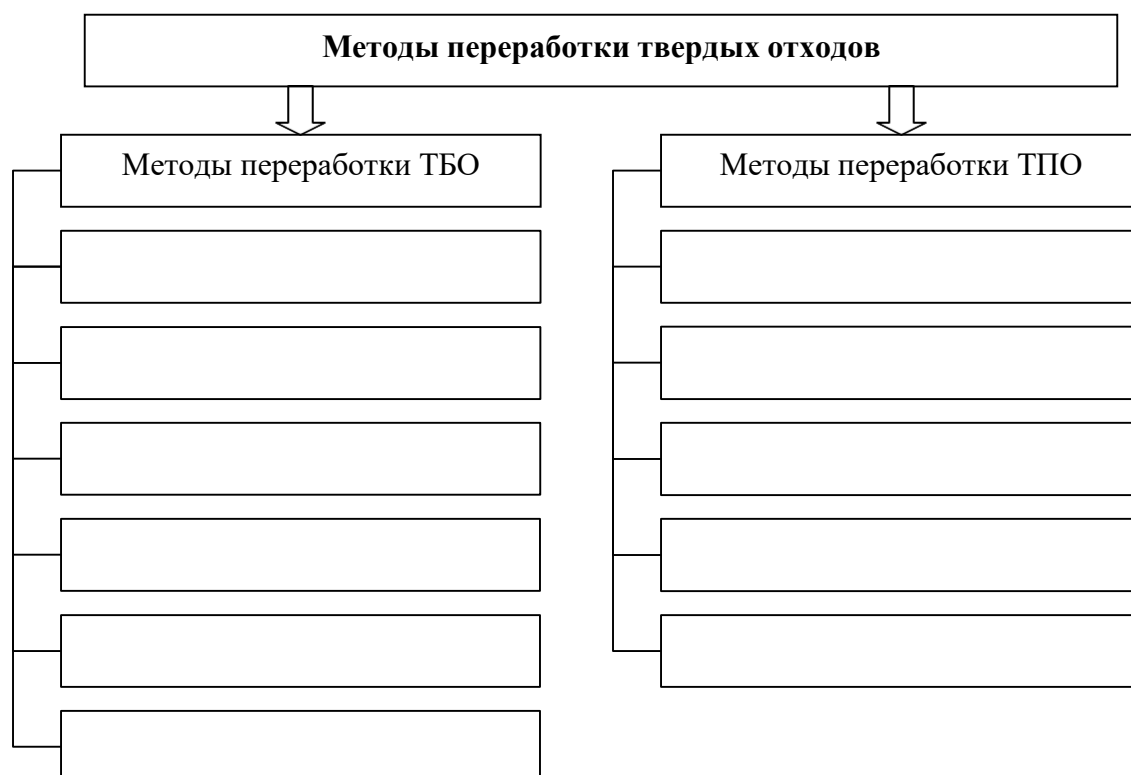
² *Утилизация отходов* – извлечение из них и хозяйственное использование различных полезных компонентов в качестве вторичного сырья, топлива, удобрений и т.п.

³ *Реутилизация* – повторная, иногда многократно-последовательная переработка образовавшихся ранее отходов.

5. По данным теоретической части закончите схему, дополнив ее определениями методов очистки сточных вод.



6. По данным теоретической части закончите схему, дополнив ее определениями понятий «утилизация», «реутилизация», «пиролиз».



7. Сделайте вывод о том, от чего зависит выбор метода утилизации газовых выбросов, стоков, твердых отходов.

Контрольные вопросы:

1. Что понимают под экологизацией производственных процессов?
2. Какие методы применяются для очистки выбросов от аэрозолей? В чем преимущества и недостатки каждого из методов?
3. Какие методы применяются для очистки выбросов от газо- и парообразных примесей? В чем сущность каждого из методов?
4. Почему используется метод рассеивания газовых примесей в атмосфере? Каким образом он осуществляется?
5. С помощью каких методов осуществляется механическая очистка сточных вод?
6. Перечислите химические методы очистки сточных вод. В чем их сущность?
7. Перечислите физико-химические методы очистки сточных вод. В чем их сущность?
8. В чем сущность биологического метода очистки сточных вод?
9. Перечислите методы переработки твердых бытовых отходов. Что такое утилизация и реутилизация отходов?
10. Перечислите методы переработки твердых промышленных отходов. В чем их сущность?

Литература:

1. Арустамов Э.А., Баркалова Н.В., Левакова И.В. Экологические основы природопользования: Учебник. – 3-е изд., перераб. и доп./ Рук. авт. колл. Э.А. Арустамов. – М.: Изд.-торговая корпорация «Дашко и Ко», 2006. с. 64-76
2. Зверев А.Т. Экология. Практикум. 10-11 кл. Учебное пособие для общеобразовательных учреждений / А.Т. Зверев. Отв. Ред. Ю.Б. Королев. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век», 2004. с. 121-122
3. Коробкин В.И. Экология: учебник для вузов / В.И. Коробкин, Л.В. Передельский. – Изд. 16-е, дополн. и перераб. – Ростов н/Д: Феникс, 2010. с. 451-471, 500-509

Практическая работа №3

Тема: Экологический риск. Экологическая безопасность. Выявление причин возникновения экологических аварий и катастроф.

Цель: изучить понятие экологического риска, правовые основы и приоритетные направления в области обеспечения экологической безопасности, научиться анализировать причины возникновения экологических аварий и катастроф.

Общие сведения:

Экологический риск – вероятность деградации окружающей природной среды или перехода ее в неустойчивое состояние в результате текущей или планируемой хозяйственной деятельности.

Источниками экологического риска могут являться:

- *природные стихийные явления* (землетрясения, наводнения и др.);
- *живая природа* (эпидемии, эпизоотии, эпифитотии);
- *антропогенный фактор*.

Экологический риск – это вероятность разрушения круговорота жизни вследствие деятельности человеческого общества, ошибок в деятельности людей. Стремясь к улучшению, человек часто добивается противоположного эффекта, так как улучшает подсистему, не учитывая возможностей всей системы.

Экологический риск возрастает при эксплуатации технических сооружений и коммуникаций.

Техногенная экологическая катастрофа – это авария технического устройства, приводящая к весьма неблагоприятным изменениям в окружающей среде и, как правило, массовой гибели живых организмов и экономическому ущербу.

Аварии и катастрофы возникают внезапно, имеют локальный характер, в то же время экологические последствия их могут распространяться на весьма значительные расстояния.

Как показывает опыт, техногенные экологические катастрофы возможны даже в странах с высокими технологическими стандартами и возникновение их обусловлено комплексом различных *причин*: нарушением техники безопасности, ошибками людей либо их бездействием, различными поломками, влиянием стихийных бедствий и т.д. Статистика показывает, что на территории России каждый день происходят крупные разрывы трубопроводов, раз в неделю – железнодорожные аварии, раз в месяц – крупные аварии в промышленности. Считается, что человеческими ошибками обусловлено 45% экстремальных ситуаций на АЭС, 60% авиакатастроф, 80% морских катастроф.

Наибольшую экологическую опасность представляют катастрофы на радиационных объектах (атомные электростанции, предприятия по переработке ядерного топлива, урановые рудники и др.), химических предприятиях, нефте- и газопроводах, транспортных системах (морской и железнодорожный транспорт и др.), плотинах водохранилищ и т.д.

Экологическая безопасность – состояние защищенности природной среды и жизненно важных интересов человека от возможного негативного воздействия хозяйственной или иной деятельности, чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера, их последствий.

Система экологической безопасности – совокупность законодательных, технических, управленческих, медицинских и биологических мероприятий, направленных на обеспечение устойчивого развития.

Обеспечение экологической безопасности следует рассматривать в неразрывной связи с правом каждого на благоприятную окружающую среду, достоверную информацию о ее состоянии и на возмещение ущерба, причиненного здоровью или имуществу экологическим правонарушением (ст. 42 *Конституции РФ*), а также с обязанностью сохранять природу и окружающую среду, бережно относиться к природным богатствам.

Экологическая безопасность достигается системой мероприятий (прогнозирование, планирование, управление и пр.), обеспечивающих минимальный уровень неблагоприятных воздействий на человека и природу при сохранении достаточных темпов развития промышленности, коммуникаций, сельского хозяйства.

С учетом положений *Указа Президента РФ от 4 февраля 1994 № 236 «О государственной стратегии Российской Федерации по охране окружающей среды и обеспечению устойчивого развития»⁴* к числу приоритетных направлений в области обеспечения экологической безопасности относятся:

- экологически обоснованное размещение производительных сил;
- экологически безопасное развитие промышленности, энергетики, транспорта, коммунального и сельского хозяйства;
- борьба с загрязнением природной среды за счет повышения степени безопасности технологий, связанных с захоронением и утилизацией токсичных промышленных и бытовых отходов;
- борьба с радиоактивным загрязнением;
- создание экологически чистых технологий;
- неистощительное использование возобновимых природных ресурсов;
- рациональное использование возобновимых природных ресурсов;
- расширенное использование вторичных ресурсов, утилизация, обезвреживание и захоронение отходов;
- совершенствование управления в области охраны окружающей среды, природопользования, предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций.

Современное состояние экологического законодательства характеризуется наличием довольно широкого круга федеральных законов прямого действия, регулирующих отношения по обеспечению экологической безопасности и образующих юридическую основу перечисленных выше направлений деятельности в области обеспечения экологической безопасности, на базе и согласно которым субъекты Российской Федерации будут развивать свое законодательство.

Основополагающим законом в области обеспечения экологической безопасности является *ФЗ «Об охране окружающей среды»* от 12 января 2002 г. *ФЗ «О санитарно-эпидемиологическом благополучии населения»* от 30 марта 1999 г. № 52-ФЗ определяет общие требования по обеспечению санитарно-эпидемиологического благополучия населения, в том числе и при осуществлении хозяйственной или иной деятельности, представляющей угрозу экологической безопасности. Значимым Законом, регулирующим отношения в области обеспечения экологической безопасности, является *ФЗ «Об экологической экспертизе»* от 23 ноября 1995 г. № 174-ФЗ.

В *ФЗ «Об использовании атомной энергии»* от 21 ноября 1995 г. № 170-ФЗ определены жесткие требования по обеспечению безопасности при использовании атомной энергии; повышенные требования к должностным лицам и персоналу ядерных объектов. Также в 1995 г. был принят федеральный закон *«О радиационной безопасности*

⁴ *Концепция устойчивого развития* предусматривает обеспечение сбалансированного решения социально-экономических задач и проблем сохранения благоприятной окружающей среды и природно-ресурсного потенциала в целях удовлетворения потребностей нынешнего и будущего поколений людей. Появилась в результате объединения трех основных точек зрения: экономической, социальной и экологической.

населения» от 9 января 1996 г. № 3-ФЗ, который определяет правовые основы обеспечения радиационной безопасности населения в целях охраны его здоровья.

ФЗ «О защите населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» от 21 декабря 1994 г. № 68-ФЗ обозначает комплекс мероприятий, проводимых заблаговременно на аварийно-опасных предприятиях и направленных на максимально возможное уменьшение риска возникновения чрезвычайных ситуаций.

ФЗ «О промышленной безопасности опасных производственных объектов» от 21 июля 1997 г. № 116-ФЗ направлен на предупреждение аварий на опасных производственных объектах, перечень которых приводится в приложениях к Закону. В соответствии с Законом требования промышленной безопасности должны соответствовать нормам экологической безопасности.

ФЗ «О безопасном обращении с пестицидами и агрохимикатами» от 19 июля 1997 г. № 109-ФЗ устанавливает правовые основы обеспечения безопасного обращения с пестицидами, в том числе с их действующими веществами, а также с агрохимикатами в целях охраны здоровья людей и окружающей природной среды.

Целью принятия ФЗ «Об отходах производства и потребления» от 24 июня 1998 г. № 89-ФЗ является предотвращение вредного воздействия отходов производства и потребления на здоровье человека и окружающую природную среду.

Нормы, регулирующие отношения в области обеспечения экологической безопасности, содержатся также в *Водном кодексе РФ* от 18 октября 1995 г., в *ФЗ «О недрах»* от 3 марта 1995 г., *«О континентальном шельфе РФ»* от 30 ноября 1995 г., *«Об охране атмосферного воздуха»* от 4 мая 1999 г., в *Лесном кодексе РФ* от 29 января 1997 г. и других законах.

Задание:

1. Изучите теоретический материал. Выпишите определение понятия «экологический риск», перечислите его возможные источники.
2. Выпишите определение понятия «техногенная экологическая катастрофа». В учебнике (Л.3, с.404, 408) прочитайте материал о наиболее значительных техногенных катастрофах. На основании прочитанного заполните таблицу 8.

Таблица 8. Крупнейшие техногенные экологические катастрофы и их причины

Объекты	Примеры экологических катастроф	Последствия катастрофы	Причины катастрофы
Радиационные объекты			
Химические объекты			
Транспортные системы			
Нефте- и газопроводы			

3. Выпишите определения понятий «экологическая безопасность», «система экологической безопасности».
4. Составьте перечень документов, обеспечивающих правовые основы экологической безопасности в РФ.
5. Выпишите определение понятия «Концепция устойчивого развития».
6. Сделайте вывод о наиболее распространенных причинах экологических аварий и катастроф, способах достижения экологической безопасности.

Контрольные вопросы:

1. Что такое экологический риск? Каковы его возможные источники?
2. Что такое техногенная экологическая катастрофа? Перечислите возможные причины экологических катастроф.
3. Что такое экологическая безопасность? С помощью чего она достигается?
4. Перечислите основные документы, создающие правовую основу экологической безопасности.
5. Перечислите приоритетные направления в области обеспечения экологической безопасности.
6. Что понимается под концепцией устойчивого развития?

Литература:

1. Арустамов Э.А., Баркалова Н.В., Левакова И.В. Экологические основы природопользования: Учебник. – 3-е изд., перераб. и доп./ Рук. авт. колл. Э.А. Арустамов. – М.: Изд.-торговая корпорация «Дашко и Ко», 2006. с. 167-169
2. Гальперин М.В. Экологические основы природопользования: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2002. с. 233-234
3. Коробкин В.И. Экология: учебник для вузов / В.И. Коробкин, Л.В. Передельский. – Изд. 16-е, дополн. и перераб. – Ростов н/Д: Феникс, 2010. с. 403-408, 529-531

Практическая работа №4

Тема: Экологический мониторинг. Оценка состояния окружающей среды на производственном объекте.

Цель: изучить понятие экологического мониторинга, его задачи, виды, принципы и методы; научиться оценивать состояние экологии окружающей среды на производственном объекте.

Общие сведения:

Экологический мониторинг – это система регулярных наблюдений за изменениями в биосфере под влиянием человеческой деятельности.

В своей работе система мониторинга опирается на инфраструктуру гидрометеорологических служб, прежде всего, на Всемирную службу погоды Всемирной метеорологической организации. В 1974 году была создана Глобальная система мониторинга окружающей среды (ГСМОС).

Функции экологического мониторинга:

1. Выявление факторов, воздействующих на природную среду, оценка их интенсивности и определение источников;
2. Оценка фактического состояния природной среды;
3. Прогноз изменений в природной среде.

Виды экологического мониторинга:

По масштабам обобщения информации различают:

Глобальный мониторинг – слежение за мировыми процессами и явлениями в биосфере и осуществление прогноза возможных изменений.

Региональный мониторинг – охватывающий отдельные регионы, в которых наблюдаются процессы и явления, отличающихся от естественных по природному характеру или из-за антропогенного воздействия.

Импактный мониторинг проводится в особо опасных зонах, непосредственно примыкающих к источникам загрязняющих веществ.

По объектам наблюдения выделяются:

Мониторинг отдельных компонентов окружающей среды (почвы, воды, воздуха).

Биологический мониторинг (флоры, фауны).

Базовый мониторинг – слежение за состоянием природных систем, на которые практически не накладываются региональные антропогенные воздействия (биосферные заповедники).

Принципы экологического мониторинга:

1. **Комплексность**, предусматривающая согласованную программу всех работ с различными объектами и природными средами.
2. **Синхронность** всех систем наблюдений и согласованность сроков проведения наблюдений по сезонам и в связи с характерными гидро- и метеоусловиями.

Оценка состояния окружающей среды на производственном объекте производится в соответствии с Практическим пособием к СП 11-101-95 по разработке раздела «Оценка воздействия на окружающую среду».

Задание:

1. Изучите теоретический материал. Выпишите определение понятия «экологический мониторинг».
2. Выпишите функции экологического мониторинга.
3. Выпишите виды экологического мониторинга. Дайте определение каждому виду.
4. В учебнике (Л.2, с.236-238) прочитайте материал о методах экологического мониторинга. Выпишите эти методы, дайте их краткую характеристику.
5. Изучите таблицу 1 «Практического пособия к СП 11-101-95 по разработке раздела «Оценка воздействия на окружающую среду». Выпишите, по каким показателям осуществляется:
 - а) оценка существующего состояния компонентов окружающей среды района размещения проектируемого объекта;
 - б) оценка воздействия объекта на окружающую среду.
6. Сделайте вывод о том, какие компоненты включает в себя оценка состояния окружающей среды на производственном объекте.

Контрольные вопросы:

1. Что такое экологический мониторинг?
2. На какие организации опирается в своей работе система мониторинга?
3. Перечислите функции экологического мониторинга.
4. Перечислите виды мониторинга по масштабам обобщения информации.
5. Перечислите виды мониторинга по объектам наблюдения.
6. Перечислите методы проведения экологического мониторинга.
7. Назовите принципы экологического мониторинга.
8. Каким образом производится оценка состояния окружающей среды на производственном объекте?

Литература:

1. Арустамов Э.А., Баркалова Н.В., Левакова И.В. Экологические основы природопользования: Учебник. – 3-е изд., перераб. и доп./ Рук. авт. колл. Э.А. Арустамов. – М.: Изд.-торговая корпорация «Дашко и Ко», 2006. с. 169-179
2. Гальперин М.В. Экологические основы природопользования: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2002. с. 234-238
3. Коробкин В.И. Экология: учебник для вузов / В.И. Коробкин, Л.В. Передельский. – Изд. 16-е, дополн. и перераб. – Ростов н/Д: Феникс, 2010. с. 531-536
4. Практическое пособие к СП 11-101-95 по разработке раздела «Оценка воздействия на окружающую среду».

ГОССТРОЙ РОССИИ

**Государственное предприятие Центр научно-методического обеспечения
инженерного сопровождения инвестиций в строительстве (ТП
“ЦЕНТРИНВЕСТпроект”)**

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

к СП 11-101-95 по разработке раздела

"Оценка воздействия на окружающую среду"

при обосновании инвестиций в строительство предприятий, зданий и сооружений

Москва 1998 г.

Таблица 1

**Основное содержание и примерный перечень показателей, определяемых при
разработке обоснования инвестиций**

Наименование подраздела	Краткое содержание подразделов и перечень определяемых показателей	Источник информации
1	2	3
Оценка существующего состояния компонентов окружающей среды района размещения проектируемого объекта	В разделе определяются климатические характеристики района строительства, гидрологические параметры водных объектов, которые будут использоваться для водоснабжения и водоотведения проектируемого объекта, состояние территории, геологической среды, растительности и животного мира, характер сельскохозяйственного использования земель района, уровень существующего загрязнения компонентов среды различными веществами и т.п.	
	Для оценки существующего состояния окружающей среды района размещения проектируемого объекта определяют следующие показатели:	
	<i>а) состояние воздушного бассейна:</i> - климатические характеристики (температура воздуха, осадки, ветровой режим и т.п.); - аэроклиматические характеристики (приземные и приподнятые температурные инверсии и их параметры); - комплексные характеристики и синоптические ситуации, обуславливающие формирование повышенных уровней загрязнения атмосферы; - характеристики уровня загрязнения атмосферы.	Климатические справочники, данные местных метеостанций Росгидромета
	<i>б) состояние водной среды:</i> - гидрологические характеристики поверхностных водных объектов и гидрохимические характеристики их вод; - уровень загрязнения поверхностных вод и перечень основных загрязняющих веществ в водах рек и водоемов; - размеры водоохранных зон рек и водоемов в районе строительства; - требования и ограничения к строительству объектов различного назначения в водоохранных зонах; - требования органов по охране рыбных запасов к водопользователям водных объектов, имеющих рыбохозяйственное значение;	Гидрологические справочники, данные Росгидромета, водного надзора бассейновых управлений
	- гидрогеологические характеристики подземных вод территорий (запасы, химический состав, температурный режим, условия залегания водоносных горизонтов и водоупорных пластов);	Органы Роскомрыболовства
	- уровень существующего загрязнения подземных вод, перечень загрязняющих веществ и источники загрязнения.	Территориальные органы МПР России
	<i>в) состояние территории и геологической среды:</i> - инженерно-геологические условия; - гидрогеологические условия;	Территориальные органы МПР России.
	- характеристика опасных экзогенных процессов (оползней, карста, обвалов, суффозии и т.п.); - почвенные условия территории (картограммы мощности почв с указанием ареалов их залегания и уровня техногенного загрязнения); - характер землепользования района строительства (распределение земель в районе по категориям и землепользователям, наличие и	Материалы местной администрации по земельным ресурсам и землеустройству
		--

Воздействие объекта на окружающую среду	площади мелиорированных, орошаемых и осушенных угодий, земель природоохранного, рекреационного, историко-культурного и другого назначения);	
	- наличие и размеры нарушенных, деградированных или бросовых земель (формы нарушения)	-"-
	г) <i>характеристики растительности и животного мира:</i> - площади, занимаемые лесами, кустарниками, лугами, болотами, неудобьями; - типы лесов, кустарников, путовой и травянистой растительности; - редкие и реликтовые виды растительности, деревьев, занесенные в Красную книгу, в районе; - площади лесонасаждений, садов, парков, заказников, растительных памятников природы района; - техногенное поражение растительности в районе; - видовой состав диких животных, птиц, ихтиофауны; - пути миграции диких животных и птиц; - редкие и исчезающие виды животных, птиц, рыб, внесенных в Красную книгу; - численность и ареалы обитания по видам животного мира;	Территориальные органы Роскомзема и Рослесхоза, Специализированные организации РАН
	- рыбохозяйственные водные объекты и места нереста (нагула) ценных промысловых рыб	Органы Роскомрыболовства
	д) <i>сельскохозяйственное использование территории района:</i> - характер существующего сельскохозяйственного использования земель; - состояние сельскохозяйственного производства хозяйств с указанием площади сельхозугодий, урожайности с/х культур, поголовья скота и птицы, валового производства сельхозпродукции; - сведения о наличии объектов производственного, жилищного и культурно-бытового назначения сельскохозяйственных предприятий, затрагиваемых проектируемым объектом	Органы местной администрации по сельскому хозяйству. Территориальные органы Роскомзема
	а) <i>характеристика проектируемого объекта</i> Характеристика гражданских объектов должна содержать: площадь застраиваемой территории, проектируемое число жителей, параметры жилого фонда, уровень его благоустройства и т.п.; для промышленного объекта — наименование производств и технологических процессов, производственные параметры, объемы потребления электроэнергии, тепла, воды, сырья, полуфабрикатов и других видов ресурсов, сведения о воздействии объекта на атмосферу, территорию, геологическую среду, поверхностные и подземные воды.	
	Общие сведения о проектируемом промышленном объекте должны содержать:	
	- наименование и местоположение предприятия; - наименование и почтовый адрес генпроектировщика, телефон, телефакс; - виды выпускаемой продукции; - производственную мощность предприятия; - потребности объекта в энергоресурсах, сырье и полуфабрикатах; - численность работающих; - начало строительства и эксплуатации; - общую стоимость строительства и стоимость основных производственных фондов;	Декларация о намерениях, подготовленная заказчиком (инвестором)
	б) для оценки влияния проектируемого объекта на состояние окружающей среды должны быть определены:	
	- объем выбросов в атмосферу, виды загрязняющих веществ, их количество, источники и уровень загрязнения воздуха;	Объекты - аналоги
	- режим водопотребления и водоотведения объекта, количество сбрасываемых сточных вод, их состав и концентрацию, способы и степень очистки, условия сброса в водные объекты;	-"-
	- виды и количество отходов, класс их опасности, способы складирования и утилизации;	-"-
	- воздействие объекта при аварийных ситуациях;	-"-
	- площадь отчуждения земель, количество земель, изымаемых у различных землепользователей, параметры нарушения рельефа, степень загрязнения прилегающих земель, воздействие на сельскохозяйственное производство и т.п.;	Результаты рекогносцировочного обследования, акт выбора земельного участка
	- воздействие объекта на растительность и животный мир;	Объекты - аналоги
	- воздействие объекта на социальные условия жизни населения.	-"-

Практическая работа №5

Тема: Экологический контроль. Экологическая экспертиза. Определение экологической пригодности выпускаемой продукции.

Цель: изучить принципы и методы экологического контроля, понятие, виды и принципы проведения экологической экспертизы; сформировать умение определять экологическую пригодность выпускаемой продукции.

Общие сведения:

Экологический контроль – совокупность мероприятий по наблюдению за состоянием ОПС и его изменениями, а также проверке выполнения экологических требований всеми предприятиями, организациями, должностными лицами и гражданами.

Объектами экологического контроля являются:

- окружающая среда (земля, недра, леса, животный мир, атмосферный воздух, природно-заповедный фонд, континентальный шельф, ОПС в целом);
- деятельность органов государственной власти, предприятий, организаций, должностных лиц и граждан по соблюдению экологических правил и нормативов.

Система экологического контроля состоит из экологического мониторинга, государственного, производственного, муниципального и общественного контроля.

Государственный экологический контроль осуществляют государственный органы общей и специальной компетенции, особое место среди которых занимают природоохранные инспекции – санитарная, охотничья, лесная и т.д.

Данная форма контроля осуществляется *государственными инспекторами* с помощью следующих **методов**:

- посещение с целью проверки организаций, объектов хозяйственной и иной деятельности;
- проверка соблюдения нормативов в области охраны ОПС, работы очистных сооружений, средств контроля, а также выполнения планов и мероприятий по охране ОПС;
- проверка соблюдения требований, норм и правил в области охраны ОПС при размещении, эксплуатации и выводе из эксплуатации производственных и других объектов;
- назначение государственной экологической экспертизы, проверка выполнения требований, указанных в ее заключении;
- наложение административных штрафов за нарушение природоохранного законодательства;
- предъявление исков о возмещение вреда, причиненного природной среде;
- выдача разрешений на природопользование, установление нормативов выбросов, сбросов вредных веществ.

Производственный экологический контроль – контроль предприятия за своей деятельностью в области природопользования.

Общественный экологический контроль – контроль выполнения требований законодательства об охране ОПС со стороны профсоюзов, общественных объединений, трудовых коллективов и отдельных граждан.

Муниципальный экологический контроль – контроль, осуществляемый органами местного самоуправления в границах муниципальных образований.

Правовой механизм управления природопользованием и охраной ОПС включает в себя такую важную форму экологического контроля, как экспертиза.

Экологическая экспертиза – это предварительная проверка специальной комиссией представленных материалов для оценки соответствия намечаемой хозяйственной деятельности экологическим требованиям, установленным техническим

регламентам и законодательству в области охраны ОПС в целях предотвращения негативного воздействия такой деятельности на окружающую среду.

ФЗ «Об экологической экспертизе» различает **2 вида экологической экспертизы**: государственная экологическая экспертиза и общественная экологическая экспертиза.

Проведение **государственной экологической экспертизы** обязательно для всех планируемых объектов и проводится экспертной комиссией, которая формируется федеральным органом исполнительной власти в области экологической экспертизы.

Общественная экологическая экспертиза организуется и проводится по инициативе граждан и общественных организаций (объединений), а также по инициативе органов местного самоуправления общественными организациями (объединениями).

Принципы проведения экологической экспертизы (статья 3 ФЗ «Об экологической экспертизе»):

- *презумпция потенциальной экологической опасности* любой намечаемой хозяйственной и иной деятельности;
- *обязательность проведения* государственной экологической экспертизы до принятия решений реализации объекта экологической экспертизы;
- *комплексность оценки* воздействия на окружающую природную среду хозяйственной и иной деятельности и его последствий;
- *обязательность учёта требований экологической безопасности* при проведении экологической экспертизы;
- *достоверность и полнота информации*, представляемой на экологическую экспертизу;
- *независимость экспертов* экологической экспертизы при осуществлении ими своих полномочий в области экологической экспертизы;
- *научная обоснованность, объективность и законность заключений* экологической экспертизы;
- *гласность, участие общественных организаций (объединений)*, учёт общественного мнения;
- *ответственность участников* экологической экспертизы и *заинтересованных лиц* за организацию, качество, проведение экологической экспертизы.

Определение экологической пригодности выпускаемой продукции

Стандартом ИСО 8402-86 «Качество. Словарь» предусмотрено 10 групп показателей качества. Это показатели назначения, надежности, технологичности, унификации, патентно-правовые, эргономические, эстетические, транспортабельности, безопасности, экологические.

Экологические показатели характеризуют уровень вредных воздействий на окружающую среду, возникающих при эксплуатации или потреблении продукции. Продукция будет считаться экологически пригодной, если экологические показатели ее качества будут соответствовать действующим нормативам.

Методы определения экологических показателей качества продукции:

- *Измерительный метод* основан на информации, полученной с помощью технических средств измерения: весов, линеек, термометров, манометров и других приборов и измерительных устройств. Этот метод позволяет получить объективную информацию о значении показателя качества.
- *Регистрационный метод* основан на обнаружении и регистрации количества событий или предметов. При использовании этого метода не используют средства измерений, однако допускается использование усиливающих и регистрирующих приборов (микроскоп, автоматический счетчик, магнитофон и др.). Этот метод также позволяет получить объективную информацию о значении показателя.
- *Расчетный метод* предусматривает определение показателей качества расчетом с помощью теоретических или эмпирических зависимостей. Эти методом пользуются при проектировании продукции, когда она еще не может быть объектом испытаний.

Для определения экологической пригодности технологического оборудования, используемого при эксплуатации газонефтепроводов и газонефтехранилищ, оценивают показатели вибрации и шума, создаваемого этим оборудованием. Также оценивается герметичность элементов запорной арматуры для предотвращения утечек перекачиваемого продукта во внешнюю среду. Для проведения диагностических контролей используется виброаппаратура с возможностью измерения спектральных показателей вибрации и шумомеры с возможностью измерения октавных составляющих.

Задание:

1. Изучите теоретический материал. Выпишите определение понятия «экологический контроль».
2. Составьте схему, отражающую систему экологического контроля, с определениями видов контроля.
3. Перечислите методы государственного экологического контроля.
4. Выпишите определение экологической экспертизы. Составьте схему, отражающую виды экологической экспертизы и их обязательность.
5. Перечислите принципы проведения экологической экспертизы.
6. Выпишите, что характеризуют экологические показатели качества продукции. Перечислите и дайте определение методов определения экологических показателей.

Контрольные вопросы:

1. Что такое экологический контроль?
2. Что является объектами экологического контроля?
3. Что включает в себя система экологического контроля?
4. Что такое экологическая экспертиза?
5. В каких случаях проводится государственная и общественная экологическая экспертиза?
6. Каковы принципы проведения экологической экспертизы?
7. Какими методами оценивается экологическое качество выпускаемой продукции?
8. По каким показателям оценивается экологическая пригодность технологического оборудования, используемого при эксплуатации газонефтепроводов и газонефтехранилищ?

Литература:

1. Арустамов Э.А., Баркалова Н.В., Левакова И.В. Экологические основы природопользования: Учебник. – 3-е изд., перераб. и доп./ Рук. авт. колл. Э.А. Арустамов. – М.: Изд.-торговая корпорация «Дашко и Ко», 2006. с. 250-255
2. Коробкин В.И. Экология: учебник для вузов / В.И. Коробкин, Л.В. Передельский. – Изд. 16-е, дополн. и перераб. – Ростов н/Д: Феникс, 2010.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Невинномысский технологический институт (филиал) СКФУ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Механика»
для студентов очной/ очно-заочной форм обучения направления подготовки
15.03.02 Технологические машины и оборудование

Невинномысск 2025

Методические указания разработаны в соответствии с требованиями ФГОС ВО и рабочей программы дисциплины «Механика». Указания предназначены для студентов очной / очно-заочной форм обучения, направления подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование

Составители

Дзамыхов А.Х.

МЕХАНИКА

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ И ОБЪЕМОВ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРАВИЛЬНОЙ ФОРМЫ

Приборы и принадлежности: штангенциркуль, микрометр, масштабная линейка, набор тел правильной формы.

Цель работы – ознакомление с основными положениями теории погрешностей, статистической обработкой результатов измерений, а также правилами и приемами измерений линейных и угловых величин.

Краткая теория. Для определения линейных размеров тел применяются самые различные измерительные приборы, выбор которых определяется необходимой точностью и условиями эксперимента. Наиболее простым из них является масштабная линейка с миллиметровыми делениями. Цена деления масштабной линейки 1 мм. При измерениях такой линейкой максимальная погрешность не превосходит половины цены деления, т.е. 0,5 мм.

Если необходимо произвести измерения с большой точностью, пользуются приборами, снабженными нониусами. *Нониусом* называется дополнительная шкала к обычному масштабу, позволяющая повысить точность измерений в 10-20 раз. Линейный нониус пред-

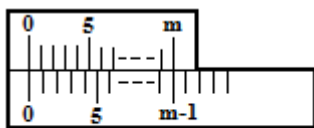


Рис. 1

ставляет собой небольшую шкалу, скользящую вдоль основной шкалы. Деления на нониусе наносятся так, чтобы длина m делений нониуса была равна длине $m-1$ делений основной шкалы (рис. 1). Если число делений нониусной шкалы m , а цена деления основной шкалы y , тогда

$$x \cdot m = (m - 1)y, \quad (1)$$

где x – цена деления нониуса.

Величина, определяемая разностью

$$y - x = \frac{y}{m}, \quad (2)$$

называется *точностью нониуса*. Точность нониуса равна отноше-

нию цены деления основной шкалы к числу делений нониуса. Она определяет максимальную погрешность нониуса. При достаточно мелких делениях основной шкалы (масштаба) деления нониуса делают более крупными, например

$$x_1 = 2y - y/m. \quad (3)$$

Рассмотрим процесс измерения размеров тел при помощи линейного нониуса. Пусть l – измеряемый отрезок (рис. 2). Совместим с началом отрезка нулевое деление основной шкалы. Пусть при этом конец отрезка окажется между N и $(N + 1)$ - м делением основной шкалы. Приложим к концу отрезка l нониус так, чтобы ноль нониуса совпал с концом этого отрезка. Так как деления нониуса не равны делениям основной шкалы, то на нем обязательно найдется такое деление n , которое будет ближе всего подходить к $(N + n)$ - му делению основной шкалы. Следовательно,

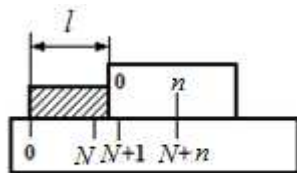


Рис. 2

$$l = Ny + n \frac{y}{m}. \quad (4)$$

Длина отрезка, измеряемого при помощи нониуса, складывается из числа целых делений основной шкалы и произведения точности нониуса на номер деления нониуса, совпадающего с некоторым делением основной шкалы. Нониусами снабжаются штангенциркули, теодолиты, гониометры и т.д.

Штангенциркуль (рис. 3) служит для линейных измерений, не требующих высокой точности, и состоит из линейки с миллиметровым делением, вдоль которой может перемещаться подвижная рамка 1. На подвижной рамке нанесен линейный нониус с числом делений m (обычно 10 или 20). При измерении предмет зажимается между губками 2 с помощью подвижной рамки 1. После этого отсчитывают по основной шкале число полных делений N до нулевой отметки нониуса и узнают номер деления нониуса n , совпадающего с каким-нибудь делением основной шкалы. Тогда линейный размер предмета l можно найти по формуле (4). Погрешность штангенциркуля равна точности нониуса (иногда принимают погрешность, равную половине точности нониуса). Точность но-

ниуса обычно указывается на приборе (обычно 0,1 - 0,05 мм). Примеры отсчета показаний штангенциркуля с ценой деления 0,1 и

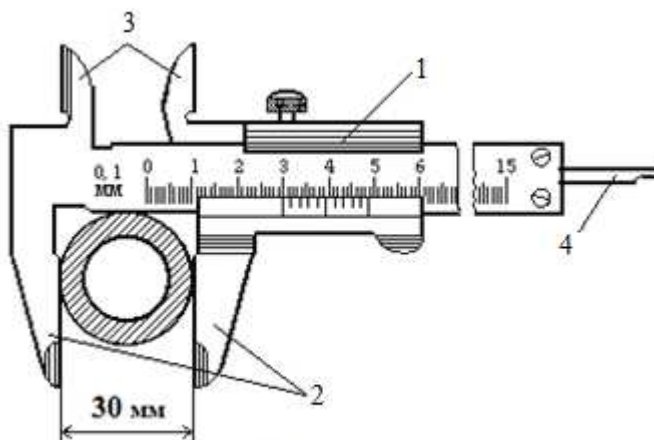
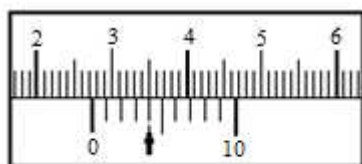


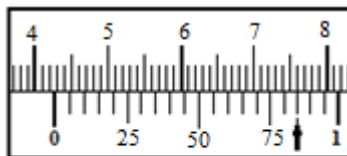
Рис. 3

0,05 мм показаны на рис. 4 и 5. Стрелкой указаны штрихи нониуса, совпадающие с делениями основной шкалы (4-й и 17-й). Результаты измерений соответственно равны 27,4 и 42,85 мм.



$x = 27,4 \text{ мм}$

Рис. 4



42,85 мм

Рис. 5

Микрометр. Для более точных измерений применяют микрометрические винты с малым и очень точно выдержанным шагом. Такие винты применяются в микрометрах, измерительных микроскопах и т.д. Микрометр (рис. 6) имеет вид тисков, в которых измеряемый предмет зажимается с помощью винта. На стержне винта 3 укреплен барабан 1 с нанесенной на нем шкалой. Основным источником ошибок при измерении микрометром является неравномерность нажатия винта на измеряемый предмет, поэтому уси-

лие, прикладываемое к винту, должно быть нормировано. Для устранения этого недостатка микрометры снабжены трещоткой 4.

Непосредственное вращение самого барабана 1 при зажиме измеряемой детали не допускается!

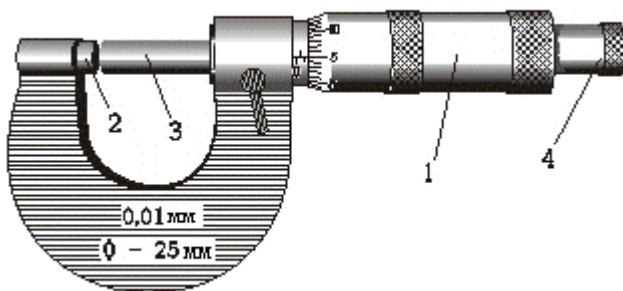


Рис. 6

Отсчетное устройство микрометра состоит из двух шкал - грубой и точной. Грубая линейная шкала нанесена на неподвижный цилиндр и представляет собой двойную шкалу с ценой деления 0,5 мм (рис. 7). Отсчет по этой шкале производится по послед-



Рис. 7

нему делению, не закрытому вращающимся цилиндром (барабаном). На барабане имеется микрометрическая шкала, содержащая обычно 50 делений. Один поворот барабана передвигает измерительный стержень на 0,5 мм, т.е. на одно деление грубой шкалы. Следовательно, цена деления шкалы барабана 0,01 мм. Отсчет по точной шкале производится по делению барабана, совпадающему с продольной риской на неподвижном цилиндре, вдоль которой нанесены деления грубой шкалы.

Перед началом измерений необходимо проверить нулевой отсчет микрометра и при необходимости учитывать эту поправку. При измерении предмет зажимается между упором 2 и стержнем винта 3 с помощью трещотки 4. Отсчет производится следующим образом: по грубой шкале отсчитывается размер предмета с точностью до 0,5 мм. По шкале барабана отсчитываются сотые доли миллиметра. Результат получается суммированием показаний двух шкал. Пример отсчета показаний микрометра с ценой деления 0,01 мм показан на рис. 7. По основной шкале 1 отсчет составляет 2,5 мм, а по шкале барабана – 0,10 мм. Окончательный результат измерения $x = 2,5 + 0,10 = 2,60$ мм.

ИЗМЕРЕНИЯ

Определить объем тела, имеющего форму плоского кольца (рис. 8). Объем цилиндрического кольца можно вычислить по формуле

$$V = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) h \quad (5)$$

где D , d – внешний и внутренний диаметры; h – толщина кольца.

Для измерения D и d следует воспользоваться штангенциркулем. Толщина кольца значительно меньше, чем ее остальные размеры. Для того чтобы все относительные погрешности были одного

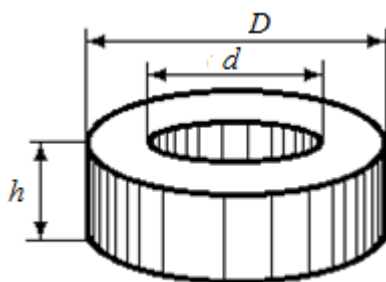


Рис. 8

порядка, измерения толщины следует проводить более точным прибором (микрометром). Перед началом измерений необходимо изучить краткую теорию нониуса, а также правила пользования измерительными инструментами (штангенциркуль, микрометр).

Все измерения проводятся несколько раз (не меньше пяти) в различных местах кольца. Результаты измерений заносят в табл. 1.

Таблица 1

№	D , мм	ΔD , мм	d , мм	Δd , мм	h , мм	Δh , мм
1						
2						
3						
4						
5						
Ср.						

Обработка результатов измерений

Обработка результатов измерений проводится в последовательности, указанной в п. 9 и 10 настоящего пособия (с. 26 –30).

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое доверительный интервал и доверительная вероятность?
2. Как находится абсолютная погрешность прямых измерений?
3. Как вычислить абсолютные и относительные погрешности косвенных измерений?
4. Как оцениваются приборные погрешности?
5. Чему равна погрешность табличных значений?
6. Как устроен линейный нониус, где он применяется и чему равна его точность?

Литература: 2. § П. 3; 4. С. 6; 5. С. 3–18; 6. С. 5–17; 7; 8; 9; 10. § 1–13.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЗАКОНОВ МЕХАНИКИ НА МАШИНЕ АТВУДА

Приборы и принадлежности: машина Атвуда FPM-02; миллисекундомер FPM-15; набор грузов.

Цель работы – экспериментальная проверка законов механики, определение ускорения свободного падения.

Краткая теория. Основные законы механики могут быть проверены на машине Атвуда. Машина Атвуда состоит из вертикаль-

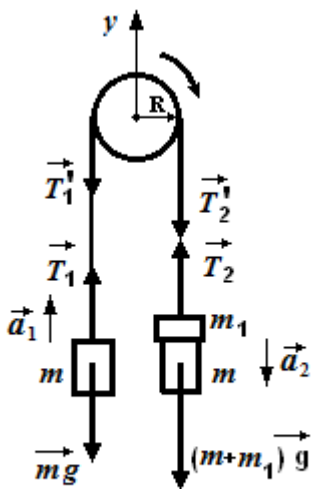


Рис. 1

ной стойки, в верхней части которой установлен легкий неподвижный блок, вращающийся с малым трением. Через блок перекинута тонкая, нерастяжимая и невесомая нить, к концам которой подвешены одинаковые грузы массой m . Если на один из грузов положить перегрузок массой m_1 , то вся система придет в движение. Рассмотрим движение данной системы. На каждый из движущихся грузов действуют две силы: сила тяжести, направленная вниз, и сила натяжения нити, направленная вверх (рис. 1). На основании второго за-

кона Ньютона поступательные движения грузов будут описываться векторными уравнениями

$$\vec{T}_1 + m\vec{g} = m\vec{a}_1 \quad (1)$$

$$\vec{T}_2 + (m + m_1)\vec{g} = (m + m_1)\vec{a}_2. \quad (2)$$

Если нить нерастяжимая, то ускорения грузов будут равны по величине и противоположны по направлению. Тогда проецируя векторные уравнения движения грузов на вертикальную ось Oy , получим

$$T_1 - mg = ma \quad (3)$$

для левого груза и

$$T_2 - (m + m_1)g = -(m + m_1)a \quad (4)$$

для правого груза с перегрузом.

Уравнение движения блока согласно основному закону динамики вращательного движения относительно неподвижной оси

(ось направлена от нас перпендикулярно плоскости рисунка) имеет вид

$$J \cdot \varepsilon = M, \quad (5)$$

где M – суммарный момент внешних сил; J – момент инерции блока; ε – угловое ускорение.

Вращающий момент, приложенный к блоку, равен произведению разности сил натяжения нитей на плечо, равное радиусу блока:

$$M_{\text{вр}} = (T_2' - T_1')R. \quad (6)$$

По третьему закону Ньютона силы $\vec{T}_1'$ и $\vec{T}_2'$, приложенные к ободу блока, по величине равны соответственно силам $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$, но по направлению им противоположны. Тогда суммарный момент M с учетом момента сил трения $M_{\text{тр}}$ будет равен

$$M = T_2 R - T_1 R - M_{\text{тр}}. \quad (7)$$

Если скольжение нити по блоку исключено, то угловое и линейное ускорения связаны уравнением

$$a = \varepsilon \cdot R, \quad (8)$$

где R – радиус блока.

Следовательно, из уравнений (3), (4) и (5) с учетом соотношений (7) и (8) для ускорения грузов получим следующее выражение:

$$a = \frac{m_1 g - \frac{M_{\text{тр}}}{R}}{2m + m_1 + \frac{J}{R^2}}. \quad (9)$$

Если пренебречь моментом инерции блока (масса блока мала) и моментом сил трения, формула (9) примет вид

$$a = \frac{m_1 g}{2m + m_1}. \quad (10)$$

Из формул (9) и (10) видно, что система грузов будет двигаться с постоянным ускорением. Следовательно, на машине Атвуда экспериментально можно проверить законы равноускоренного движения. Однако из-за наличия сил трения и массы блока эта проверка носит приближенный характер.

Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки, называемая машиной Атвуда, представлена на рис. 2.

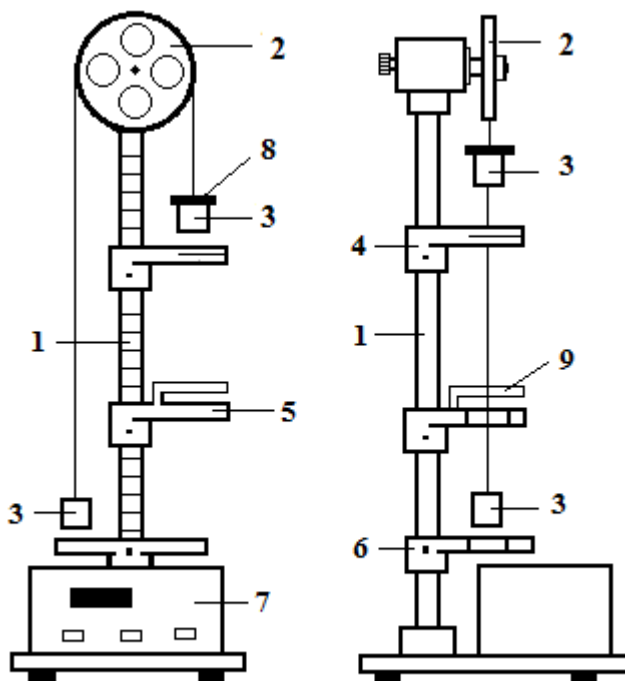


Рис. 2

Машина Атвуда состоит из вертикальной стойки 1 со шкалой, на которой установлены три кронштейна 4, 5 и 6. В верхней части стойки закреплен неподвижный легкий блок 2, вращающийся с малым трением.

Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить с двумя грузами 3 одинаковой массы. Блок имеет фрикционный тормоз, удерживающий систему в исходном положении. Фрикционный тормоз управляется кнопкой ПУСК, находящейся на передней панели миллисекундомера. На кронштейнах 5 и 6 смонтированы фотоэлектрические датчики, которые выдают сигналы начала и окончания счета времени движения системы на миллисекундомер 7. На

кронштейне 5 также смонтировано кольцо 9, предназначенное для снятия перегрузки 8 с правого груза.

Для фиксации начального положения правого груза служит кронштейн 4. Все три кронштейна могут перемещаться вдоль вертикальной стойки и фиксироваться в любом положении.

Погрешность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.

Погрешность измерения высоты не менее 2 мм.

Упражнение 1

Проверка формулы пути

Известно, что при равноускоренном движении путь, пройденный телом за время t

$$h = \frac{at^2}{2}. \quad (11)$$

Следовательно, для одного и того же перегрузка должно соблюдаться приближенное соотношение

$$a = \frac{2h_1}{t_1^2} = \frac{2h_2}{t_2^2} = \dots = \frac{2h_n}{t_n^2}. \quad (12)$$

Таким образом, линейный характер экспериментальной зависимости $h = h(t^2)$ подтверждает выполнение формулы пути (9), а ее угловой коэффициент позволяет найти экспериментальное значение ускорения $a_{\text{эсп}}$.

Порядок выполнения работы

1. Перекинуть через блок нить с грузами и убедиться, что система находится в равновесии.

2. Проверить вертикальность стойки, с тем чтобы при движении правый груз не задевал кольцо и фотоэлектрические датчики. При необходимости выравнить прибор.

3. Нажать клавишу СЕТЬ, расположенную на передней панели миллисекундомера. При этом загораются цифровые индикаторы и

лампочки фотоэлектрических датчиков. Включится фрикционный тормоз, удерживающий систему в исходном состоянии.

4. Положить на правый груз перегрузок малого диаметра, свободно проходящий через кольцо.

5. Закрепить средний кронштейн с фотоэлектрическими датчиками на высоте $h_1 = 45$ см от нижнего кронштейна.

6. Поднять правый груз так, чтобы его нижний торец находился на уровне черты фотоэлектрического датчика, но не закрывал световой луч.

7. Нажать кнопку ПУСК. При этом отключится фрикционный тормоз, и система придет в движение. Записать время ускоренного движения груза t_1 .

8. Нажать кнопку СБРОС, поднять правый груз в первоначальное положение. Отжать клавишу ПУСК. При этом включится фрикционный тормоз, удерживающий систему в исходном состоянии.

9. П. 6–8 проделать не менее пяти раз. Результаты занести в табл. 1.

Таблица 1

h , см	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	t_5 , с	$t_{\text{ср}}$, с	m_1 , г
45							
40							
35							
30							
25							
20							
15							

10. Руководствуясь п. 5–9 проделать аналогичные измерения для других высот h_i .

Обработка результатов измерений

1. Используя данные, приведенные в табл. 1, построить график зависимости $h = h(t^2)$. Проверить ее прямолинейность.
2. Вычислить по графику угловой коэффициент

$$k_1 = \frac{\Delta h}{\Delta(t^2)} = \frac{h_2 - h_1}{t_2^2 - t_1^2}. \quad (13)$$

3. Вычислить экспериментальное значение ускорения

$$a_{\text{эксп}} = 2k_1. \quad (14)$$

4. Вычислить по формуле (10) теоретическое значение ускорения $a_{\text{теор}}$.

5. Сравнить экспериментальное и теоретическое значения ускорений.

6. Сделать выводы.

Упражнение 2

Проверка формулы скорости

Целью данного упражнения является экспериментальная проверка формулы скорости

$$v = a \cdot t. \quad (15)$$

Ускорение системы до снятия перегрузки может быть вычислено, если известны скорость в момент снятия перегрузки и время ускоренного движения t . Если на пути движения установить кольцо, то после снятия перегрузки система будет двигаться равномерно со скоростью v , равной скорости в момент снятия перегрузки:

$$v = \frac{h_0}{t_0}, \quad (16)$$

где h_0 – расстояние между фотоэлектрическими датчиками; t_0 – время равномерного движения.

При увеличении высоты падения груза растёт и скорость равномерного движения. При одном и том же перегрузке ускорение системы одинаково, поэтому

$$a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \dots = \frac{v_n}{t_n}. \quad (17)$$

Таким образом, зависимость $v = v(t)$ должна быть линейной, а угловой коэффициент этой зависимости равен ускорению системы с данным перегрузом. Следовательно, если экспериментальная зависимость $v = v(t)$ прямая, то можно сделать вывод о выполнении формулы скорости (15).

Порядок выполнения работы

1. Закрепить средний кронштейн на высоте $h_0 = 10$ см от нижнего кронштейна
2. Положить на правый груз массой m перегрузок большого диаметра массой m_1 .
3. Установить верхний кронштейн на высоте $h_1 = 35$ см от среднего кронштейна.
4. Поднять правый груз так, чтобы его нижний торец находился на уровне черты верхнего кронштейна.
5. Отжать клавишу ПУСК. При этом включится фрикционный тормоз, удерживающий систему в исходном состоянии.
6. Нажать кнопку ПУСК. При этом отключится фрикционный тормоз, и система придет в движение. Записать время равномерного движения груза t_{01} .
7. Нажать кнопку СБРОС.
8. П. 4–7 проделать не менее пяти раз. Результаты записать в табл. 2.

Таблица 2

$h, \text{см}$	$t_{01}, \text{с}$	$t_{02}, \text{с}$	$t_{03}, \text{с}$	$t_{04}, \text{с}$	$t_{05}, \text{с}$	$t_{0\text{ср}}, \text{с}$
35						
30						
25						
20						
15						

9. Проделать аналогичные измерения для других высот h_i , руководствуясь п. 3–7.

Обработка результатов измерений

1. Используя данные, приведенные в табл. 2, вычислить по формуле (16) скорости равномерного движения v_i для различных высот падения.
2. Используя данные (среднее время ускоренного движения груза), приведенные в табл. 1, для соответствующих высот h_i построить график зависимости $v = v(t)$. Проверить ее прямолинейность.
3. Вычислить по графику $v = v(t)$ угловой коэффициент

$$k_2 = a_{\text{эксп}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} . \quad (18)$$

4. Вычислить по формуле (10) теоретическое значение ускорения $a_{\text{теор}}$.
5. Сравнить экспериментальное и теоретическое значения ускорений.
6. Сделать выводы.

Упражнение 3 Экспериментальное определение ускорения свободного падения

1. Вычислить ускорение свободного падения g , используя полученное в упражнении 1 экспериментальное значение ускорения $a_{\text{эксп}}$ по формуле

$$g = \frac{2m + m_1}{m_1} \cdot a_{\text{эксп}} . \quad (19)$$

2. Вычислить погрешности и записать ответ в виде $g = g_{\text{ср}} \pm \Delta g$; $P = 0,95$.

Контрольные вопросы и задания

1. Перечислите основные кинематические характеристики. В чем состоит основная задача кинематики?
2. Что называется средней путевой, средней и мгновенной скоростью? Каковы их направления?
3. Дайте определение ускорения. Что характеризуют тангенциальное и нормальное ускорения?
4. Как вычислить путь при неравномерном движении? Какова связь между линейными и угловыми характеристиками движения?
5. Дайте формулировку первого, второго и третьего законов Ньютона.

Литература: 1. Гл. 1, 2; 2. Гл. 1, 2; 5. С. 18; 6. С. 29; 7. С.51; 12. С. 28.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ МЕТОДОМ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА

Приборы и принадлежности: наклонный маятник FPM - 07, миллисекундомер FPM - 14, наборы тел и поверхностей качения.

Цель работы – изучение явлений возникающих при качении тел и экспериментальное определение коэффициента трения качения.

Краткая теория. При качении круглого тела (цилиндра, шара, колеса и т.д.) по плоской поверхности возникает *трение качения*. Причину возникновения трения качения можно объяснить деформациями тела и опорной поверхности, имеющих место в реальных условиях.

Пусть цилиндрическое тело радиуса r и массой m катится равномерно без скольжения по горизонтальной поверхности. Из-за возникшей деформации поверхности точка приложения силы реакции R смещается вперед на расстояние f , а линия действия силы реакции отклоняется от вертикали назад (рис. 1), что приводит к

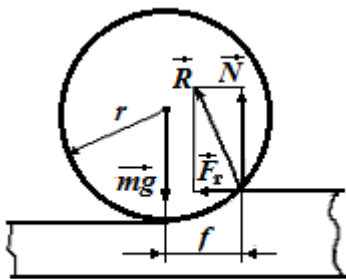


Рис. 1

появлению момента реакции опоры относительно оси вращения цилиндра, препятствующего его вращению. Этот момент носит название момента сил трения качения. Нормальная составляющая реакции R_n численно равна силе нормального давления N тела на опорную плоскость, а касательная составляющая R_t представляет собой силу трения качения $F_{тр.к}$. Таким образом, момент силы трения качения может быть записан в виде

$$M_{тр.к} = f \cdot N. \quad (1)$$

При равномерном движении тела результирующий момент внешних сил равен нулю:

$$F_{тр.к} \cdot r = f \cdot N. \quad (2)$$

Следовательно, для силы трения качения в первом приближении справедлив закон Кулона

$$F_{\text{тр.к}} = f \frac{N}{r}, \quad (3)$$

где f – коэффициент трения качения, имеющий размерность длины. Он существенно отличается от коэффициента трения скольжения, так как является размерной величиной и, по существу, характеризует плечо силы давления относительно оси цилиндра.

В данной работе для определения коэффициента трения качения используется метод наклонного маятника, предложенный А.С. Ахматовым. Измерение силы трения с помощью наклонного маятника основано на измерении уменьшения амплитуды затухающих колебаний за определенное число полных колебаний.

Пусть шарик, подвешенный на нити длиной l , опирается на плоскость, наклоненную к вертикали на угол β (рис. 2). Если вывести шарик из положения равновесия, он, перекатываясь по наклонной плоскости, будет совершать затухающие колебания, зависящие от силы трения качения.

За n полных колебаний при переходе из положения A в положение B (рис. 3) шарик теряет потенциальную энергию

$$\Delta E_p = mg\Delta h, \quad (4)$$

где $\Delta h = \Delta l \cdot \cos\beta$ – потеря высоты центром тяжести шара. Эта энергия в основном затрачивается на преодоление трения и равна работе сил трения на пройденном шариком пути S :

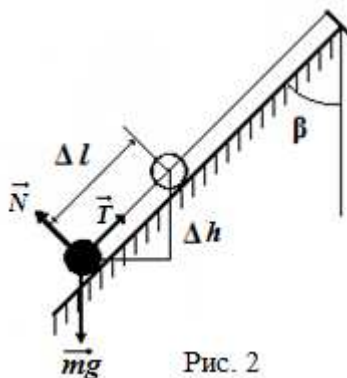


Рис. 2

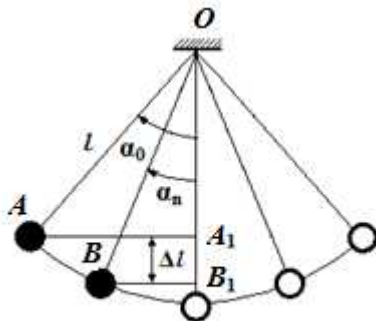


Рис. 3

$$mg\Delta h = F_{\text{тр}} S . \quad (5)$$

Из уравнения (3) и (5), с учетом того что нормальная составляющая силы реакции опорной поверхности

$$N = mg \cdot \sin \beta , \quad (6)$$

получим следующее выражение:

$$mg \cdot \Delta l \cdot \cos \beta = \frac{f \cdot mg \cdot \sin \beta \cdot S}{r} . \quad (7)$$

Путь S , пройденный шариком за n колебаний, связан со средним значением амплитуды угла отклонения и длиной нити, соотношением

$$S = 4 \cdot \alpha_{\text{ср}} \cdot l \cdot n , \quad (8)$$

где $\alpha_{\text{ср}} = \frac{\alpha_0 + \alpha_n}{2}$ – среднее значение амплитуды угла отклонения за n колебаний.

Следовательно, из уравнений (7) и (8) для коэффициента силы трения качения f получим следующее выражение:

$$f = \frac{r \cdot \text{ctg} \beta \cdot \Delta l}{2nl(\alpha_n + \alpha_0)} . \quad (9)$$

Из рис. 3. видно, что

$$\Delta l = A_1 B_1 = l(\cos \alpha_n - \cos \alpha_0) , \quad (10)$$

тогда для малых углов отклонения, с учетом того что

$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$, уравнение (18) окончательно запишется в виде

$$f = \frac{r \cdot \text{ctg} \beta \cdot (\alpha_0 - \alpha_n)}{4n} , \quad (11)$$

где углы α_0 и α_n выражены в радианах.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка (рис. 4) состоит из вертикальной стойки 1, на которой закреплены два кронштейна – верхний 2 и нижний 3. На верхнем кронштейне смонтировано устройство для регулирования длины нити маятника 12. Маятник представляет собой стальной шарик 4, подвешенный на тонкой нити длиной l .

Шарик катится по опорной поверхности 5, закрепленной на нижнем кронштейне. Шарик катится по опорной поверхности 5, закрепленной на нижнем кронштейне. Опорные поверхности (образцы) могут меняться. С помощью механизма наклона 6, находящегося в нижней части стойки, можно менять угол наклона стойки маятника

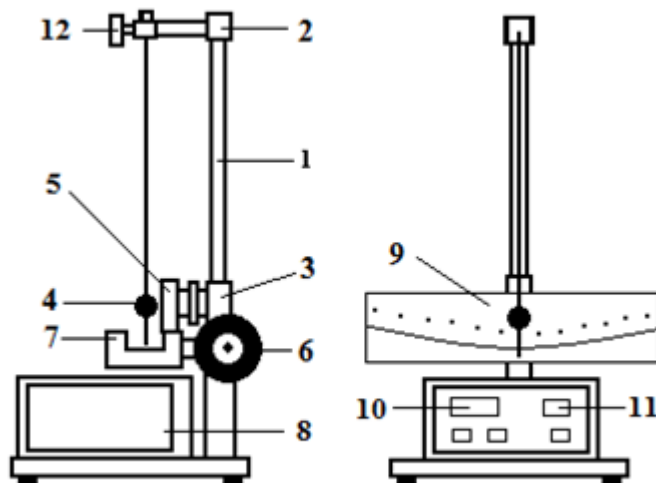


Рис. 4

β от 0 до 90° и фиксировать в любом положении. На нижнем кронштейне также закреплен фотоэлектрический датчик 7, подающий сигналы начала и окончания отсчета времени и числа колебаний на миллисекундомер 8. Отсчет времени и числа колебаний производится с помощью цифровых индикаторов 10 и 11, находящихся на лицевой панели миллисекундомера. Для измерения амплитуды колебаний служит шкала с угловыми делениями 9, закрепленная на нижнем кронштейне.

Погрешность измерения времени $\pm 0,02\%$.

Погрешность измерения угла составляет 1° .

Порядок выполнения работы

1. Включить установку нажатием клавиши СЕТЬ. При этом загораются лампочки фотоэлектрического датчика и цифровые индикаторы.

2. В пазы наклонной плоскости вставить исследуемый образец.

3. Наклонить стойку маятника на угол $\beta = 10^\circ$ и закрепить с помощью стопорного винта.

4. Отклонить маятник от положения равновесия на угол α_0 (не более 10°), нажать кнопку СБРОС и отпустить маятник.

5. После совершения n колебаний измерить амплитудное значение угла отклонения α_n маятника. Результаты измерений записать в табл. 1.

Таблица 1

№	$\beta = 10^\circ$			$\beta = 20^\circ$			$\beta = 30^\circ$			$\beta = 40^\circ$		
	n	α_0	α_n	n	α_0	α_n	n	α_0	α_n	n	α_0	α_n
1												
2												
3												
4												
5												
Ср.												

Примечание. Измерение амплитуды n -го колебания производится после того, когда на табло «ПЕРИОДЫ» высвечивается цифра $n-1$. Количество колебаний можно отсчитывать визуально.

6. Пункты 3, 4 и 5 проделать не менее пяти раз.

7. Наклонить стойку маятника поочередно на углы 20° и 30° и проделать аналогичные измерения, руководствуясь п. 3–7.

8. Заменить опорную поверхность из другого материала и, руководствуясь п. 2–7, проделать измерения для другого образца. Результаты измерений записать в табл. 1.

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.

2. По формуле (11) вычислить средние значения коэффициентов трения качения для разных углов наклона.

3. Вычислить погрешности измерений.

4. Записать ответы с указанием доверительного интервала и доверительной вероятности.
5. Построить график зависимости коэффициента трения качения f от угла наклона стойки маятника β .
6. Рассчитать погрешности.
7. Записать ответы с указанием доверительного интервала и доверительной вероятности.
8. Сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Какие виды трения вам известны?
2. От каких физических величин зависят сила трения скольжения и трения качения?
3. Выведите расчетную формулу для определения коэффициента трения качения.
4. От чего зависит коэффициент трения качения, и каковы пути уменьшения трения качения?
5. В каких единицах измеряется коэффициент трения качения?
6. Какие физические эксперименты можно проделать при помощи наклонного маятника?

Литература: 1. Гл. 2; 2. Гл. 2; 3. Гл. 2; 5. С. 43; 6. С. 57; 7. С. 51.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

ИЗУЧЕНИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ШАРОВ

Приборы и принадлежности: установка для столкновения шаров FPM-08, микросекундомер FPM-16, набор шаров.

Цель работы – измерение коэффициента восстановления и средней силы соударений шаров, а также проверка закона сохранения импульса при упругом и неупругом соударениях.

Краткая теория. **Ударом** называется кратковременное взаимодействие между телами, приводящее к изменению скоростей тел за короткий промежуток времени. Процесс удара можно разделить на две фазы. В течение первой фазы удара в результате кратковре-

менного соприкосновения тел происходит их деформация. Начальная кинетическая энергия соударяющихся тел переходит в энергию деформации и частично во внутреннюю энергию. Эта фаза длится до тех пор, пока скорости тел не сравняются между собой. В течение второй фазы удара под действием сил упругости тела восстанавливают свою первоначальную форму. Потенциальная энергия упругой деформации переходит в кинетическую энергию разлетающихся тел. Результирующее время протекания первой и второй фаз равно времени удара τ . Время соударения τ зависит от упругих свойств соударяющихся тел, их относительной скорости и массы. Обычно удар протекает в течение тысячных или даже миллионных долей секунды.

В момент удара тела соприкасаются в некоторой точке. Общая нормаль к поверхности соударяющихся тел в точке их соприкосновения называется **линией удара**. Если скорости центров масс соударяющихся тел перед ударом параллельны линии удара, то такой удар называется **прямым**. Удар называется **центральный**, если центры масс соударяющихся тел лежат на линии удара. В данной работе рассматриваются лишь прямые центральные удары.

Если в результате удара механическая энергия не преобразуется в другие формы энергии, то такой удар называется **абсолютно упругим**. Идеально упругих ударов в природе не существует, так как всегда часть энергии затрачивается на необратимую деформацию тел и изменение их внутренней энергии. Из-за остаточных деформаций и нагревания тел их первоначальная кинетическая энергия полностью не восстанавливается.

Отношение нормальных составляющих относительных скоростей тел после и до удара называется **коэффициентом восстановления**

$$k = \frac{u_{2n} - u_{1n}}{v_{1n} - v_{2n}}. \quad (1)$$

где v_{1n} , v_{2n} , u_{1n} и u_{2n} нормальные составляющие скоростей тел до и после удара. Коэффициент восстановления зависит от упругих свойств соударяющихся тел. Для абсолютно упругого удара коэффициент восстановления $k = 1$.

Прямой центральный удар называется **абсолютно неупругим**, если после удара тела движутся как одно целое т.е. с одной и той

же скоростью. Для абсолютно неупругого удара коэффициент восстановления $k = 0$. Во всех остальных случаях коэффициент восстановления $0 < k < 1$.

В процессе удара возникают кратковременные ударные силы, во много раз превосходящие внешние силы, поэтому систему соударяющихся тел можно считать замкнутой. Следовательно, для нахождения скоростей тел после столкновения можно воспользоваться законом сохранения импульса. В случае прямого центрального удара двух тел, движущихся поступательно, проекции скоростей тел на ось Ox до и после удара связаны соотношениями

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{(m_1 - km_2)v_1 + m_2 v_2 (1 + k)}{m_1 + m_2}, \\ u_2 &= \frac{(1 + k)m_1 v_1 + (m_2 - km_1)v_2}{m_1 + m_2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где величины v_1 , v_2 , u_1 и u_2 алгебраические, знаки которых зависят от направления векторов скоростей. При этом ось Ox проходит через центры масс соударяющихся тел.

Уменьшение кинетической энергии тел в результате удара равно

$$\Delta W_k = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 (1 - k^2). \quad (3)$$

Эта часть механической энергии системы преобразуется в ее внутреннюю энергию.

Рассмотрим систему, состоящую из двух шаров, подвешенных на нерастяжимых нитях длиной l (рис.1). Отведем правый шар на угол α_0 от положения равновесия. При этом потенциальная энергия правого шара изменится на величину

$$W_n = m_1 g h, \quad (4)$$

где h – высота подъема центра

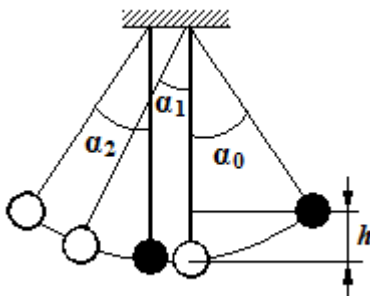


Рис. 1.

масс правого шара. По геометрическим соображениям из рис. 1 видно, что

$$h = l(1 - \cos\alpha) = 2l \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}. \quad (5)$$

Если отпустить правый шар, то в момент прохождения положения равновесия, правый шар будет обладать кинетической энергией

$$W_k = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \quad (6)$$

Без учета потерь энергии на преодоление сопротивления воздуха из уравнений (4)–(6) для скорости правого шара перед ударом получим выражение

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_0}{2}. \quad (7)$$

На основе закона сохранения механической энергии скорости тел после удара можно выразить через углы отклонения α_1 и α_2 :

$$u_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad \text{и} \quad u_2 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_2}{2}. \quad (8)$$

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка, представленная на рис. 2, состоит из вертикальной стойки 1, на которой закреплены верхний 2 и нижний 3 кронштейны. К верхнему кронштейну с помощью токопроводящих бифилярных нитей 4 подвешены два стальных шара 5. Для изменения межцентрового расстояния на верхнем кронштейне имеется регулировочный винт.

На нижнем кронштейне укреплены левая 6 и правая 7 шкалы. По правой шкале определяется начальный угол отклонения правого шара, – по левой угол отклонения левого шара после столкновения. Электромагнит 8, служащий для удержания правого шара в исходном положении, может перемещаться по разным направлениям и закрепляться в любом выбранном положении. В правом торце электромагнита имеется винт, с помощью которого можно изменить зазор между сердечником магнита и шара, что необходимо для создания достаточного для удержания шара усилия. Время со-

ударения шаров измеряется контактным способом с помощью микросекундомера 9 и отображается на цифровом индикаторе 10.

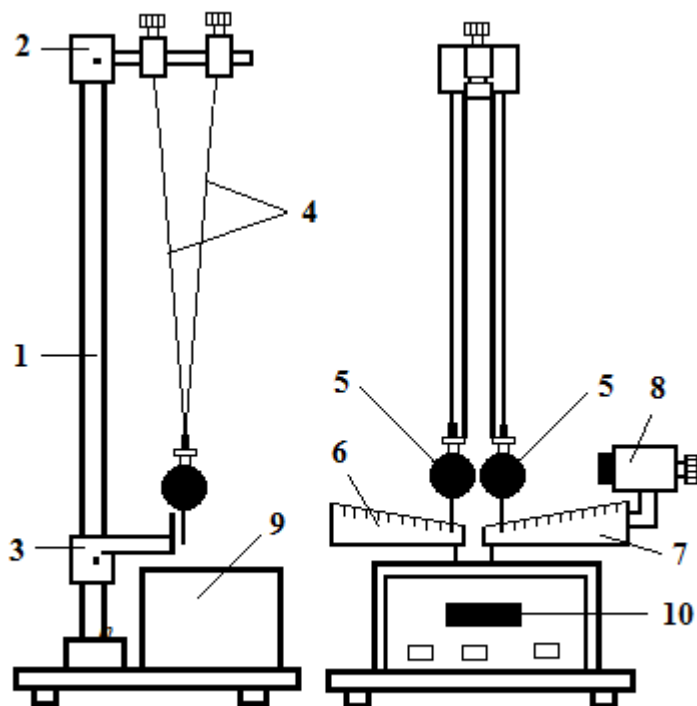


Рис. 2

1. Погрешность измерения времени 1 мкс.
2. Погрешность измерения угла 1°.

Упражнение 1 Определение коэффициента восстановления и средней силы соударения шаров

Если после соударения правый шар останется в покое ($m_1 = m_2 = m$), то изменение импульса правого шара

$$\Delta p = m_1 \cdot v_1 \quad (9)$$

На основании второго закона Ньютона

$$F_{\text{ср}} \cdot \Delta t = mv_1. \quad (10)$$

Следовательно, среднее значение силы взаимодействия между шарами во время соударения

$$F_{\text{ср}} = \frac{mv_1}{\Delta t}, \quad (11)$$

где $\Delta t = \tau$ – время соударения.

Таким образом, среднюю силу соударения можно вычислить, зная массу и скорость правого шара v_1 перед соударением и экспериментально измерив время соударения τ . Выражая скорость правого шара до соударения по формуле (7), получим

$$F_{\text{ср}} = \frac{2\sqrt{glm_1} \sin \frac{\alpha_0}{2}}{\tau}. \quad (12)$$

Для вычисления коэффициента восстановления k воспользуемся выражением (1), который с учетом уравнений (7) и (8) примет вид

$$k = \left| \frac{\sin \frac{\alpha_2}{2} - \sin \frac{\alpha_1}{2}}{\sin \frac{\alpha_0}{2}} \right|. \quad (13)$$

Порядок выполнения работы

1. Включить установку нажатием клавиши СЕТЬ. При этом загораются цифровые индикаторы на панели микросекундомера.

2. Укрепить на подвесе стальные шары одинаковой массы и произвести их центровку для получения центрального удара. При этом указатели положения шаров должны располагаться над нулевыми отметками шкал.

3. Установить электромагнит на угол $\alpha_0=10^0$. Отклонить правый шар на выбранный угол α_0 до соприкосновения с электромагнитом. Нажать кнопку СБРОС.

4. Успокоив левый шар, нажать клавишу ПУСК. При этом цепь электромагнита размыкается, правый шар приходит в движение, происходит удар. На индикаторе фиксируется время соударения (время контакта шаров) шаров.

5. Зафиксировать углы отклонения левого α_1 и правого α_2 шаров после удара. Значения α_0 , α_1 , α_2 и время соударения τ записать в табл. 1.

Таблица 1

№	$\alpha_0 = 10^\circ$			$\alpha_0 = 15^\circ$			$\alpha_0 = 20^\circ$		
	τ , мкс	α_1	α_2	τ , мкс	α_1	α_2	τ , мкс	α_1	α_2
1									
2									
3									
4									
5									
Ср.									

6. П. 3–5 проделать не менее пяти раз.

7. Проделать п. 3–6 для двух других значений углов α_0 отклонения правого шара, закрепив предварительно электромагнит в нужном положении.

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.

2. Вычислить по формулам (12) и (13) средние значения силы соударения и коэффициента восстановления для каждого угла отклонения правого шара α_0 , используя данные, приведенные в табл. 1.

3. По результатам вычислений построить графики зависимостей $\tau = f(\alpha_0)$, $F_{\text{ср}} = f(\alpha_0)$ и $k = f(\alpha_0)$.

4. Сделать выводы.

Упражнение 2

Проверка закона сохранения импульса при упругом и неупругом соударениях

При упругом соударении шаров выполняется закон сохранения импульса и механической энергии. Совместное применение этих законов позволяет определить скорости тел после абсолютно

упругого соударения. Принимая в уравнении (2) коэффициент восстановления $k = 1$, получим

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \quad \text{и} \quad u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \quad (14)$$

Скорости шаров после соударения можно выразить через угол отклонения правого шара до соударения

$$u_1 = \frac{2\sqrt{gl}(m_1 - m_2)\sin\frac{\alpha_0}{2}}{m_1 + m_2}; \quad u_2 = \frac{4\sqrt{gl}m_1\sin\frac{\alpha_0}{2}}{m_1 + m_2}. \quad (15)$$

Если столкновение абсолютно неупругое, то применяя закон сохранения импульса, получим выражение для скорости совместного движения шаров после абсолютно упругого удара

$$u = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}, \quad (16)$$

которое, с учетом выражения (7), примет вид

$$u = \frac{2\sqrt{gl}m_1\sin\frac{\alpha_0}{2}}{m_1 + m_2}. \quad (17)$$

Порядок выполнения работы

1. Включить установку нажатием клавиши СЕТЬ. При этом загораются цифровые индикаторы на панели микросекундомера.
2. Укрепить на подвесе стальные шары разной массы, расположив шар большей массы справа (ударяющий шар), и произвести их центровку для получения центрального удара. При этом указатели положения шаров должны располагаться над нулевыми отметками шкал.
3. Установить электромагнит на угол α_0 ($10^\circ \div 20^\circ$). Отклонить правый шар на выбранный угол α_0 до соприкосновения с электромагнитом. Нажать кнопку СБРОС.
4. Успокоив левый шар, нажать клавишу ПУСК. При этом цепь электромагнита размыкается, правый шар придет в движение, происходит удар.

5. Зафиксировать углы отклонения левого α_1 и правого α_2 шаров после удара. Значения α_0 , α_1 и α_2 записать в табл. 2.

6. Пункты 3–5 проделать не менее пяти раз.

Таблица 2

№	Шар								
	Стальной					Пластилиновый			
	$m_{1,\Gamma}$	$m_{2,\Gamma}$	$\alpha_0, ^\circ$	$\alpha_1, ^\circ$	$\alpha_2, ^\circ$	$m_{1,\Gamma}$	$m_{2,\Gamma}$	$\alpha_0, ^\circ$	$\alpha, ^\circ$
1									
2									
3									
4									
5									
Ср.									

7. Руководствуясь п. 2–6 данного упражнения, проделать аналогичные измерения с пластилиновыми шарами. Результаты измерений занести в табл. 2.

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.

2. Вычислить по формулам (15) теоретические значения скоростей шаров после абсолютно упругого соударения, используя данные, приведенные в табл. 2.

3. Вычислить по формуле (8) скорости шаров по их углам отклонения α_1 и α_2 .

4. Вычислить погрешности измерений.

5. Сравнить теоретические и экспериментальные значения скоростей шаров после абсолютно упругого соударения.

6. Используя данные, приведенные в таблице 2, вычислить по формуле (17) скорость шаров после абсолютно неупругого соударения.

7. Вычислить погрешности измерений.

8. Сравнить теоретическое и экспериментальное значения скоростей, полученных по формулам (8) и (17).

9. По результатам вычислений сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Что такое удар? Какой удар называется прямым, центральным?
2. Чем отличается абсолютно упругий удар от абсолютно неупругого? Что такое коэффициент восстановления?
3. Сформулируйте закон сохранения импульса. Почему к явлению удара можно применить закон сохранения импульса?
4. Запишите закон сохранения импульса для абсолютно упругого и неупругого ударов.
5. В каких случаях к явлению удара можно применить закон сохранения механической энергии?
6. Пользуясь законами сохранения, получите выражения для скоростей тел после абсолютно упругого и неупругого ударов.
7. Какая часть механической энергии переходит в другие виды при неупругом ударе?

Литература: 1. Гл. 2, 3; 2. Гл. 5; 3. Гл. 3; 6. С. 62; 10. С. 114.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

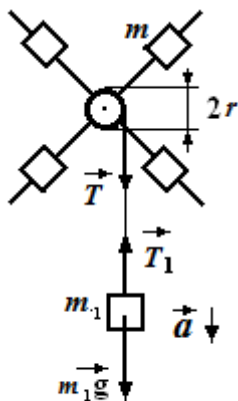


Рис. 1

Приборы и принадлежности: крестообразный маятник Обербека FPM-06, миллисекундомер FPM-15, наборы грузов.

Цель работы – изучение основного закона динамики вращательного движения.

Краткая теория. Установка, называемая маятником Обербека, предназначена для изучения законов вращательного движения тел. Маятник Обербека представляет крестовину с четырьмя стержнями (рис. 1). На стержнях закреплены четыре груза одинаковой массы m . Изменяя положение грузов на стержнях,

можно менять момент инерции системы. С крестовиной соосно жестко соединен шкив радиуса r , на который намотана нить с привязанным к ней грузом массой m_1 . Под действием груза нить разматывается и приводит маятник во вращательное движение с постоянным угловым ускорением ε . Пренебрегая силами трения, уравнение вращательного движения маятника запишем в виде

$$M = J \cdot \varepsilon, \quad (1)$$

где M – момент силы натяжения, J – момент инерции маятника.

При этом поступательное движение груза, согласно второму закону Ньютона, описывается уравнением

$$m_1 g - T = m_1 a. \quad (2)$$

Следовательно, момент силы натяжения нити с учетом уравнения (2) равен

$$M = T \cdot r = m_1 r(g - a). \quad (3)$$

Если груз, подвешенный на нити, падает с высоты h за время t , то

$$h = \frac{a \cdot t^2}{2}. \quad (4)$$

Известно, что линейное a и угловое ε ускорения связаны между собой соотношением

$$a = \varepsilon \cdot r \quad (5)$$

Тогда, решая систему уравнений (1)–(5), получим окончательное выражение для экспериментального определения момента инерции маятника:

$$J = \frac{m_1 r^2 (gt^2 - 2h)}{2h}. \quad (6)$$

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка, представленная на рис. 2, состоит из вертикальной стойки 1, на которой закреплены кронштейны 2, 3 и 4. На среднем кронштейне 3 смонтирован маятник Обербека – крестовина с четырьмя стержнями (рис. 3). По стержням могут перемещаться и закрепляться в любом положении четыре цилиндрических груза 6 одинаковой массы. На кронштейне 3

смонтирован также электромагнит с фрикционным тормозом, удерживающим маятник в неподвижном состоянии. Маятник Обербека жестко соединен с двухступенчатым шкивом 7 и вращается относительно неподвижной горизонтальной оси. На тот или иной шкив наматывается нить, перекинутая через блок 8, закреп-

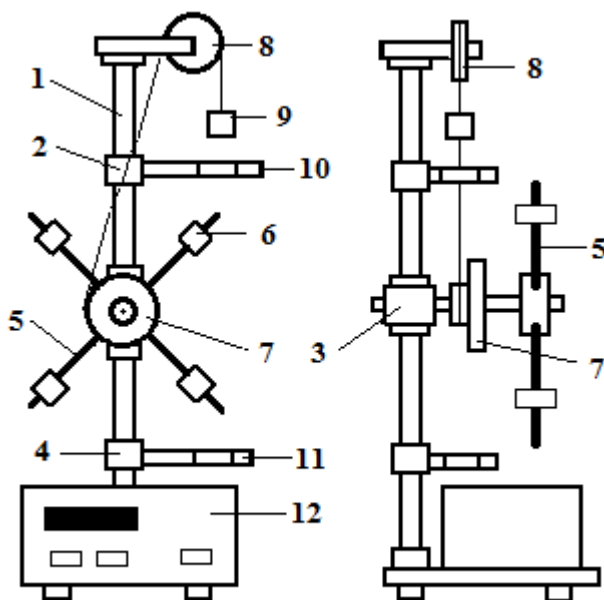


Рис. 2

ленный на верхнем конце вертикальной стойки. К другому концу нити привязан груз 9, с помощью которого система приводится в движение. На верхнем кронштейне 2 смонтирован фотоэлектрический датчик 10, подающий сигнал начала отсчета времени на миллисекундомер 12. Кронштейн 2 с фотоэлектрическим датчиком может перемещаться вдоль вертикальной стойки и закрепляться в любом положении. На нижнем неподвижном кронштейне 4 закреплен фотоэлектрический датчик 11, подающий сигнал окончания счета времени на миллисекундомер, с помощью которого измеряется время движения груза. Для измерения высоты падения груза (расстояние между фотоэлектрическими датчиками) на вертикальной стойке имеется миллиметровая шкала.

Данные экспериментальной установки

Таблица 1

Элемент	Масса, г	Длина, мм	Диаметр, мм
Стержень	52	250	6
Груз на стержне	192	20	39,5
Шкив малый	-	-	42
Шкив большой	-	-	84
Платформа	53,9	-	-

Погрешность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.

Погрешность измерения высоты не менее 2 мм.

Порядок выполнения работы

1. Закрепить грузы, находящиеся на крестовине так, чтобы расстояние от оси вращения до центров масс каждого груза было $b_1 = 10$ см. При этом необходимо убедиться, что крестовина находится в положении безразличного равновесия.

2. Закрепить верхний фотоэлектрический датчик на выбранной высоте h .

3. Включить прибор нажатием клавиши СЕТЬ. При этом загораются цифровые индикаторы и лампочки фотоэлектрических датчиков. Нажать кнопку ПУСК.

4. Положить на платформу, прикрепленную к концу нити, один из перегрузов. При этом масса груза m_1 равна сумме масс перегрузка на платформе и самой платформы.

5. Вращая маятник и наматывая нить на шкив малого радиуса r поднять груз до уровня верхнего фотоэлектрического датчика (чтобы нижний торец платформы находился на уровне черты фотоэлектрического датчика).

6. Отжать клавишу ПУСК. При этом включится фрикционный тормоз, удерживающий систему в неподвижном состоянии.

7. Нажать кнопку СБРОС.

8. Нажать клавишу ПУСК. При этом отключится фрикционный тормоз, и система придет в движение. Измерить время падения груза t .

9. Нажать кнопку СБРОС.

10. Прodelать п. 5–9 не менее трех раз. Результаты измерений записать в табл. 2.

Таблица 2

h , см	m_1 , г	$b_1 = 10$ см				$b_2 = 20$ см			
		t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_{cp} , с	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_{cp} , с

11. Прodelать аналогичные измерения времени для трех других грузов m_1 , руководствуясь пунктами 4–10.

12. Закрепить грузы, находящиеся на крестовине на расстоянии $b_2 = 20$ см от оси вращения, и руководствуясь пунктами 4–11, прodelать аналогичные измерения времени падения.

Примечание. Число выполняемых упражнений согласовать с преподавателем.

Упражнение 1

Определение момента инерции маятника Обербека

Момент инерции маятника Обербека можно найти из теоретических соображений, используя свойство аддитивности момента инерции. Маятник состоит из муфты с блоком, насаженной на ось, и четырех стержней с грузами (рис. 3).

Следовательно, момент инерции маятника:

$$J = J_{\text{м}} + 4J_{\text{ст}} + 4J_{\text{гр}}, \quad (7)$$

где $J_{\text{м}}$ – момент инерции блока, оси и муфты маятника.

Момент инерции одного из четырех стержней

$$J_{\text{ст}} = \frac{1}{3} m_{\text{ст}} \cdot l_{\text{ст}}^2. \quad (8)$$

Момент инерции цилиндрического груза относительно оси вращения найдем по теореме Штейнера (см. табл. 12 прил.):

$$J_{\text{гр}} = m_{\text{гр}} \left(\frac{d_{\text{гр}}^2 + d_{\text{ст}}^2}{16} + \frac{H^2}{12} + b^2 \right), \quad (9)$$

где $d_{\text{гр}}$ и $d_{\text{ст}}$ – внешний и внутренний диаметры цилиндрического груза, H – длина образующей цилиндрического груза (длина), b –

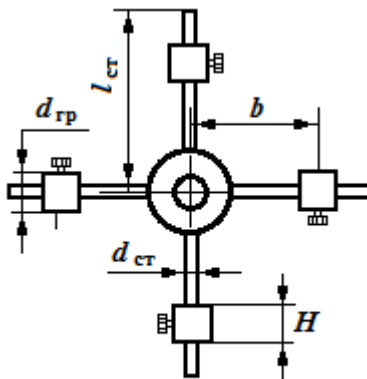


Рис. 3

расстояние от оси вращения до центра масс груза. Следовательно, момент инерции всего маятника с учетом того, что $J_{\text{м}} \ll J$, будет равен

$$J_{\text{теор}} = \frac{4}{3} m_{\text{ст}} \cdot l_{\text{ст}}^2 + m_{\text{гр}} \left(\frac{d_{\text{гр}}^2 + d_{\text{ст}}^2}{4} + \frac{H^2}{3} + 4b^2 \right). \quad (10)$$

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.
2. По формуле (10) вычислить теоретическое значение момента инерции $J_{\text{теор}}$ маятника Обербека.
3. Вычислить погрешность вычислений.
4. Вычислить по формуле (6) экспериментальное значение момента инерции $J_{\text{экс}}$.
5. Рассчитать погрешности измерений.

6. Сравнить теоретическое и экспериментальные значения моментов инерции.

7. Сделать выводы.

Упражнение 2

Изучение зависимости углового ускорения от момента силы натяжения нити

Из основного уравнения (1) динамики вращательного движения относительно неподвижной оси следует, что при неизменном значении момента инерции зависимость углового ускорения от момента приложенных сил задается линейной функцией. График этой зависимости представлен на рис. 4. Угловым коэффициентом этой прямой ($\operatorname{tg} \varphi$) равен обратной величине момента инерции маятника J . Экстраполяция графика позволяет найти момент силы трения. В точке, где $\varepsilon = 0$, момент силы натяжения будет равен моменту силы трения $M_{\text{тр}}$.

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.

2. Используя экспериментальные данные, приведенные в табл. 2, с помощью формул

$$\varepsilon = \frac{2h}{r \cdot t^2} \quad \text{и} \quad M = m_1(g - \varepsilon \cdot r) r. \quad (11)$$

вычислить значения углового ускорения ε и момента силы натяжения M для каждого перегрузка. По полученным результатам построить графики зависимостей углового ускорения ε от момента силы натяжения нити M для маятников с двумя различными положениями грузов (рис. 4).

3. Определить по экстраполяции графика момент силы трения.

4. Пользуясь графиком, вычислить момент инерции маятника по формуле

$$J = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = (\operatorname{tg} \varphi)^{-1}, \text{ т.е. } J = \frac{\Delta M}{\Delta \varepsilon} = \frac{M_2 - M_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}, \quad (12)$$

где 1 и 2 – произвольно взятые на графике точки.

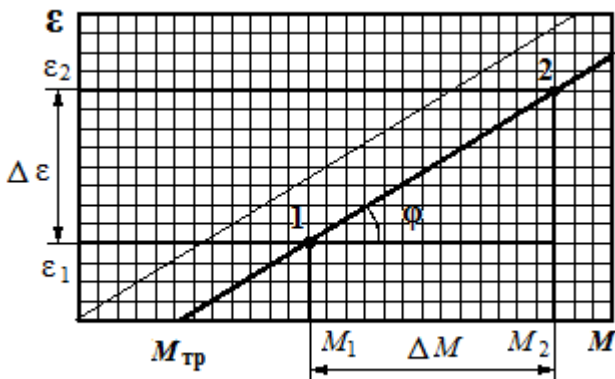


Рис. 4

5. Вычислить по формуле (10) теоретическое значение момента инерции.
6. Рассчитать погрешности теоретического и экспериментального значений моментов инерций.
7. Сравнить полученные значения.
8. Сделать выводы.

Упражнение 3

Проверка теоремы Штейнера–Гюйгенса

Пусть грузы на стержнях расположены так, что их центры масс отстоят на расстоянии b_1 от оси вращения крестовины. Тогда момент инерции маятника согласно теореме Штейнера

$$J_1 = J_k + 4(J_0 + m_{гр} b_1^2), \quad (13)$$

где J_k – момент инерции крестовины, J_0 – момент инерции груза относительно оси проходящей через центр масс перпендикулярно к геометрической оси цилиндрического груза. При перемещении грузов на расстоянии b_2 от оси вращения момент инерции будет равен

$$J_2 = J_{\kappa} + 4(J_0 + m_{\text{гр}} b_2^2). \quad (14)$$

Тогда изменение момента инерции маятника, обусловленное перемещением грузов на стержнях на основании формул (13) и (14) равно

$$J_2 - J_1 = 4m_{\text{гр}}(b_2^2 - b_1^2). \quad (15)$$

С другой стороны согласно формуле (6) эта разность равна

$$J_2 - J_1 = \frac{m_1 g r^2}{2m_{\text{гр}} h} (t_2^2 - t_1^2). \quad (16)$$

Следовательно, с учетом формул (15) и (16) получим

$$(t_2^2 - t_1^2) = \frac{8m_{\text{гр}} h}{m_1 g r^2} (b_2^2 - b_1^2). \quad (17)$$

Проверка данного уравнения косвенно подтверждает справедливость выполнения теоремы Штейнера–Гюйгенса.

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.
2. Используя данные, приведенные в табл. 1 и 2 проверить выполнение уравнения (17).
3. Сделать выводы.

Упражнение 4

Определение момента силы трения

Для определения момента силы трения необходимо проделать две серии измерений с двумя различными моментами инерции маятника (для различных положений грузов m).

Пусть грузы расположены на расстоянии b_1 от оси вращения. Уравнение вращательного движения маятника с учетом силы трения на оси будет иметь вид

$$J_1 \varepsilon_1 = T_1 r - M_{\text{тр}}. \quad (18)$$

Тогда с учетом уравнений (2) – (5) для момента инерции маятника получим выражение

$$J_1 = \frac{m_1 g r^2 t_1^2 - 2 h m_1 r^2 - M_{\text{тр}} t_1^2 r}{2h}. \quad (19)$$

Аналогично для маятника с другим значением момента инерции (грузы расположены на расстоянии b_2 от оси вращения), имеем

$$J_2 = \frac{m_1 g r^2 t_2^2 - 2 h m_1 r^2 - M_{\text{тр}} t_2^2 r}{2h}. \quad (20)$$

Согласно теореме Штейнера, разность моментов инерции

$$J_1 - J_2 = 4m(b_1^2 - b_2^2). \quad (21)$$

Решая систему уравнений (19)–(21), получим выражение для экспериментального определения момента силы трения на оси маятника Обербека:

$$M_{\text{тр}} = m_1 g r + \frac{8mh(b_1^2 - b_2^2)}{r(t_2^2 - t_1^2)}. \quad (22)$$

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.
2. Вычислить момент силы трения на оси маятника Обербека по формуле (22), используя данные, приведенные в табл. 1 и 2.
3. Вычислить погрешность вычислений.
4. Записать ответ.
5. Сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Какова связь между линейными и угловыми характеристиками движения? Что такое угловая скорость и угловое ускорение?
2. Как записывается основной закон динамики вращательного движения? Что называется моментом силы?
3. Что называется моментом инерции тела? Какую роль играет момент инерции при вращательном движении?
4. Как влияет изменение положения грузов на стержнях на характер движения маятника Обербека?

5. Каким образом можно найти момент силы трения и момент инерции из графика зависимости $\varepsilon = f(M)$?

Литература: 1. Гл. 4; 2. Гл. 4; 3. Гл. 5; 5. С. 33; 6. С. 52; 7. С. 92; 12. С. 48.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВИКА

Приборы и принадлежности: маховое колесо со шкивом FPM-06-1, секундомер FPM-15, линейка, набор грузов.

Цель работы – измерение момента инерции маховика разными методами.

Краткая теория. Важной характеристикой вращающегося тела является момент инерции. Момент инерции – аналог массы при вращательном движении и зависит от массы, ее распределения, размеров и формы тела. В общем случае вычисление момента инерции тел сводится к вычислению интеграла

$$J = \int r^2 dm, \quad (1)$$

где r – расстояние от оси вращения до элемента массы.

При сложной геометрии тел вычисление величины момента инерции может быть достаточно сложной задачей, поэтому часто прибегают к экспериментальным методам определения момента инерции. В настоящей работе описаны два экспериментальных метода определения момента инерции: *динамический* (упр. 1) и *энергетический* (упр. 2).

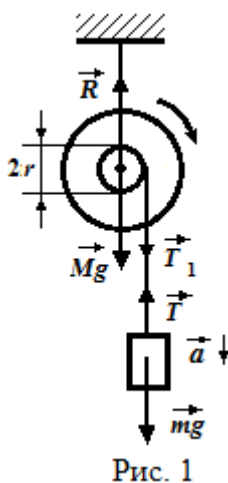


Рис. 1

Упражнение 1

Определение момента инерции маховика без учета сил трения

Одним из наиболее простых методов определения момента инерции является динамический, основанный на применении ос-

новых законов динамики. Установка по определению момента инерции, представленная на рис. 1, состоит из маховика со шкивом и груза массой m . Маховик может вращаться относительно неподвижной горизонтальной оси с малым трением. На шкив радиуса r намотана нить, к концу которой привязан груз. Под действием силы тяжести груз опускается, приводя маховик во вращение. На основании второго закона Ньютона уравнение поступательного движения груза без учета сил трения в проекциях на вертикальную ось имеет вид

$$mg - T = ma. \quad (2)$$

Маховик вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через его центр, следовательно, моменты сил тяжести маховика $M\vec{g}$ и реакции оси $\vec{R}$ равны нулю. Таким образом, согласно основному закону динамики вращательного движения для маховика имеем

$$J \cdot \varepsilon = M, \quad (3)$$

где J – момент инерции маховика; ε – угловое ускорение; M – момент силы натяжения нити.

Момент силы натяжения нити M равен произведению силы натяжения нити на радиус шкива или с учетом, что $T = T_1$ будет равен

$$M = T \cdot r. \quad (4)$$

Линейное ускорение груза равно тангенциальному ускорению точек поверхности шкива и связано с угловым ускорением маховика соотношением

$$a = \varepsilon \cdot r. \quad (5)$$

С другой стороны, линейное ускорение может быть выражено через высоту h и время t падения груза:

$$h = \frac{a \cdot t^2}{2}. \quad (6)$$

Следовательно, из уравнений (5) и (6) для углового ускорения имеем

$$\varepsilon = \frac{2h}{r \cdot t^2}. \quad (7)$$

Решая систему уравнений (2) – (7) относительно момента инерции J , получим окончательное выражение

$$J = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (8)$$

Таким образом, вычисление момента инерции тела по этой формуле требует измерения массы груза m , радиуса шкива r , высоты h и времени t падения груза.

Упражнение 2

Определение момента инерции с учетом сил трения

При опускании груза с высоты h его потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию системы и работу против сил трения. Следовательно, на основании закона сохранения и превращения энергии имеем

$$mgh_1 = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + A_{\text{тр}}. \quad (9)$$

Работу сил трения найдем из выражения

$$A_{\text{тр}} = M_{\text{тр}} \cdot \varphi_1, \quad (10)$$

где φ_1 – полный угол поворота маховика при падении груза.

После того как груз опустится на полную длину нити h_1 , маховик будет продолжать вращаться по инерции, и нить начнет наматываться на шкив. В результате чего груз поднимется на максимальную высоту $h_2 < h_1$.

Таким образом:

$$\frac{J\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mgh_2 + \varphi_2 \cdot M_{\text{мп}}. \quad (11)$$

Из уравнений (9), (10) и (11) с учетом, что

$$h_1 = r \cdot \varphi_1 \quad \text{и} \quad h_2 = r \cdot \varphi_2, \quad (12)$$

получим выражение для момента сил трения

$$M_{\text{мп}} = \frac{mgr(h_1 - h_2)}{h_1 + h_2}. \quad (13)$$

При равноускоренном движении линейная скорость груза выражается через высоту h_1 и время t падения соотношением

$$v = \frac{2h_1}{t}. \quad (14)$$

При этом угловая скорость вращения маховика связана с линейной скоростью выражением

$$v = \omega \cdot r. \quad (15)$$

Следовательно, решая систему уравнений (11), (13), (14) и (15), получим окончательное выражение:

$$J = mr^2 \left(\frac{gt^2 h_2}{h_1(h_1 + h_2)} - 1 \right). \quad (16)$$

Таким образом, определение момента инерции маховика данным способом сводится к измерению высоты h_1 и времени t падения, а также высоты подъема h_2 .

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка, представленная на рис. 2, состоит из вертикальной стойки 1, на которой закреплены крон-

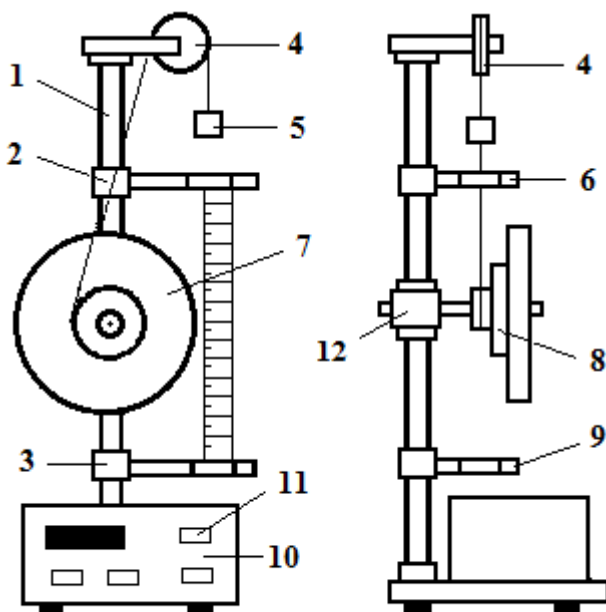


Рис. 2

штейны 2 и 3. На среднем кронштейне 12 смонтирован вал, яв-

ляющийся осью маховика 7. На этом кронштейне смонтирован также электромагнит с фрикционным тормозом, удерживающим маховик в неподвижном состоянии. Маховик жестко соединен с двухступенчатым шкивом 8 и вращается относительно неподвижной горизонтальной оси с малым трением. На тот или иной шкив наматывается нить, перекинутая через блок 4, закрепленный на верхнем конце вертикальной стойки.

К другому концу нити привязан груз 5, с помощью которого система приводится в движение. На верхнем кронштейне 2 смонтирован фотоэлектрический датчик 6, подающий сигнал начала отсчета времени на миллисекундомер 10. Кронштейн 2 с фотоэлектрическим датчиком может перемещаться вдоль вертикальной стойки и закрепляться в любом положении. На нижнем неподвижном кронштейне 3 закреплен фотоэлектрический датчик 9, подающий сигнал окончания счета времени на миллисекундомер, с помощью которого измеряется время движения груза. Для измерения высоты падения груза (расстояние между фотоэлектрическими датчиками) на вертикальной стойке имеется миллиметровая шкала. Остановка маховика с грузом производится нажатием кнопки СТОП (11).

Точность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.

Точность измерения высоты не менее 2 мм.

Примечание. Количество выполняемых упражнений согласовать с преподавателем.

Порядок выполнения работы

1. Закрепить верхний фотоэлектрический датчик на выбранной высоте h .

2. Нажать клавишу СЕТЬ, расположенную на передней панели миллисекундомера. При этом загораются цифровые индикаторы и лампочки фотоэлектрических датчиков. Включится фрикционный тормоз, удерживающий систему в исходном состоянии. Нажать клавишу ПУСК.

3. Положить на платформу, прикрепленную к концу нити, один из перегрузов. При этом масса груза m равна сумме масс перегрузка на платформе и самой платформы.

4. Вращая маховик и наматывая нить на шкив малого радиуса r , поднять груз до уровня верхнего фотоэлектрического датчика (чтобы нижний торец платформы находился на уровне черты фотоэлектрического датчика).

5. Отжать клавишу ПУСК. При этом включится фрикционный тормоз, удерживающий систему в неподвижном состоянии. Нажать кнопку СБРОС.

6. Нажать клавишу ПУСК. При этом отключится фрикционный тормоз, и система придет в движение. После того как миллисекундомер начнет отсчет времени, нажать и продолжать удерживать кнопку СТОП. В тот момент, когда груз поднимется до верхней точки, отжать кнопку СТОП. При этом включится фрикционный тормоз и затормозит маховик с грузом. Провести отсчет времени t и высоты h_1 падения (расстояние между фотоэлектрическими датчиками), а также высоты подъема h_2 . Результаты записать в табл. 1.

Таблица 1

№	m , кг	m_0 , кг	r , м	R , м	t , с	h_1 , м	h_2 , м
1							
2							
3							
4							
5							
Ср.							

7. П. 4–6 проделать не менее пяти раз.

Обработка результатов измерений

1. На основании полученных результатов вычислить экспериментальное значение момента инерции маховика по формулам (8) или (16).

2. Вычислить теоретическое значение момента инерции маховика по формуле

$$J_{\text{теор}} = \frac{m_0 R^2}{2}, \quad (17)$$

где m_0 , R – масса и радиус маховика.

3. Вычислить погрешности.

4. Сравнить теоретическое и экспериментальные значения моментов инерции. Проверить соотношение

$$|J_{\text{эксп}} - J_{\text{теор}}| < \Delta J. \quad (18)$$

5. Сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется моментом инерции материальной точки, твердого тела? От чего зависит момент инерции тела, и какую роль он играет при вращательном движении?

2. Какие законы положены в основу вывода расчетных формул (5) и (13)?

3. Как записывается основной закон динамики вращательного движения?

4. Какими методами можно измерить момент инерции маховика?

5. Чему равна кинетическая энергия вращающегося тела?

6. Оцените точность результатов измерений момента инерции различными методами.

Литература: 1. Гл. 3, 4; 2. Гл. 4, 5; 3. Гл. 5; 5. С. 29; 7. С. 98; 10. С. 85.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7

ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Приборы и принадлежности: крутильный маятник FPM -05, миллисекундомер FPM-14, параллелепипед, куб.

Цель работы – измерение моментов инерции тел относительно различных осей.

Краткая теория. При вращательном движении твердого тела мерой инертности является величина называемая моментом инерции. **Моментом инерции** твердого тела относительно точки (полюса) называется физическая величина, равная сумме произведе-

ний масс всех материальных точек системы на квадраты их расстояний до этой точки (полюса):

$$J = \sum m_i r_i^2 = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \quad (1)$$

Моментом инерции тела относительно оси называется величина, равная сумме произведений масс всех частиц тела на квадраты их расстояний до оси. Моменты инерции тела относительно осей прямоугольной декартовой системы координат

$$\begin{aligned} J_x &= \sum m_i (y_i^2 + z_i^2), & J_y &= \sum m_i (x_i^2 + z_i^2), \\ J_z &= \sum m_i (x_i^2 + y_i^2). \end{aligned} \quad (2)$$

Моменты инерции тела относительно координатных осей и начала координат (полюса) связаны соотношением

$$J_0 = \frac{1}{2} (J_x + J_y + J_z). \quad (3)$$

Момент инерции тела относительно какой-либо оси зависит не только от массы, формы и размеров тела, но также от положения тела по отношению к этой оси. Согласно **теореме Штейнера** (теореме о переносе осей инерции) момент инерции тела J относительно произвольной оси равен сумме момента инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно данной оси, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями

$$J = J_c + m a^2. \quad (4)$$

Момент инерции твердого тела относительно заданной оси можно представить в виде произведения массы тела на квадрат линейной величины, называемой *радиусом инерции* тела относительно этой оси:

$$J = m \cdot r_x^2. \quad (5)$$

Радиус инерции r_z определяет расстояние от оси z до точки, в которой нужно сосредоточить всю массу тела, чтобы момент инерции материальной точки относительно этой оси равнялся моменту инерции тела. Моменты инерции твердого тела относительно различных осей, проходящих через какую-либо точку O , связаны с моментами инерции этого тела по отношению к осям координат-

ной системы, начало которой совпадает с точкой O , следующим соотношением

$$J = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta + J_z \cos^2 \gamma - 2J_{xy} \cos \alpha \cdot \cos \beta - 2J_{xz} \cos \alpha \cdot \cos \gamma - 2J_{yz} \cos \beta \cdot \cos \gamma, \quad (6)$$

где α , β и γ – углы, образуемые данной осью соответственно с осями OX , OY и OZ . Выражения

$$J_{xy} = \int xy dm, \quad J_{xz} = \int xz dm, \quad J_{yz} = \int yz dm \quad (7)$$

называются *центробежными моментами инерции*. Момент инерции в общем случае определяется шестью величинами, а не одной, как его аналог – масса, являющейся скалярной величиной. Для различных осей, проходящих через начало координат

(различные углы α , β , γ), величина момента инерции будет, естественно, различна. Ось OX называется *главной осью инерции* тела, если центробежные моменты инерции J_{xy} и J_{xz} одновременно равны нулю. Через каждую точку тела можно провести три главные оси инерции. Эти оси взаимно перпендикулярны друг другу. Моменты инерции тела относительно трех главных осей инерции, проведенных в произвольной точке тела, называются *главными моментами инерции* тела. В этом случае момент инерции определяется не шестью, а тремя величинами

$$J = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta + J_z \cos^2 \gamma. \quad (8)$$

Главные оси инерции, проходящие через центр инерции тела, называются *главными центральными осями инерции* тела, а моменты инерции тела относительно этих осей – его *главными центральными моментами инерции*. Для однородных симметричных тел главные центральные оси инерции являются осями симметрии тела. Именно для этого случая проверяется экспериментально уравнение (8).

Моменты инерции различных тел могут быть измерены методом крутильных колебаний с помощью унифицированного подвеса (крутильный маятник). Кру-

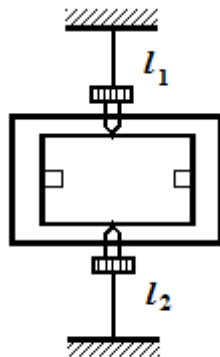


Рис. 1

тильный маятник (рис. 1) состоит из рамки, закрепленной на растяжках (тонких упругих проволоках) l_1 и l_2 . В рамке может быть закреплено твердое тело с центром масс, лежащим на оси вращения. Если повернуть рамку на малый угол φ от положения равновесия и отпустить, то она начнет совершать гармонические крутильные колебания. Движение рамки можно описать с помощью основного уравнения вращательного движения

$$\sum M = J \cdot \varepsilon, \quad (9)$$

где $\sum M$ – суммарный момент упругих сил со стороны растяжек l_1 и l_2 , ε – угловое ускорение, J – момент инерции системы. При малых деформациях кручения

$$\sum M = -K \cdot \varphi. \quad (10)$$

Знак «минус» показывает, что моменты сил упругости препятствуют повороту платформы из положения равновесия.

Модуль кручения

$$K = \frac{\pi \cdot G}{2l_1} d_1^4 + \frac{\pi \cdot G}{2l_2} d_2^4, \quad (11)$$

где d_1 и d_2 – диаметры проволок, l_1 и l_2 – длины подвесов, G – модуль сдвига материала проволок.

На основании уравнений (9) и (10) получим дифференциальное уравнение крутильных колебаний:

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + K \varphi = 0. \quad (12)$$

Таким образом, маятник будет совершать гармонические колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{K}}. \quad (13)$$

Отсюда момент инерции рамки с грузом

$$J = \frac{T^2}{4\pi^2} K. \quad (14)$$

Аналогично для пустой рамки

$$J_0 = \frac{T_0^2}{4\pi^2} K. \quad (15)$$

Вычитая (15) из (14), получим выражение для момента инерции тела

$$J_{\text{эсп}} = \frac{T^2 - T_0^2}{4\pi^2} K. \quad (16)$$

Таким образом, по известным значениям периода колебания маятника с грузом T , периода колебания пустой платформы T_0 и параметров подвеса можно вычислить экспериментальное значение момента инерции тела $J_{\text{эсп}}$ относительно различных осей, но часто значения параметров подвесов (проволок) бывают неизвестными. Тогда момент инерции $J_{\text{эсп}}$ можно найти, сравнивая с моментом инерции эталонного тела (куба). В этом случае из формулы (16) получим выражение для экспериментального определения момента инерции тел относительно различных осей вращения:

$$J_{\text{эсп}} = \frac{T^2 - T_0^2}{T_{\text{эт}}^2 - T_0^2} J_{\text{эт}}, \quad (17)$$

где T_0 , T и $T_{\text{эт}}$ – периоды колебания пустой рамки, исследуемого и эталонного тел соответственно. Момент инерции эталонного тела

$$J_{\text{эт}} = \frac{1}{6} m_{\text{эт}} a_{\text{эт}}^2. \quad (18)$$

Исследуемое тело (параллелепипед) имеет правильную геометрическую форму: оно представляет собой однородный прямоугольный параллелепипед с массой m и ребрами a , b , c . Момент инерции такого тела относительно оси проходящей через центр масс может быть рассчитан теоретически по формуле (8). Если ось вращения совпадает с осью Z , то момент инерции параллелепипеда относительно этой оси будет

$$J_{\text{теор.1}} = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2), \quad (19)$$

где a и b – размеры ребер перпендикулярных оси вращения.

Для оси вращения, совпадающей с диагональю параллелепипеда

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \quad \cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}},$$

$$\cos \gamma = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}. \quad (20)$$

Тогда с учетом формулы (8) момент инерции тела относительно оси, совпадающей с диагональю параллелепипеда

$$J_{\text{теор.2}} = \frac{1}{6} m \frac{a^2 b^2 + b^2 c^2 + a^2 c^2}{a^2 + b^2 + c^2}. \quad (21)$$

Экспериментальная проверка формулы (8) в данной работе сводится к проверке уравнения (22), полученного из уравнений (8) и (17):

$$t^2 = \frac{a^2 t_x^2 + b^2 t_y^2 + c^2 t_z^2}{a^2 + b^2 + c^2}, \quad (22)$$

где t_x , t_y , t_z и t – время десяти колебаний рамки с исследуемым параллелепипедом относительно осей OX , OY , OZ и оси совпадающей с диагональю соответственно.

Описание экспериментальной установки

Крутильный маятник представлен на рис. 2. На вертикальной стойке 1 закреплены три кронштейна: верхний 2, средний 3 и нижний 4. Между кронштейнами 2 и 3 с помощью проволочных растяжек 5 закреплена рамка 6. Исследуемое тело 7 закрепляется внутри рамки с помощью подвижной планки 9, которая может перемещаться по направляющим 10 и фиксироваться путем затягивания гаек. На кронштейне 3 укреплена шкала 8, а также электромагнит 11, удерживающий рамку в начальном положении. Электромагнит можно перемещать, изменяя тем самым угол начального отклонения маятника. На среднем кронштейне также закреплен фотоэлектрический датчик 12, подающий сигналы начала и окончания отсчета времени и числа колебаний на миллисекундомер 13. Отсчет времени и числа колебаний производится с помощью цифровых индикаторов 14 и 15, находящихся на лицевой панели миллисекундомера FPM-14.

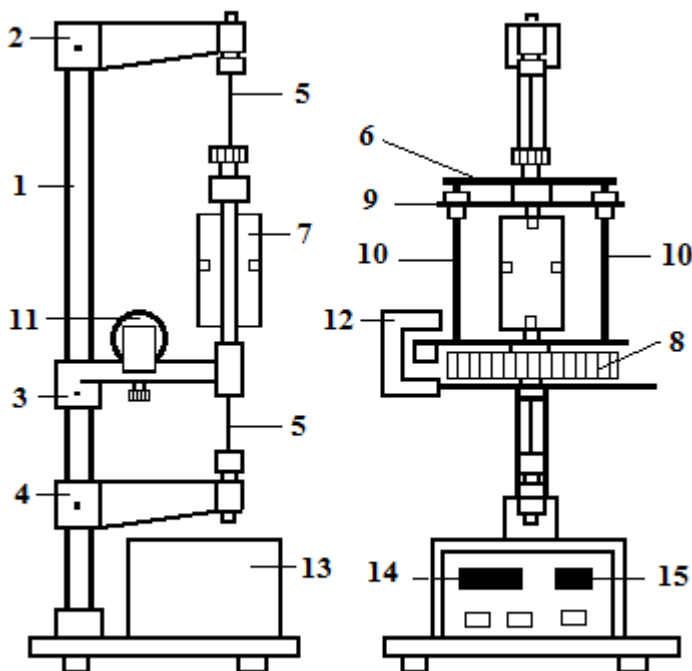


Рис. 2

Погрешность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.

Погрешность измерения угла не менее 1° .

Примечание. Число выполняемых упражнений согласовать с преподавателем.

Упражнение 1 Измерение момента инерции тел

1. Закрепить исследуемый параллелепипед в рамке так, чтобы одна из граней (со сторонами a и b) была перпендикулярна оси вращения, а ось вращения проходила через центр масс. Для этого необходимо произвести следующие действия. Освободить под-

вижную планку, отвернув зажимные гайки, поднять подвижную планку по направляющим и установить груз на нижней планке рамки. Фиксирующий выступ на нижней планке рамки должен войти в углубление на нижней грани параллелепипеда. Опустить верхнюю подвижную планку по направляющим. Фиксирующий выступ должен войти в углубление на верхней грани. Зажать гайки на направляющих и закрепить груз верхним винтом. С помощью штангенциркуля измерить размеры граней a и b , перпендикулярных оси вращения (ось вращения совпадает с осью OZ).

2. Нажать клавишу СЕТЬ, расположенную на передней панели прибора. При этом должны загореться лампочки цифровой индикации времени, числа периодов и лампочка фотодатчика.

3. Переключить кнопку ПУСК в положение ВЫКЛ (кнопка отжата). Повернуть рамку так, чтобы флажок рамки притянулся электромагнитом. Нажать кнопку СБРОС. При этом на табло ПЕРИОДЫ и ВРЕМЯ должны высветиться нули.

4. Произвести запуск, нажав кнопку ПУСК, и измерить время t_z десяти полных колебаний. Остановка счета производится нажатием кнопки СТОП в тот момент, когда на табло ПЕРИОДЫ высвечивается цифра 9.

5. П. 3 и 4 проделать не менее пяти раз. Результаты записать в табл. 1.

Таблица 1

№	a , мм	b , мм	m , кг	$m_{\text{эт}}$, кг	$a_{\text{эт}}$, мм	t_z , с	$t_{\text{эт}}$, с	t_0 , с
1								
2								
3			1,98	0,98				
4								
5								
Ср.								

6. Руководствуясь п. 1, закрепить в рамке эталонный груз (куб), и проделать п. 3–5 с эталонным грузом.

7. Снять груз с рамки и проделать п. 3–5 с пустой рамкой.

Обработка результатов измерений

1. По данным табл. 1 рассчитать экспериментальное значение момента инерции $J_{\text{экс}}$ относительно оси OZ используя формулы (17) и (18). При расчете в формулу (17) вместо периодов T , $T_{\text{эт}}$ и T_0 можно подставлять t_z , $t_{\text{эт}}$ и t_0 соответственно.

2. Согласно формуле (19) рассчитать теоретическое значение момента инерции тела (параллелепипеда).

3. Рассчитать погрешности и сравнить теоретическое и экспериментальные значения моментов инерции.

4. Сделать выводы.

Упражнение 2

Проверка теоремы Штейнера–Гюйгенса

1. Руководствуясь п. 1 (упр. 1) закрепить в рамке два куба, расположив их симметрично относительно оси вращения так, чтобы центры масс отстояли на расстоянии d от оси вращения. Руководствуясь пунктами 3 и 4 упражнения 1, измерить время десяти полных колебаний t .

2. Закрепить в рамке один из кубов так, чтобы ось вращения проходила через центр масс, а одна из граней была параллельна оси вращения и аналогично измерить время десяти полных колебаний $t_{\text{эт}}$.

3. Снять куб с рамки и измерить время десяти полных колебаний t_0 пустой рамкой.

Таблица 2

№	t , с	d , мм	$t_{\text{эт}}$, с	a , мм	$m_{\text{эт}}$, кг	t_0 , с
1						
2						
3						
4						
5						
Ср.						

Все измерения проделать не менее пяти раз, а результаты записать в табл. 2.

Обработка результатов измерений

1. Рассчитать по формуле

$$J_{\text{эксп}} = \frac{1}{3} m_{\text{эт}} a_{\text{эт}}^2 \frac{T^2 - T_0^2}{T_{\text{эт}}^2 - T_0^2}$$

экспериментальное значение момента инерции тела (с учетом двух масс) относительно оси, не проходящей через центр масс (формулы (17) и (18)).

2. По теореме Штейнера–Гюйгенса

$$J_{\text{теор}} = \frac{1}{6} m_{\text{эт}} a_{\text{эт}}^2 + m_{\text{эт}} d^2$$

вычислить теоретическое значение момента инерции.

3. Вычислить погрешности.

4. Сравнить экспериментальное и теоретическое значения моментов инерции:

$$|J_{\text{теор}} - J_{\text{эксп}}| \leq \Delta J.$$

5. Сделать вывод о выполнении (в пределах погрешности измерений) теоремы Штейнера–Гюйгенса.

Упражнение 3

Измерение моментов инерций тел относительно различных осей

1. Руководствуясь п. 1 (упр. 1) закрепить параллелепипед в рамке так, чтобы одна из граней была перпендикулярна оси вращения, а ось вращения проходила через центр масс (осью вращения является ось OX). Измерить штангенциркулем размер ребра a , параллельного оси вращения. Руководствуясь п. 3 и 4 упражнения 1, измерить время десяти полных колебаний t_x .

2. Закрепляя параллелепипед в рамке поочередно в двух различных положениях, при которых ось вращения перпендикулярна двум другим граням, измерить время t_y и t_z , а также размеры b и c ребер, параллельных осям OY и OZ соответственно.

3. Закрепить параллелепипед в рамке так, чтобы ось вращения совпадала с диагональю параллелепипеда, и измерить время t десяти-

ти полных колебаний. Все измерения проделать не менее пяти раз, а результаты записать в табл. 3.

Таблица 3

№	t_x , с	a , мм	t_y , с	b , мм	t_z , с	c , мм	t , с
1							
2							
3							
Ср.							

Обработка результатов измерений

1. Рассчитать по формулам (17) и (18) экспериментальное значение момента инерции параллелепипеда относительно оси совпадающей с диагональю. При этом значения $m_{\text{эт}}$, $a_{\text{эт}}$, $t_{\text{эт}}$ и t_0 брать из табл. 1.

2. По формуле (21) вычислить теоретическое значение момента инерции.

3. Вычислить погрешности.

4. По данным табл. 2 проверить (в пределах погрешности измерений) справедливость уравнения (22), следовательно, и соотношения (8).

5. Сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется моментом инерции тела относительно точки (полюса), оси? Как они связаны между собой?

2. Что называется главными центральными моментами инерции тела?

3. Сформулируйте теорему Штейнера – Гюйгенса.

4. Выведите формулу для периода колебаний крутильного маятника. От чего зависит период колебания крутильного маятника?

5. В чем отличие крутильных колебаний от колебаний физического маятника?

Литература: 1. Гл. 4, 18; 2. Гл. 4, 27; 3. Гл. 5; 6. С. 47.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8

ИЗУЧЕНИЕ ГИРОСКОПА

Приборы и принадлежности: гироскоп FPM-10.

Цель работы – изучение закона сохранения момента импульса, исследование гироскопического эффекта, ознакомление с особенностями движения гироскопа.

Краткая теория. **Гироскопом** (волчком) называется массивное тело, вращающееся с большой угловой скоростью вокруг оси симметрии. Основное свойство гироскопа – способность сохранять неизменное направление оси вращения в пространстве при отсутствии момента внешних сил. Поэтому гироскопы используются в качестве указателя заданного направления при движении самолетов, судов, ракет и т.д. (гироскомпасы, гиростабилизаторы, автопилоты). В основе устойчивого движения пуля, снарядов, ракет также лежит гироскопический эффект.

Если момент внешних сил, действующий на гироскоп, не равен нулю, то ось гироскопа начинает поворачиваться в пространстве с некоторой угловой скоростью Ω , описывая коническую поверхность (рис.1). Такое движение называется **прецессией**. Если угловая скорость прецессии намного меньше угловой скорости вращения гироскопа вокруг своей оси ($\Omega \ll \omega$), то можно приближенно считать вектор $\vec{L}$ равным $J\vec{\omega}$ и направленным вдоль оси гироскопа. При этом поворот вектора и поворот оси гироскопа означает одно и то же. Следовательно, о движении вектора момента импульса можно судить по движению видимой оси гироскопа. Рассмотрим гироскоп, состоящий из диска, который может вращаться вокруг горизонтальной оси OO_1 и противовеса A (рис. 2). Ось гироскопа шарнирно закре-

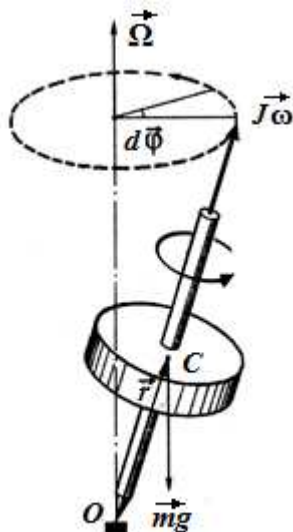
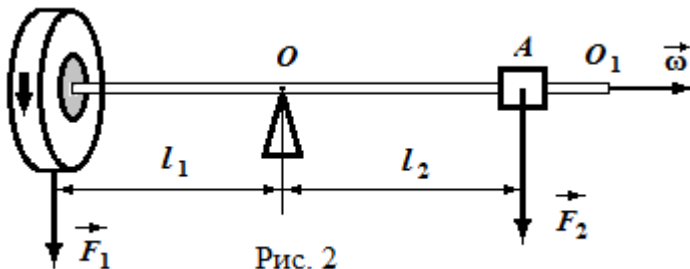


Рис. 1

поставлен. Рассмотрим гироскоп, состоящий из диска, который может вращаться вокруг горизонтальной оси OO_1 и противовеса A (рис. 2). Ось гироскопа шарнирно закре-

плена в точке O . Противовес A можно перемещать вдоль оси OO_1 . Если противовес A расположен так, что точка O является центром



масс системы, то такой гироскоп называется уравновешенным. Для уравновешенного гироскопа

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2, \quad (1)$$

где F_1 и F_2 – силы тяжести диска и противовеса, l_1 и l_2 – расстояния от точки O до центров масс диска и противовеса (плечи сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$).

Следовательно, результирующий момент сил, действующий на систему, равен нулю ($M = 0$). Пусть диск уравновешенного гироскопа вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$. В этом случае на основании основного закона динамики вращательного движения имеем

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0, \quad (2)$$

где $\vec{L} = J\vec{\omega}$ – момент импульса диска. Из уравнения (2) следует, что вектор момента импульса не зависит от времени, т.е гироскоп обладает постоянным моментом импульса $\vec{L}$, совпадающим по направлению с угловой скоростью $\vec{\omega}$:

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const}. \quad (3)$$

Таким образом, при отсутствии момента внешних сил гироскоп сохраняет положение своей оси в пространстве.

Попытаемся теперь повернуть ось гироскопа в вертикальной плоскости yz по часовой стрелке (рис. 3). Для этого сдвинем противовес от положения равновесия вправо на некоторое расстояние

1. При этом на гироскоп будет действовать момент силы тяжести

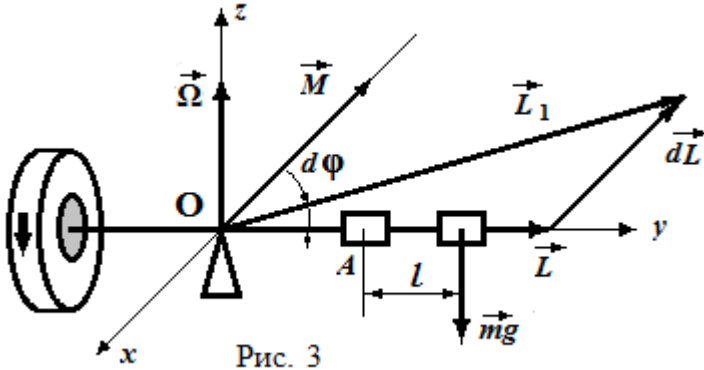


Рис. 3

$\vec{M}$, направленный против оси Ox и по величине равный

$$M = mgl. \quad (4)$$

Из основного уравнения динамики вращательного движения следует, что момент силы $\vec{M}$ вызовет за время dt изменение момента импульса

$$d\vec{L} = \vec{M} \cdot dt, \quad (5)$$

направление которого совпадает с направлением вектора $\vec{M}$, т.е. перпендикулярно первоначальному направлению вектора $\vec{L}$.

Следовательно, через время dt момент импульса гироскопа станет равным

$$\vec{L}_1 = \vec{L} + d\vec{L}, \quad (6)$$

и ось гироскопа изменит свое положение в пространстве, повернувшись на угол $d\varphi$ в горизонтальной плоскости вокруг оси z (см. рис. 3). За следующий промежуток времени снова произойдет изменение момента импульса на величину $d\vec{L}$ и т.д. В результате ось гироскопа под действием постоянного момента внешних сил будет непрерывно вращаться в горизонтальной плоскости с некоторой постоянной угловой скоростью Ω , т.е. будет наблюдаться прецессия. При этом угловая скорость прецессии

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\varphi}{t}. \quad (7)$$

Из рис. 3 видно, что при малых углах поворота оси гироскопа

$$d\varphi = \frac{dL}{L}. \quad (8)$$

Тогда из формул (7) и (8) следует, что

$$\frac{dL}{dt} = \Omega \cdot L. \quad (9)$$

На основании основного закона динамики вращательного движения с учетом формулы (4) имеем

$$\frac{dL}{dt} = M = mgl. \quad (10)$$

Следовательно, согласно формулам (3), (9) и (10), для угловой скорости прецессии окончательно получим выражение в виде

$$\Omega = \frac{mgl}{J\omega}. \quad (11)$$

Описание экспериментальной установки

В экспериментальной установке, показанной на рис. 4, собст-

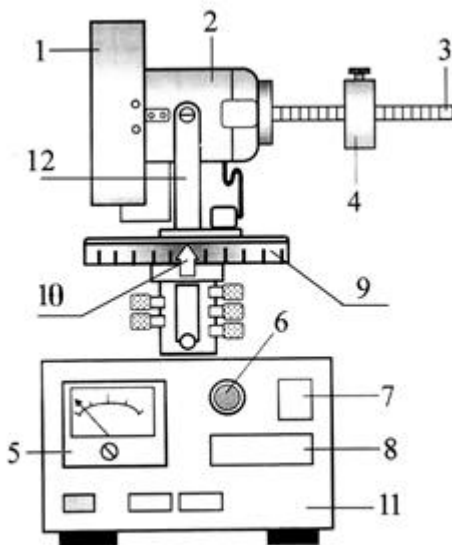


Рис. 4

венно гироскопом является ротор электрического мотора, с наса-

женным на его ось с массивным диском 1. Корпус электрического мотора шарнирно закреплен с вилкой 12, что позволяет ограниченное вращение оси гироскопа в вертикальной плоскости. Поворот в горизонтальной плоскости достигается благодаря вращению вилки 12 со скользящими контактами вокруг основания. Угол поворота гироскопа вокруг вертикальной оси можно отсчитывать по лимбу 9 с нанесенной угловой шкалой при помощи указателя 10. Лимб имеет прорези через каждые 5° , которые считываются фотоэлектрическим датчиком и передаются в блок управления. Информация об угле поворота отображается на индикаторе 7. Скорость вращения диска регулируется ручкой 6 «РЕГУЛЯТОР СКОРОСТИ», находящейся на лицевой панели блока управления 11. Измерение скорости вращения диска производится с помощью стрелочного прибора 5. Управление универсальным секундомером производится с помощью клавиш «СБРОС» и «СТОП». При этом время отображается на цифровом индикаторе 8. Питание электрического мотора и фотоэлектрических датчиков осуществляется с помощью системы скользящих контактов. К корпусу мотора закреплен рычаг 3 с нанесенной метрической шкалой (0–15 см). Горизонтальное положение оси гироскопа обеспечивается противовесом 4, находящимся на рычаге 3. Смещая противовес вдоль рычага, можно создать дополнительный момент силы тяжести, действующий на гироскоп при его вращении.

Погрешность измерения скорости вращения не менее $\pm 2,5\%$.

Погрешность измерения времени 0,02%.

Упражнение 1

Исследование зависимости угловой скорости прецессии от момента внешних сил

1. Произвести выравнивание гироскопа с помощью регулировочных винтов (по необходимости).
2. Установить ручку «РЕГУЛЯТОР СКОРОСТИ» в крайнее левое положение.
3. Включить установку нажатием клавиши «СЕТЬ». При этом загораются световые индикаторы.

4. Освободить винт, закрепляющий противовес. Перемещая противовес, добиться равновесного горизонтального положения оси гироскопа. Закрепить противовес винтом в данном положении.

5. Медленно вращая ручку «РЕГУЛЯТОР СКОРОСТИ», установить по шкале прибора 5 число оборотов диска около 4000 об./мин (рекомендуется преподавателем). Дождаться установления стабильного показания прибора (~ 2 мин).

6. Придерживая рукой рычаг, освободить винт крепления противовеса, сдвинуть противовес влево на расстояние 2 см от равновесного положения и закрепить.

7. Продолжая придерживать рычаг рукой в горизонтальном положении, поворачивая гироскоп относительно вертикальной оси, привести указатель поворота 10 в нулевое положение по шкале 9. Нажать кнопку «СБРОС». Осторожно без рывков отпустить рычаг, в результате чего ось гироскопа начнет медленно вращаться в горизонтальной плоскости. В тот момент, когда на индикаторе 7 высветится цифра 5 (рекомендуется преподавателем), нажать кнопку «СТОП». При этом остановка времени произойдет при угле поворота $\varphi=60^\circ$.

8. Значения времени и угла поворота записать в табл. 1.

Таблица 1

№	l, см	$\varphi, ^\circ$	t, с			t _{ср} , с	n, с ⁻¹	m, г
			t ₁	t ₂	t ₃			

9. Повторить п. 7 еще два раза.

10. Руководствуясь п. 6 и сдвигая противовес каждый раз на 2 см влево, выполнить п. 7 и 8.

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов.
2. По данным табл. 1 построить график зависимости $\Omega = \Omega(l)$ при $\omega = \text{const}$.
3. По графику определить тангенс угла наклона

$$k_1 = \frac{\Delta\Omega}{\Delta l}.$$

4. Вычислить момент инерции J гироскопа по формуле

$$J = \frac{mg}{\omega \cdot k_1}$$

где $\omega = 2\pi n$ – угловая скорость вращения диска.

5. Рассчитать погрешности.

6. Проверить соотношения

$$\frac{l_1}{\Omega_1} = \frac{l_2}{\Omega_2} = \frac{l_3}{\Omega_3} = \dots$$

Примечание. При устойчивой работе электрического мотора ($\omega = \text{const}$) в пределах ошибок измерений должны соблюдаться данные соотношения.

7. Сделать выводы.

Упражнение 2

Исследование зависимости угловой скорости прецессии от угловой скорости вращения диска

Порядок выполнения работы

1. Установить гироскоп в горизонтальной плоскости пользуясь регулировочными винтами.

2. Установить ручку «РЕГУЛЯТОР СКОРОСТИ» в крайнее левое положение.

3. Включить установку нажатием клавиши «СЕТЬ». При этом загораются световые индикаторы.

4. Придерживая рукой рычаг, освободить винт крепления противовеса, сдвинуть противовес влево на расстояние 4 см от равновесного положения и закрепить (рекомендуется преподавателем).

5. Медленно вращая ручку «РЕГУЛЯТОР СКОРОСТИ», установить по шкале прибора 5 число оборотов диска около 2000 об./мин. Дождаться установления стабильного показания прибора (~ 2 мин).

6. Продолжая придерживать рычаг рукой в горизонтальном положении, поворачивая гироскоп относительно вертикальной оси,

привести указатель поворота 10 в нулевое положение по шкале 9. Нажать кнопку «СБРОС». Осторожно без рывков отпустить рычаг, в результате чего ось гироскопа начнет медленно вращаться в горизонтальной плоскости. В тот момент, когда на индикаторе 7 высветится цифра 5 (рекомендуется преподавателем), нажать кнопку «СТОП». При этом остановка времени произойдет при угле поворота $\varphi=60^\circ$.

7. Значения времени и угла поворота записать в табл. 2.

8. Повторить п. 6 и 7 еще два раза.

9. Руководствуясь п. 5–8 производят измерения для четырех других (3000, 4000, 5000, 6000 об./мин) частот вращения диска (рекомендуется преподавателем).

Таблица 2

№	$n, \text{с}^{-1}$	$\varphi, ^\circ$	$t, \text{с}$			$t_{\text{ср}}, \text{с}$	$l, \text{см}$	$m, \text{г}$
			t_1	t_2	t_3			

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов.

2. По данным табл. 2 построить график зависимости $\Omega = \Omega(1/\omega)$ при $l = \text{const}$.

3. По графику определить тангенс угла наклона

$$k_2 = \frac{\Delta\Omega}{\Delta\left(\frac{1}{\omega}\right)}.$$

4. Вычислить момент инерции гироскопа по формуле

$$J = \frac{mgl}{k_2}.$$

5. Вычислить погрешности.

6. Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Что называется моментом силы, моментом импульса относительно точки и относительно оси?
2. Как записывается основное уравнение динамики вращательного движения?
3. Сформулируйте закон сохранения момента импульса.
4. Что называется гироскопом?
5. Что такое прецессия?
6. От чего зависит угловая скорость прецессии гироскопа?
7. Объясните сущность гироскопического эффекта.

Литература: 1. Гл. 4; 2. Гл. 5; 3. Гл. 5; 7. С. 139; 10. С. 88.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 9

ИЗУЧЕНИЕ ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Приборы и принадлежност: маятник Максвелла FPM-03, миллисекундомер FPM-15, набор сменных колец.

Цель работы – ознакомление со сложным движением твердого тела на примере маятника Максвелла, определение моментов инерции тел, а также проверка закона сохранения энергии.

Краткая теория. Маятник Максвелла представляет собой однородный диск, насаженный на цилиндрический вал радиуса r (рис. 1). На вал виток к витку наматываются две нити, концы которых прикреплены на кронштейне. Поскольку радиус вала r пренебрежимо мал по сравнению с длиной нити, моментом силы тяжести относительно точки A можно пренебречь. Следовательно, можно считать, что центр масс системы движется строго. Движение диска происходит под действием трех сил: силы тяжести mg и двух сил натяжения нитей T . Тогда уравнение движения диска без учета сил трения будет иметь вид

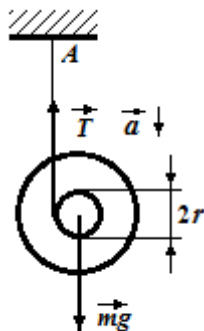


Рис. 1

$$Ma = mg - 2T. \quad (1)$$

Поскольку линия действия сил натяжения нитей не проходит через центр масс, то силы натяжения создают вращающий момент

$$M = 2T \cdot r. \quad (2)$$

Под действием моментов сил натяжения нитей диск, помимо поступательного движения, будет совершать вращательное движение вокруг оси, проходящей через центр масс.

Применяя к маятнику основное уравнение динамики вращательного движения, получим

$$J \cdot \varepsilon = 2T \cdot r, \quad (3)$$

где J – момент инерции системы.

Таким образом, диск будет совершать сложное движение, складывающееся из поступательного движения центра масс с ускорением a и вращательного движения с угловым ускорением ε . При этом угловое ε и линейное a ускорения связаны соотношением

$$a = \varepsilon \cdot r. \quad (4)$$

Решая систему уравнений (1), (3) и (4), получим

$$a = \frac{g}{\frac{J}{mr^2} + 1}. \quad (5)$$

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка, представленная на рис. 2 состоит из вертикальной стойки 1, на которой закреплены два кронштейна – верхний 2 и нижний 3. На верхнем кронштейне смонтированы: электромагнит 4, устройство для крепления и регулировки длины нитей подвеса, а также фотоэлектрический датчик, подающий сигнал начала отсчета времени. Нижний кронштейн может перемещаться вдоль вертикальной стойки и закрепляться в любом положении. На кронштейне 3 закреплен фотоэлектрический датчик 5, подающий сигнал окончания отсчета времени на миллисекундомер 9.

Маятник Максвелла представляет собой однородный диск 8, насаженный на цилиндрический вал 6. На диск насаживается

съемное кольцо 7. К концам вала прикреплены две прочные нити, концы которых закреплены к верхнему кронштейну.

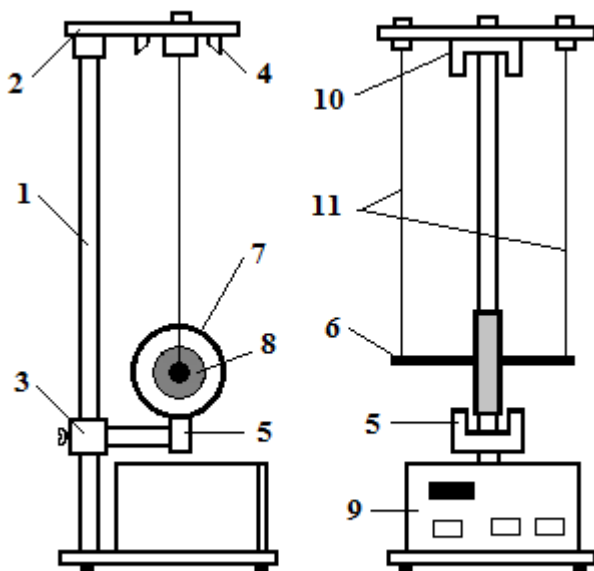


Рис. 2

1. Точность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.
2. Точность измерения высоты падения не менее 2 мм.
3. Точность измерения высоты подъема не менее 5 мм.

Порядок выполнения работы

1. Насадить на диск съемное кольцо.
2. Установить нижний кронштейн так, чтобы кольцо не задевало корпуса, но пересекало световой луч фотодатчика.
3. Нажать клавишу СЕТЬ. При этом загораются лампочки фотозлектрических датчиков, цифровые индикаторы, а также включается электромагнит.
4. Вращая маятник и следя за тем, чтобы нити наматывались на вал виток к витку, зафиксировать его в верхнем положении при помощи электромагнита.

5. Нажать кнопку СБРОС. При этом цифровые индикаторы должны показывать нули.

6. Нажать клавишу ПУСК. При этом цепь электромагнита размыкается, и маятник придет в движение.

7. Остановить маятник и записать время падения в таблицу.

8. Отжать клавишу ПУСК и проделать пункты 4–7 не менее пяти раз.

9. Измерить с помощью штангенциркуля внешние диаметры вала, диска и кольца. Результаты записать в таблицу.

10. Измерить при помощи шкалы, нанесенной на вертикальной стойке, высоту падения h .

11. Результаты измерений записать в таблицу.

Упражнение 1

Изучение плоского движения маятника Максвелла

Маятник Максвелла, применяемый в данной работе, состоит из составных элементов правильной геометрической формы – вала, диска и съемного кольца, сделанных из однородного материала (см. табл. 12 прил.).

Момент инерции однородного вала

$$J_{\text{В}} = \frac{1}{8} m_{\text{В}} d_{\text{В}}^2. \quad (6)$$

Момент инерции диска

$$J_{\text{Д}} = \frac{1}{8} m_{\text{Д}} (d_{\text{В}}^2 + d_{\text{Д}}^2). \quad (7)$$

Момент инерции съемного кольца

$$J_{\text{К}} = \frac{1}{8} m_{\text{К}} (d_{\text{Д}}^2 + d_{\text{К}}^2). \quad (8)$$

Следовательно, в силу аддитивности момент инерции системы равен

$$J = \frac{1}{8} [m_{\text{В}} d_{\text{В}}^2 + m_{\text{Д}} (d_{\text{В}}^2 + d_{\text{Д}}^2) + m_{\text{К}} (d_{\text{Д}}^2 + d_{\text{К}}^2)], \quad (9)$$

где $d_{\text{В}}$, $d_{\text{Д}}$ и $d_{\text{К}}$ – внешние диаметры вала, диска и съемного кольца.

Таким образом, согласно уравнению (5) ускорение при плоском движении

$$a_T = \frac{8mgr^2}{m_B d_B^2 + m_D (d_B^2 + d_D^2) + m_K (d_D^2 + d_K^2) + 2md_B^2}, \quad (10)$$

где $m = m_B + m_D + m_K$ – масса маятника Максвелла.

Если маятник проходит расстояние h за время t , то ускорение системы

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (11)$$

Именно с помощью этой формулы экспериментально проверяется соотношение (10).

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.
2. Вычислить по формуле (10) теоретическое значение ускорения системы при плоском движении.
3. Вычислить по формуле (11) экспериментальное значение ускорения системы.
4. Вычислить погрешности измерений.
5. Сравнить теоретическое и экспериментальное значения ускорений.
6. Сделать выводы.

Упражнение 2

Проверка закона сохранения механической энергии с помощью маятника Максвелла

Если принять потенциальную энергию маятника в нижнем его положении за нулевую конфигурацию ($W_n = 0$), то в верхнем положении маятник будет обладать энергией

$$W_{n1} = mgh. \quad (12)$$

Кинетическая энергия маятника Максвелла, совершающего плоское движение в нижнем положении:

$$W_{\kappa 2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (13)$$

Если пренебречь силами трения, то закон сохранения механической энергии для консервативной системы запишется в виде

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (14)$$

Поскольку маятник движется постоянным ускорением, то его конечную скорость можно определить по формуле

$$v = \frac{2h}{t}. \quad (15)$$

Из уравнений (12) – (15) для момента инерции системы получим следующее выражение:

$$J_{\text{эксп}} = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (16)$$

Момент инерции составного маятника (см. упр. 1) равен

$$J_{\text{теор}} = \frac{1}{8} [m_B d_B^2 + m_D (d_B^2 + d_D^2) + m_K (d_D^2 + d_K^2)]. \quad (17)$$

Экспериментальная проверка закона сохранения механической энергии сводится к эквивалентности результатов, полученных с помощью формул (16) и (17).

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.
2. Вычислить по формуле (16) экспериментальное значение момента инерции системы.
3. Рассчитать по формуле (17) теоретическое значение момента инерции системы.
4. Вычислить погрешности измерений.
5. Сравнить теоретическое и экспериментальное значения моментов инерции.
6. Сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Какое движение называется плоским?

2. Как влияет масса съемного кольца на характер движения маятника Максвелла?
3. Напишите основное уравнение динамики вращательного движения. Что такое момент силы, момент инерции?
4. Чему равна кинетическая энергия тела при плоском движении?
5. Сформулируйте закон сохранения механической энергии. Когда он выполняется?
6. Почему маятник Максвелла не поднимается на первоначальную высоту?

Литература: 1. Гл. 3, 4; 2. Гл. 3, 4; 3. Гл. 3, 5; 6. С. 34; 7. С. 137.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНОГО БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Приборы и принадлежности: крутильный баллистический маятник FPM-09, миллисекундомер FPM-14, стреляющее устройство, наборы пуль.

Цель работы – изучение законов сохранения момента импульса и механической энергии, измерение модуля кручения и скорости пули.

Краткая теория. Для измерения скорости пули в лабораторных условиях применяют прямые и косвенные методы. Прямой метод, основанный на измерении времени прохождения пуль определенного расстояния, является нелегкой задачей из-за большой скорости пули. В связи с этим широкое распространение получили различные косвенные методы, к числу которых относится применяемый в настоящей работе метод крутильного баллистического маятника.

Крутильный баллистический маятник представляет собой тело со значительным моментом инерции, подвешенное на упругом подвесе (рис. 1). Пусть летящая со скоростью v пуля массой m испытывает абсолютно неупругий удар с мишенью крутильного баллистического маятника. В результате удара пуля маятник отклоняется от положения равновесия. При этом кинетическая энергия ма-

маятника, полученная при ударе пули, постепенно переходит в потенциальную энергию упругой деформации подвеса. Когда потенциальная энергия достигнет максимальной величины, начинается обратный процесс перехода потенциальной энергии в кинетическую и т.д. Таким образом, маятник будет совершать колебания, период которых значительно больше времени соударения $\tau \ll T$ (баллистический маятник). Следовательно, за время удара маятник не успевает заметно отклониться от положения равновесия. Это значит, что во время удара не возникают силы, стремящиеся вернуть маятник в исходное состояние. Поэтому систему можно рассматривать как замкнутую и применить закон сохранения момента импульса

$$mvl = (J + ml^2) \cdot \omega, \quad (1)$$

где m – масса пули, v – скорость пули, l – расстояние от оси вращения маятника до точки удара пули, ω – угловая скорость маятника, J – момент инерции маятника.

На основании закона сохранения энергии имеем

$$\frac{1}{2} (J + ml^2) \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} k\varphi^2, \quad (2)$$

где φ – наибольший угол поворота маятника, k – модуль кручения подвеса.

Из уравнений (1) и (2), учитывая, что момент инерции пули ml^2 во много раз меньше момента инерции маятника J , получим

$$v^2 = \frac{k\varphi^2 J}{m^2 l^2}. \quad (3)$$

При малых углах отклонения маятник совершает гармонические колебания, период которых

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k}}. \quad (4)$$

Следовательно, из формулы (3) с учетом (4) получим окончательное выражение для вычисления скорости пули с помощью крутильного баллистического маятника:

$$v = \frac{k \cdot \varphi \cdot T}{2\pi \cdot m \cdot l}. \quad (5)$$

С помощью формулы (5) по известному значению модуля кручения и измеренным экспериментальным значениям m , l , φ и T можно вычислить скорость пули. Однако часто бывает неизвестно значение модуля кручения подвеса.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка, представленная на рис. 1, состоит из крутильного баллистического маятника и стреляющего устройства 9 (пружинный пистолет). Крутильный баллистический

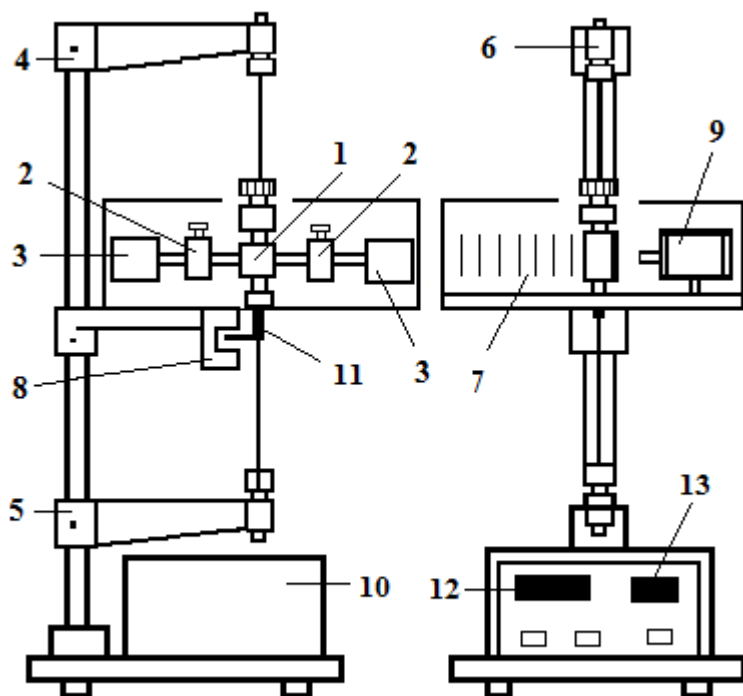


Рис. 1

маятник представляет собой крестовину 1 с двумя горизонтальными стержнями со значительным моментом инерции. По горизонтальным стержням крестовины могут перемещаться два груза 2, позволяющие изменить момент инерции маятника. Крестовина подвешена с помощью упругого подвеса (стальных проволок) к

кронштейнам 4 и 5. К концам горизонтальных стержней крестовины закреплены две мишени 3, заполненные пластилином (в котором задерживается пуля). Вращением головки 6 маятник может быть установлен в исходном положении (нулевая отметка шкалы совпадает с вертикальной чертой на мишени). На среднем кронштейне смонтирован фотоэлектрический датчик 8, подающий сигнал начала и окончания счета времени и числа колебаний на миллисекундомер 10. Отсчет времени и числа колебаний производится с помощью цифровых индикаторов 12 и 13, находящихся на лицевой панели миллисекундомера FPM-14. Для измерения угла поворота маятника на кожухе нанесена шкала 7.

Погрешность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.

Погрешность измерения угла не менее 1° .

Упражнение 1

Измерение модуля кручения подвеса

(выполняется по усмотрению преподавателя)

Когда цилиндрические грузы находятся на расстоянии R_1 от оси вращения, маятник, имеющий момент инерции J_1 , будет совершать колебания с периодом

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{k}}. \quad (6)$$

При изменении расстояния до R_2 маятник будет совершать колебания с периодом

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_2}{k}}. \quad (7)$$

Из формул (6) и (7), для разности моментов инерции маятника при различных положениях грузов массой M получим выражение

$$J_1 - J_2 = k \frac{T_1^2 - T_2^2}{4\pi^2}. \quad (8)$$

С другой стороны согласно теореме Штейнера

$$J_1 - J_2 = 2M(R_1^2 - R_2^2). \quad (9)$$

Тогда для модуля кручения подвеса получим следующее выражение:

$$k = \frac{8\pi^2 \cdot M \cdot (R_1^2 - R_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (10)$$

Упражнение 2

Измерение скорости пули методом крутильного баллистического маятника

Экспериментальная формула (5) для измерения скорости пули методом крутильного баллистического маятника с учетом формулы (10) будет иметь вид

$$v = \frac{4\pi \cdot \varphi \cdot M \cdot T_1 \cdot (R_1^2 - R_2^2)}{m \cdot l \cdot (T_1^2 - T_2^2)}, \quad (11)$$

где φ выражается в радианах.

Порядок выполнения работы

1. Нажать клавишу СЕТЬ, расположенную на лицевой панели миллисекундомера. При этом загораются цифровые индикаторы и лампочка фотоэлектрического датчика.

2. Раздвинуть цилиндрические грузы на стержне маятника так, чтобы расстояние от оси вращения маятника до центра масс каждого груза было $R_1 = 9$ см.

3. Вращением головки установить маятник так, чтобы нулевая отметка шкалы совпадала с вертикальной чертой мишени. Нажать кнопку СБРОС.

4. Зарядить пружинный пистолет и выстрелить. Измерить по шкале максимальный угол отклонения маятника φ_1 .

5. Измерить время десяти полных колебаний t_1 маятника с моментом инерции J_1 .

Примечание. Остановка счета времени производится нажатием кнопки СТОП в тот момент, когда на табло ПЕРИОДЫ высвечивается цифра 9.

6. Измерить расстояние l от оси вращения маятника до места удара пули.

7. Сдвинуть грузы на минимальное расстояние $R_2 = 2$ см. Нажать кнопку СБРОС.

8. Отклонить маятник рукой на угол $\varphi \approx 30^\circ$ и отпустить. Измерить время десяти полных колебаний t_2 маятника с моментом инерции J_2 .

9. П. 4–8 проделать не менее пяти раз. Результаты измерений занести в табл. 1.

Обработка результатов измерений

Упражнение 1

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.
2. По формуле (10) вычислить среднее значение модуля кручения k подвеса.
3. Вычислить погрешности измерений.
4. Записать ответ.

Таблица 1

№	m , г	M , г	R_1 , м	R_2 , м	t_1 , с	t_2 , с	φ_1 , °	l , м
1								
2								
3								
4								
5								
Ср.								

Упражнение 2

1. По формуле (11) вычислить среднее значение скорости пули.
2. Рассчитать погрешности измерений.
3. Записать ответ в виде доверительного интервала.
4. Сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Как устроен крутильный баллистический маятник? Какой маятник называется баллистическим?

2. От чего зависит период колебаний крутильного баллистического маятника?

3. Сформулируйте закон сохранения момента импульса и механической энергии.

4. Выведите формулу для определения скорости пули, пользуясь законом сохранения момента импульса и механической энергии.

5. Почему в работе меняют положение цилиндрических грузов?

Литература: 1. Гл. 4, 18; 2. Гл. 5, 27; 3. Гл. 3; 6. С. 66; 7. С. 132; 10. С. 102.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 11

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Приборы и принадлежности: оборотный физический маятник FPM-04, миллисекундомер FPM-14, математический маятник.

Цель работы – изучение законов колебательного движения, измерение ускорения свободного падения.

Краткая теория. **Физическим маятником** называется твердое тело, совершающее колебания относительно неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр масс под действием силы тяжести (рис. 1).

При отклонении маятника от положения равновесия на угол φ сила тяжести создает момент

$$M = -mgL \sin \varphi, \quad (1)$$

где m – масса маятника, L – расстояние от оси вращения до

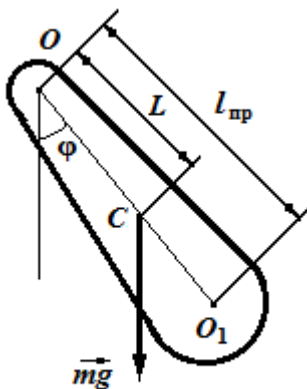


Рис. 1

центра масс системы. Знак «минус» показывает, что момент силы тяжести стремится вернуть маятник в положение равновесия, т.е. уменьшить угол φ . Если обозначить момент инерции маятника относительно оси O через J , то уравнение движения маятника в отсутствие трения запишется в виде

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgL \sin \varphi, \quad (2)$$

где $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ – угловое ускорение. При малых углах отклонения $\sin \varphi \approx \varphi$, тогда уравнение (2) примет вид

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgL}{J} \varphi = 0. \quad (3)$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что частным решением дифференциального уравнения (3) является функция

$$\varphi = \varphi_0 \cos \omega t. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что при малых колебаниях в отсутствие трения физический маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{J}}. \quad (5)$$

Следовательно, период колебания физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgL}}. \quad (6)$$

Как видно из формул (5) и (6), частота ω и период T определяются параметрами физического маятника.

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная к неподвижной опоре с помощью нерастяжимой и невесомой нити. Близким к математическому маятнику является тяжелый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити. Момент инерции математического маятника относительно оси вращения, проходящей через точку подвеса:

$$J = m \cdot l^2. \quad (7)$$

Следовательно, период колебания математического маятника с учетом (6) и (7)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (8)$$

Из формулы (8) видно, что период колебания математического маятника не зависит от массы и амплитуды. Формула (8) справедлива лишь для малых углов отклонения от положения равновесия, т.е. при малых амплитудах. Если угол отклонения $\varphi > 4^\circ$, то более точное выражение для периода имеет вид

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right). \quad (9)$$

Экспериментально определив длину и период колебаний математического маятника, можно найти ускорение свободного падения (упр. 1).

Из сопоставления формул (6) и (8) следует, что математический маятник с длиной

$$l_{np} = \frac{J}{mL} \quad (10)$$

будет иметь такой же период, что и физический маятник. Величина l_{np} называется приведенной длиной физического маятника. Таким образом, **приведенная длина** физического маятника – это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

Точка O_1 (см. рис. 1), лежащая на прямой, соединяющей точку подвеса O с центром масс C , и отстоящая от точки подвеса на расстоянии l_{np} , называется *центром качания* физического маятника. Точка подвеса и центр качания взаимнообратимы. Если точку подвеса перенести в центр качания, то новый центр качания совпадет с положением прежней точки подвеса, т.е. приведенная длина и период колебаний маятника останутся прежними.

Таким образом, если у физического маятника найдены две точки подвеса, лежащие по разные стороны от центра масс, и периоды колебаний при этом совпадают, то расстояние между ними равно приведенной длине физического маятника. На этом свойстве основан метод определения ускорения свободного падения с помощью обратного маятника (упр. 2).

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка представлена на рис. 2. На вертикальной стойке 1 установки размещены два кронштейна: верхний и нижний с фотоэлектрическим датчиком. Верхний кронштейн 2 может поворачиваться вокруг вертикальной оси и фиксироваться в любом выбранном положении. С одной стороны кронштейна подвешен математический маятник, с другой – физический (оборотный) маятник. Математический маятник пред-

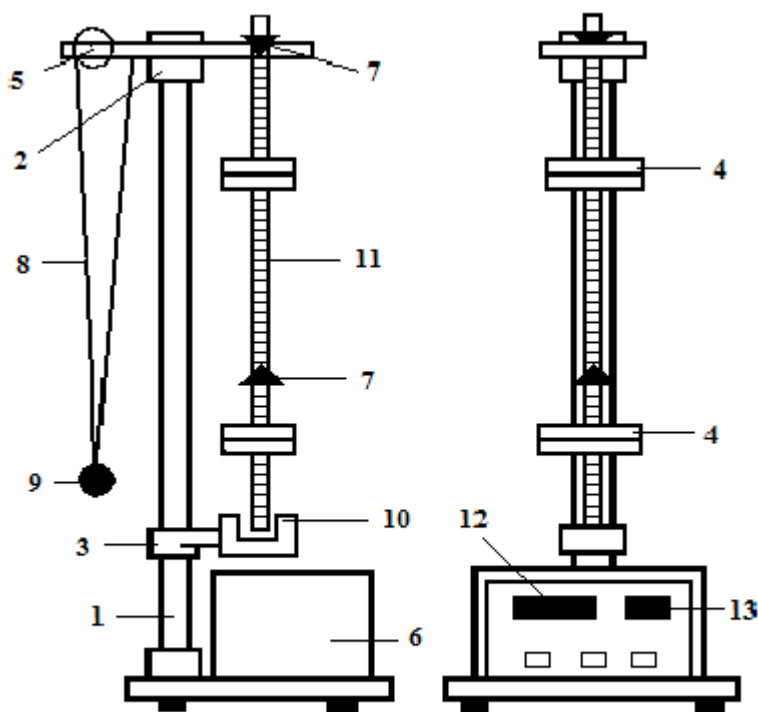


Рис. 2

ставляет собой стальной шарик 9, подвешенный на бифилярном подвесе 8. Длину математического маятника можно регулировать при помощи воротка 5, а ее величину можно измерить по милли-

метровой шкале, нанесенной на вертикальной стойке установки. Физический (оборотный) маятник представляет собой стальной стержень 11 с двумя грузами 4. Маятник может подвешиваться к верхнему кронштейну с помощью двух опорных призм 7. Грузы и опорные призмы могут перемещаться вдоль стержня и фиксироваться в определенных положениях. Для этого на стержне сделаны кольцевые выточки, нанесенные через 10 мм, позволяющие надежно фиксировать грузы и опорные призмы с точностью $\pm 0,5$ мм. На нижнем кронштейне 3 смонтирован фотоэлектрический датчик, подающий сигнал окончания времени счета и числа колебаний на цифровой миллисекундомер 6. Кронштейн с фотоэлектрическим датчиком может перемещаться по вертикальной стойке и фиксироваться в любом положении. Измерение времени и числа колебаний производится с помощью цифровых индикаторов 12 и 13.

1. Точность определения длины математического маятника по шкале прибора не менее 2 мм.
2. Погрешность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.
3. Точность определения расстояния между призмами не меньше 0,5 мм.

Упражнение 1

Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника.

Если известны периоды колебаний двух математических маятников с различными длинами

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \quad \text{и} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}, \quad (11)$$

то ускорение свободного падения можно вычислить по формуле

$$g = \frac{4\pi^2(l_1 - l_2)}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (12)$$

Таким образом, для определения ускорения свободного падения необходимо измерить периоды колебаний и разность длин двух математических маятников.

Порядок выполнения работы

1. Нижний кронштейн с фотоэлектрическим датчиком установить в нижней части стойки вблизи отметки 50 см и закрепить винтом.

2. Поворачивая верхний кронштейн, поместить над датчиком математический маятник.

3. Вращая вороток на верхнем кронштейне, установить длину маятника так, чтобы черта на шарике была на уровне черты датчика. По шкале измерить длину нити l_1 .

4. Включить установку, нажав кнопку СЕТЬ на лицевой панели миллисекундомера.

5. Нажать клавишу СБРОС. При этом цифровые индикаторы должны показывать нули.

6. Отклонить маятник от положения равновесия на небольшой ($5-10^\circ$) угол и отпустить. В тот момент, когда на табло ПЕРИОДЫ высвечивается цифра 9, произвести остановку счета нажатием кнопки СТОП. Записать время десяти полных колебаний в табл. 1.

7. П. 5 и 6 проделать не менее трех раз.

8. Поднять шарик на 10–20 см, наматывая нить на вороток, и закрепить его стопорным винтом. По шкале измерить длину l_2

9. П. 5–7 аналогично проделать для другого маятника. Результаты измерений записать в табл. 1.

Таблица 1

№	$t_1, \text{с}$	$l_1, \text{м}$	$t_2, \text{с}$	$l_2, \text{м}$	$T_1, \text{с}$	$T_2, \text{с}$
1						
2						
3						
...						
Ср.						

Обработка результатов измерений

1. Вычислить периоды колебаний T_1 и T_2 математических маятников по формуле

$$T = \frac{t}{N}, \quad (13)$$

где $N = 10$ (число колебаний).

2. По формуле (12) вычислить среднее значение ускорения свободного падения $g_{\text{ср}}$.

3. Вычислить погрешности измерений по формуле

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2\Delta\pi}{\pi} + \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{l_1 + l_2} + \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{T_1 + T_2} + \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{T_1 - T_2}. \quad (14)$$

4. Записать ответ в виде

$$g = g_{\text{ср}} \pm \Delta g. \quad P = 0,95.$$

5. Сделать выводы.

Упражнение 2

Измерение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника

Оборотным (рис. 3) называется такой маятник, у которого имеются две расположенные вблизи его концов опорные призмы, за которые он поочередно может подвешиваться. Вдоль маятника могут перемещаться и закрепляться на нем тяжелые грузы. Перемещением грузов добиваются того, чтобы при подвешивании маятника за любую из призм период колебаний был одинаков. Тогда расстояние между опорными призмами будет равно $l_{\text{пр}}$. Определив экспериментально период колебаний физического маятника, и зная его приведенную длину, можно найти ускорение свободного падения по формуле

$$g = 4\pi^2 \frac{l_{\text{пр}}}{T^2}. \quad (15)$$

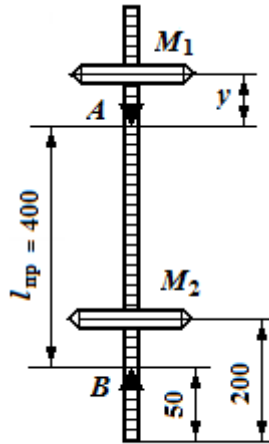


Рис. 3

Преимущество оборотного маятника состоит в том, что его приведенную длину можно установить, не зная его массы и момента инерции.

Порядок выполнения работы

1. Повернуть верхний кронштейн вокруг стойки на 180° .

2. Снять оборотный маятник и закрепить опорную призму B на расстоянии 5 см от конца стержня, а груз M_2 на расстоянии 20 см от того же конца (рис. 3). Опорную призму A закрепить так, чтобы расстояние между опорными призмами было равно $l_{\text{пр}} = 40$ см (приведенная длина). Груз M_1 установить на расстоянии $y = 3$ см от опорной призмы A . Подвесить оборотный маятник на опорной призме A .

3. Нижний кронштейн с фотоэлектрическим датчиком закрепить в таком положении, чтобы нижний конец стержня пересекал световой луч фотоэлектрического датчика.

4. Нажать кнопку СБРОС. При этом цифровые индикаторы должны показывать нули.

5. Вывести маятник из положения равновесия, отклонив на угол $5-10^\circ$ и отпустить. В тот момент, когда на табло ПЕРИОДЫ высвечивается цифра 9, произвести остановку счета нажатием кнопки СТОП. Записать время десяти полных колебаний t_1 в табл. 2. П. 4 и 5 проделать не менее трех раз.

6. Перемещая груз M_1 вдоль стержня каждый раз на 2 см (изменяя y) и руководствуясь пунктами 4 и 5, измерить время десяти полных колебаний t_1 . Результаты записать в табл. 2.

Таблица 2

y, см	$t_1, \text{с}$				$t_2, \text{с}$			
	1	2	3	Ср.	1	2	3	Ср.
3								
5								
7								
9								
11								

7. Снять оборотный маятник с кронштейна, перевернуть его и подвесить на другой опорной призме B . Провести п. 4–6 с перевернутым маятником и записать время десяти полных колебаний в табл. 2.

Обработка результатов измерений

1. По данным табл. 2 в одной и той же системе координат построить графики зависимостей $t_{1cp} = f(y)$ и $t_{2cp} = f(y)$.
2. По графику определить координаты точки пересечения графиков (t_{0cp}, y_0).
3. Вычислить по формуле $T_{0cp} = \frac{t_{0cp}}{N}$ период колебаний.
4. По формуле (15) вычислить среднее значение ускорения свободного падения g_{cp} .
5. Вычислить погрешности измерений.
6. Записать ответ в виде $g = g_{cp} \pm \Delta g$, $P = 0,95$.
7. Сделать выводы.

Упражнение 3

Изучение зависимости периода колебаний математического маятника от его длины

1. Нижний кронштейн с фотоэлектрическим датчиком установить в нижней части стойки вблизи отметки 50 см и закрепить винтом.
2. Поворачивая верхний кронштейн, поместить над датчиком математический маятник.
3. Вращая вороток на верхнем кронштейне, установить длину маятника так, чтобы черта на шарике была на уровне черты датчика. По шкале измерить длину нити l .
4. Включить установку, нажав кнопку СЕТЬ на лицевой панели миллисекундомера.
5. Нажать клавишу СБРОС. При этом цифровые индикаторы должны показывать нули.
6. Отклонить маятник от положения равновесия на небольшой ($5-10^\circ$) угол и отпустить. В тот момент, когда на табло ПЕРИОДЫ высвечивается цифра 9, произвести остановку счета нажатием кнопки СТОП. Записать время десяти полных колебаний в табл. 3.
7. П. 5 и 6 проделать не менее трех раз.
8. Поднять нижний кронштейн на 5 см. Наматывая нить на вороток поднять шарик до совпадения черты шарика с чертой дат-

чика и закрепить его стопорным винтом. По шкале измерить длину нити маятника l .

9. Руководствуясь п. 5–8 проделать аналогичные измерения для других l . Результаты измерений записать в табл. 3.

Таблица 3

$l, \text{см}$		50	45	40	35	30	25	20	15	10
$t, \text{с}$	1									
	2									
	3									
	ср									
$T_{\text{ср}}^{\text{эксп}}$										
$T^{\text{теор}}, \text{с}$										

Обработка результатов измерений

1. Вычислить средние значения периодов колебаний $T_{\text{ср}}^{\text{эксп}}$ математического маятника для заданных длин по формуле

$$T_{\text{ср}}^{\text{эксп}} = \frac{t_{\text{ср}}}{N},$$

где $N = 10$ (число колебаний). Результаты занести в табл. 3.

По формуле (8) вычислить теоретические значения периодов колебаний ($T^{\text{теор}}$) математического маятника при заданных длинах маятника. Результаты занести в табл. 3.

2. Построить на одном графике теоретическую и экспериментальную зависимости периода колебаний математического маятника от его длины.

3. Сравнить результаты и сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется приведенной длиной физического маятника?

2. Выведите формулы для периодов физического и математического маятников.

3. Что такое центр качания физического маятника? Каким свойством он обладает?

4. Почему для определения ускорения свободного падения используются два математических маятника с разными длинами?

5. Почему амплитуда колебаний математического и физического маятников должна быть малой?

6. Как устроен оборотный маятник?

Литература: 1. Гл. 18; 2. Гл. 27; 3. Гл. 7; 6. С. 39; 10. С. 93; 12. С.79.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 12

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Приборы и принадлежности: крутильный маятник FPM-09, миллисекундомер FPM-14.

Цель работы – изучение затухающих колебаний с помощью крутильного маятника.

Краткая теория. **Затухающими** называются колебания, энергия которых уменьшается с течением времени. Затухание реальной колебательной системы связано с убылью механической энергии системы за счет действия сил трения и других сил сопротивления. Если убыль энергии не восполняется за счет работы внешних сил, колебания будут затухать. Закон затухания колебаний определяется свойствами колебательных систем. Линейные колебательные системы, на которые действуют силы сопротивления, пропорциональные скорости, описываются уравнением

$$\ddot{x} + 2\beta \cdot \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (1)$$

где $\delta = r/2m$ – **коэффициент затухания**, r – коэффициент сопротивления среды, ω_0 – циклическая частота свободных незатухающих колебаний. Уравнение (1) называется дифференциальным уравнением затухающих колебаний. Решением этого уравнения при малых затуханиях является уравнение

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (2)$$

где $A = A_0 e^{-\beta t}$ – амплитуда затухающих колебаний. График зависимости $x = x(t)$ представлен на рис. 1.

Амплитуда затухающих колебаний уменьшается с течением времени и тем быстрее, чем больше коэффициент затухания. Промежуток времени τ , в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшится в e раз, называется **временем релаксации**. Время релаксации и коэффициент затухания связаны соотношением

$$\tau = 1/\beta. \quad (3)$$

Для количественной характеристики скорости затухания колебаний пользуются логарифмическим **декрементом затухания**:

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T, \quad (4)$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колеба-

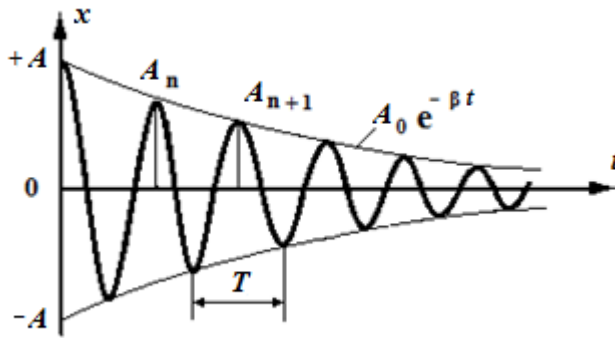


Рис. 1

ний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период T . Обратная величина логарифмического декремента равна числу колебаний N_e , при совершении которых амплитуда колебаний уменьшится в e раз.

$$N_e = 1/\delta. \quad (5)$$

Затухающие колебания не являются периодическими. Однако если затухание мало, то величина x достигает максимальных значений через равные промежутки времени:

$$T = 2\pi / \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (6)$$

Величина T называется **условным периодом** затухающих колебаний. Увеличение трения не только увеличивает затухание, но и

увеличивает период. При больших трениях затухающие колебания становятся аperiodическими.

Для характеристики колебательных систем часто пользуются понятием добротности. **Добротностью** называется безразмерная величина равная произведению 2π на отношение энергии системы, в какой-либо момент времени, к убыли этой энергии за один условный период.

$$\Theta = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}. \quad (7)$$

При малых затуханиях добротность связана с логарифмическим декрементом:

$$\Theta \approx \frac{\pi}{\delta} = \pi \cdot N_e. \quad (8)$$

Из формулы (8) видно, что добротность пропорциональна числу колебаний N_e , совершаемых системой за время релаксации.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка, представленная на рис. 2, состоит из крутильного баллистического маятника и стреляющего устройства 9 (пружинный пистолет). Крутильный баллистический маятник FPM -09 представляет собой крестовину 1 с двумя горизонтальными стержнями со значительным моментом инерции. По горизонтальным стержням крестовины могут перемещаться два груза 2, позволяющие изменить момент инерции маятника. Крестовина подвешена с помощью упругого подвеса (стальных проволок) к кронштейнам 4 и 5. К концам горизонтальных стержней крестовины закреплены две мишени 3, заполненные пластилином (в котором задерживается пуля). Вращением головки 6 маятник может быть установлен в исходном положении (нулевая отметка шкалы совпадает с вертикальной чертой на мишени). На среднем кронштейне смонтирован фотоэлектрический датчик 8, подающий сигнал начала и окончания счета времени и числа колебаний на миллисекундомер 10. Отсчет времени и числа колебаний производится с помощью цифровых индикаторов 12 и 13, находящихся на

лицевой панели миллисекундомера FPM-14. Для измерения угла поворота маятника на кожухе нанесена шкала 7.

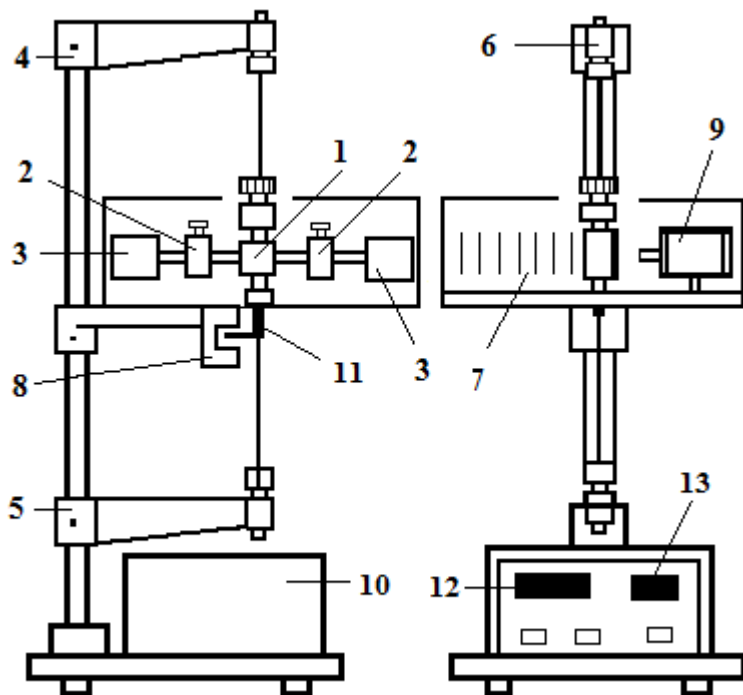


Рис. 2

Примечание. В данной работе стреляющее устройство и мишени не используются.

Погрешность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.

Погрешность измерения угла не менее -1° .

Порядок выполнения работы

1. Нажать клавишу СЕТЬ, расположенную на лицевой панели миллисекундомера. При этом загораются цифровые индикаторы и лампочка фотоэлектрического датчика.

2. Закрепить цилиндрические грузы на стержне маятника так, чтобы расстояние от оси вращения маятника до центра масс каждого груза было одинаково ($4 \div 9$ см).

3. Вращением головки установить маятник так, чтобы нулевая отметка шкалы совпадала с вертикальной чертой мишени. Нажать кнопку СБРОС.

4. Отклонить маятник рукой на угол $\alpha_0 = 10^\circ \div 20^\circ$ и отпустить.

5. Измерить время n ($20 - 30$) полных колебаний маятника. Одновременно измерить амплитудное значение угла отклонения α_n маятника. Результаты измерений записать в табл. 1.

Таблица 1

№	n	α_0	α_n	t , с
1				
2				
3				
4				
5				
ср				

Примечание. Измерение амплитуды n -го колебания и остановки счета времени производится нажатием кнопки СТОП в тот момент, когда на табло ПЕРИОДЫ высвечивается цифра $n-1$.

6. П. 4 и 5 проделать не менее трех раз.

Обработка результатов измерений

1. Провести статистическую обработку результатов измерений.

2. Вычислить логарифмический декремент затухания по формуле $\delta = \frac{1}{n} \cdot \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_n}$.

3. Вычислить коэффициент затухания $\beta = \frac{1}{t} \cdot \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_n}$.

4. Рассчитать по формуле (8) добротность системы.

5. Вычислить погрешности измерений.

6. Записать ответы.

7. Сделать выводы.

Контрольные вопросы и задания

1. Какими физическими величинами характеризуются затухающие колебания? Какова связь между ними?
2. Запишите дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение.
3. Что называется добротностью колебательной системы? Что она характеризует?
4. Каков закон изменения амплитуды затухающих колебаний от времени?
5. Какое движение называется аperiодическим и где оно используется?

Литература: 1. Гл. 18; 2. Гл. 28; 3. Гл. 7; 7. С. 156; 10. С. 110.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 13

ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Приборы и принадлежности: установка FPM-13.

Цель работы – изучение вынужденных колебаний несвязанных и слабосвязанных систем, изучение резонанса.

Краткая теория. **Вынужденными колебаниями** называются колебания, происходящие в какой-либо системе под действием переменного внешнего воздействия. Пусть на систему действует переменная сила, изменяющаяся по гармоническому закону:

$$F = F_0 \cos \omega t, \quad (1)$$

где F_0 – амплитуда вынуждающей силы, ω – циклическая частота вынуждающей силы.

Тогда дифференциальное уравнение вынужденных колебаний будет иметь вид

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = F_0 \cos \omega t. \quad (2)$$

Полное решение этого дифференциального уравнения состоит из суммы общего решения однородного и частного решения неоднородного уравнений

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A \cos(\omega t + \varphi), \quad (3)$$

где $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклическая частота затухающих колебаний, $\beta = r/2m$ – коэффициент затухания, r – коэффициент сопротивления среды, ω_0 – собственная циклическая частота системы (см. работу № 12).

Первое слагаемое в уравнении (3), описывающее свободные затухающие колебания, играет существенную роль только в начальной стадии процесса, при так называемом установлении колебаний (рис. 1). Через некоторое время после начала колебаний благодаря затуханию, свободные колебания маятника практически прекращаются. Маятник переходит в состояние установившихся вынужденных колебаний, совершающихся с частотой вынуждающей силы. Амплитуда вынужденных колебаний пропорциональна амплитуде вынуждающей силы:

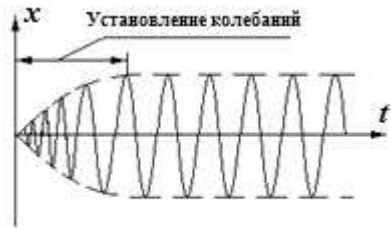


Рис. 1

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (4)$$

Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы приводит к тому, что при некоторой определенной для данной системы частоте амплитуда колебаний достигает максимального значения. Это явление называется **резонансом**, а соответствующая частота – **резонансной частотой**. Дифференцируя подкоренное выражение в уравнении (4) по ω и приравняв его к нулю, получим выражение

$$-4(\omega_0^2 - \omega^2)\omega + 8\beta^2 \omega = 0. \quad (5)$$

Откуда резонансная циклическая частота

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\omega_1^2 - \beta^2}, \quad (6)$$

где ω_1 – циклическая частота затухающих колебаний.

Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы (амплитудная резонансная кривая) показана на рис. 2. Из рисунка видно, что чем меньше затухание, тем круче

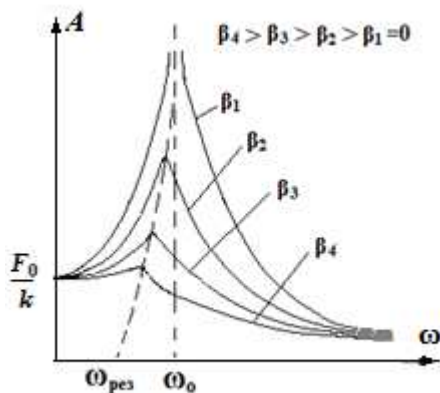


Рис. 2

зависимость амплитуды от частоты. При больших затуханиях резонанс выражен слабо. Амплитуда достигает небольших величин,

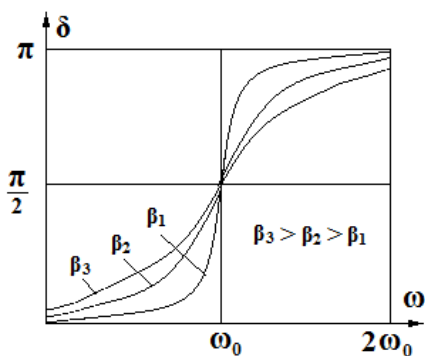


Рис. 3

и резонанс наступает при частоте, меньшей ω_0 .

Из уравнений (4) и (5) следует, что амплитуда при резонансе

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0/m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (7)$$

При отсутствии сопротивления среды амплитуда при резонансе обращалась бы в бесконечность.

Вынужденные колебания отстают по фазе от колебаний вынуждающей силы, причем величина отставания δ лежит в пределах 0 до π .

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (8)$$

Зависимость δ от ω (фазовая резонансная кривая) при различных значениях коэффициента затухания β показана на рис. 3.

Из формулы (5) видно, что резонансная частота меньше собственной ω_0 , следовательно, в момент резонанса $\delta < \pi/2$. При слабом затухании $\omega_{\text{рез}} \approx \omega_0$ и значение δ при резонансе можно считать равным $\pi/2$.

Описание экспериментальной установки

Общий вид прибора FPM-13 для исследования вынужденных механических колебаний с двумя степенями свободы представлен на рис. 4. Установка представляет систему двух связанных физических маятников с двумя степенями свободы. На основании прибора закреплена стойка 2. К концу стойки прикреплен кронштейн 3, к которому с помощью подшипников подвешены два маятника и стержень, возбуждающий колебания. Маятники состоят из стержней 4 и 16 и перемещаемых грузов 7 и 14. Маятники сопряжены друг с другом при помощи двух пружин 5 и 6, закрепленных в специальной С-образной обойме, которую можно перемещать вдоль стержней маятников. Возбуждение колебаний осуществляется при помощи приводного диска 17, закрепленного на вале электродвигателя, который, двигая стержень 15, сопряженный при помощи двух пружин 12 и 13 со стержнем 16 второго маятника, возбуждает его колебания. Высота установки С-образной обоймы определяет амплитуду вынуждающей силы, а скорость вращения двигателя – частоту ее изменения. Электродвигатель находится в блоке управления 1. Скорость вращения диска регулируется с помощью ручки 11 находящегося на лицевой панели блока управления. К нижней части стойки с помощью кронштейна прикреплена угловая шкала 8, с помощью которой определяется амплитуда колебаний маятников. К нижнему кронштейну также закреплен фотоэлектрический дат-

чик 18, информация с которого передается на блок управления 1. Измерение времени и числа колебаний производится с помощью цифровых индикаторов 9 и 10, находящихся на лицевой панели блока управления.

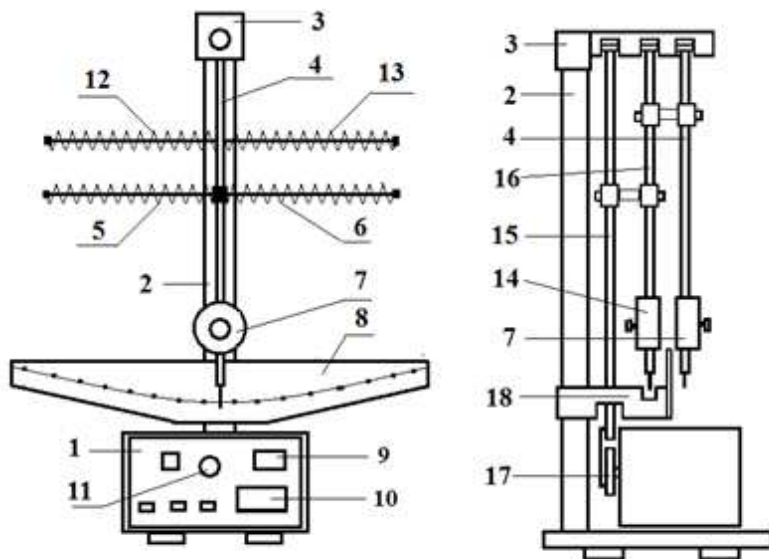


Рис. 4

Погрешность определения длины не менее 2 мм.

Погрешность измерения частоты – 8%.

Погрешность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.

Упражнение 1

Изучение резонанса при различных положениях пружины связи

Порядок выполнения работы

1. Установить груз 14 второго маятника массой 100 г на расстоянии $l = 45$ см от оси вращения (рекомендуется преподавателем в пределах 35 – 48 см).

2. Закрепить пружины, связывающие второй маятник с возбуждающим стержнем, на расстоянии $r_1 = 8\text{ см}$ от оси вращения.

3. Нажать клавишу «СЕТЬ». При этом загораются цифровые индикаторы.

4. Ручку «ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ» привести в крайнее левое положение и включить питание двигателя.

5. Плавно вращая ручку «ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ» установить в положение 1.

6. После установления колебаний (1-2 минуты) нажать клавишу «СБРОС» и измерить время десяти полных колебаний маятника.

Примечание. Остановка счета времени производится нажатием кнопки «СТОП» в тот момент, когда на табло «ПЕРИОДЫ» высвечивается цифра 9.

7. По шкале 8 измерить амплитуду колебаний маятника.

8. Результаты измерений занести в табл. 1.

9. Прodelать аналогичные измерения для пяти других частот, установив ручку «ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ» в положения 2, 3, и т.д.

10. Руководствуясь п. 5–9, проделать измерения для двух других расстояний $r_2 = 12\text{ см}$ и $r_3 = 16\text{ см}$ (рекомендуется преподавателем).

Таблица 1

Положение регулятора «Частота»	$r_1 = 8\text{ см}$		$r_2 = 12\text{ см}$		$r_3 = 16\text{ см}$	
	$t_1, \text{ с}$	$\varphi_1, ^\circ$	$t_2, \text{ с}$	$\varphi_2, ^\circ$	$t_3, \text{ с}$	$\varphi_3, ^\circ$
1						
2						
3						
4						
5						
6						

11. Отсоединить пружины связи второго маятника с возбуждающим стержнем (выполняет лаборант).

12. Отклонить маятник на угол ($5\text{--}10^\circ$) в сторону, предварительно записав начальную амплитуду φ_0 и отпустить.

13. Нажать клавишу «СБРОС», измерить время n (20-30) полных колебаний маятника и конечную амплитуду φ_n . Результаты измерений занести в табл. 2.

Таблица 2

№	$\varphi_0, ^\circ$	$\varphi_n, ^\circ$	$t, \text{с}$	n
1				
2				
3				
4				
5				
Ср.				

Примечание. Измерение амплитуды n -го колебания и остановки счета времени производится нажатием кнопки СТОП в тот момент, когда на табло ПЕРИОДЫ высвечивается цифра $n-1$.

Обработка результатов измерений

1. На основании полученных результатов по формулам

$$T = \frac{t}{N} \quad \text{и} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

вычислить частоту вынуждающей силы и собственную частоту колебаний маятника.

2. Используя данные, приведенные в табл. 1, построить амплитудную резонансную кривую $\varphi = \varphi(\omega)$ и по ней найти резонансную частоту $\omega_{\text{рез}}^1$.

3. Используя данные, приведенные в табл. 2, вычислить коэффициент затухания по формуле

$$\beta = \frac{1}{t} \ln \frac{\varphi_0}{\varphi_n}.$$

4. Вычислить по формуле (6) резонансную частоту $\omega_{\text{рез}}^2$.
5. Сравнить результаты и сделать выводы.

Упражнение 2

Изучение резонанса при различных длинах маятника

Порядок выполнения работы

1. Установить груз 14 второго маятника массой 100 г на расстоянии $l_1 = 35$ см от оси вращения.
2. Закрепить пружины, связывающие второй маятник с возбуждающим стержнем, на расстоянии $r = 10$ см от оси вращения.
3. Руководствуясь п. 3–9 (упр. 1), провести измерения. Результаты измерений занести в табл. 3.
4. Руководствуясь п. 5–9, проделать аналогичные измерения для двух других расстояний $l_2 = 40$ см и $l_3 = 45$ см.
5. Произвести измерения согласно п.11-13 (см. упр. 1).

Обработка результатов измерений

1. На основании полученных результатов по формулам

$$T = \frac{t}{N} \quad \text{и} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

вычислить частоту вынуждающей силы и собственную частоту колебаний маятника.

Таблица 3

Положение регулятора «Частота»	$l_1 = 35$ см		$l_2 = 40$ см		$l_3 = 45$ см	
	$t_1, \text{с}$	$\varphi_1, ^\circ$	$t_2, \text{с}$	$\varphi_2, ^\circ$	$t_3, \text{с}$	$\varphi_3, ^\circ$
1						
2						
3						
4						
5						
6						

2. Используя данные, приведенные в табл. 3, построить амплитудные резонансные кривые $\varphi = \varphi(\omega)$ и по ним найти резонансные частоты $\omega_{\text{рез.1}}^1$, $\omega_{\text{рез.2}}^1$ и $\omega_{\text{рез.3}}^1$.

3. Используя данные, приведенные в табл. 2, вычислить коэффициент затухания по формуле

$$\beta = \frac{1}{t} \ln \frac{\varphi_0}{\varphi_n}.$$

4. Вычислить по формуле (6) резонансную частоту $\omega_{\text{рез}}^2$.

5. Сравнить результаты и сделать выводы.

Упражнение 3

Изучение резонанса при различных массах маятника

Порядок выполнения работы

1. Установить груз 14 второго маятника массой $m_1 = 100$ г на расстоянии $l = 40$ см от оси вращения.

2. Закрепить пружины, связывающие второй маятник с возбуждающим стержнем, на расстоянии $r = 10$ см от оси вращения.

3. Руководствуясь п. 3–9 (упр. 1), провести измерения. Результаты измерений занести в табл. 4.

Таблица 4

Положение регулятора «Частота»	$m_1=100$ г		$m_2=150$ г		$m_3=200$ г	
	$t_1, \text{с}$	$\varphi_1, ^\circ$	$t_2, \text{с}$	$\varphi_2, ^\circ$	$t_3, \text{с}$	$\varphi_3, ^\circ$
1						
2						
3						
4						
5						
6						

4. Руководствуясь п. 5–9, проделать аналогичные измерения для двух других масс грузов $m_2 = 150$ г и $m_3 = 200$ г.

5. Произвести измерения согласно п.11–13 (упр. 1).

Обработка результатов измерений

1. На основании полученных результатов по формулам

$$T = \frac{t}{N} \text{ и } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

вычислить частоту вынуждающей силы и собственную частоту колебаний маятника.

2. Используя данные, приведенные в табл. 4, построить амплитудные резонансные кривые $\varphi = \varphi(\omega)$ и по ним найти резонансные частоты $\omega_{\text{рез.1}}^1$, $\omega_{\text{рез.2}}^1$ и $\omega_{\text{рез.3}}^1$.

3. Используя данные, приведенные в табл. 2, вычислить коэффициент затухания по формуле

$$\beta = -\frac{1}{t} \ln \frac{\varphi_0}{\varphi_n}.$$

4. Вычислить по формуле (6) резонансную частоту $\omega_{\text{рез}}^2$.

5. Сравнить результаты и сделать выводы.

Упражнение 4

Изучение резонанса связанных маятников

При возбуждении колебаний сопряженных маятников внешней силой синусоидального характера, действующей на один из них, оба маятника будут совершать колебания с частотой внешней

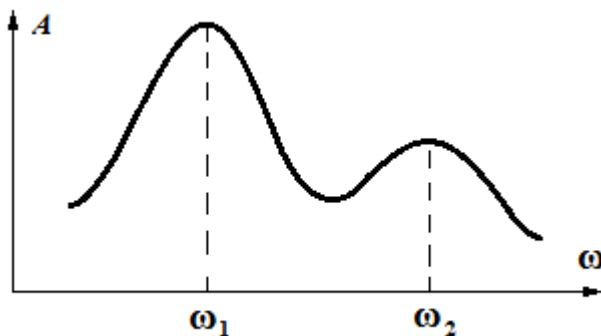


Рис. 5

силы. В случае разных длин маятников резонанс колебаний будет наблюдаться, когда одна из собственных частот сопряженных маятников будет равной частоте вынуждающей силы. В этом случае

будет наблюдаться «двугорбый» резонанс, амплитудно-частотная характеристика которого имеет вид, изображенный на рис. 5. При первом резонансе маятники будут иметь одинаковые фазы, но амплитуда колебаний более длинного маятника будет больше, и частота будет близка собственной частоте ω_1 более длинного маятника. При втором резонансе маятники будут иметь противоположные фазы, а частота будет близкой собственной частоте ω_2 более короткого маятника.

Порядок выполнения работы

1. Закрепить пружины связи маятников на расстоянии $r_1=15$ см, а пружины, связывающие второй маятник с возбуждающим стержнем, на расстоянии $r_2 = 10$ см от оси вращения (рекомендуется преподавателем).

2. Установить на стержнях грузы массой $m=100$ г на расстоянии $l = 45$ см от оси вращения (рекомендуется преподавателем).

3. Установить на стержнях грузы массой $m=100$ г на расстоянии $l = 45$ см от оси вращения (рекомендуется преподавателем).

4. Нажать клавишу «СЕТЬ». При этом загораются цифровые индикаторы.

5. Ручку «ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ» привести в крайнее левое положение и включить питание двигателя.

6. Плавное вращая ручку «ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ», установить в положение 1.

7. После установления колебаний (1-2 минуты) нажать клавишу «СБРОС» и измерить время десяти полных колебаний маятника.

Примечание. Остановка счета времени производится нажатием кнопки «СТОП» в тот момент, когда на табло «ПЕРИОДЫ» высвечивается цифра 9.

8. По шкале 8 измерить амплитуду колебаний маятников.

9. Результаты измерений занести в табл. 2.

10. Установив ручку «ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ» в положения 2, 3 и т.д., поделаться аналогичные измерения для пяти других частот.

11. Результаты измерений занести в табл. 5.

Таблица 5

Положение регулятора «Частота»	1	2	3	4	5	6
Время, t						
Число колебаний, N						
Амплитуда, A						

Обработка результатов измерений

1. На основании полученных результатов по формулам

$$T = \frac{t}{N} \quad \text{и} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

вычислить частоту вынуждающей силы и собственные частоты колебаний маятников.

2. Построить резонансную кривую $A = A(\omega)$.
3. Сравнить полученные результаты и сделать выводы.

Контрольные вопросы.

1. Что называется резонансом?
2. Чему равна резонансная частота и от чего зависит?
3. Как зависят амплитуда и фаза вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы? Как влияет среда?
4. Нарисуйте резонансную кривую.

Литература: 1. Гл. 18; 2. Гл. 27; 3. Гл.7; 10. С. 105.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 14

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

Приборы и принадлежности: установка FPM-13.

Цель работы – изучение свободных колебаний системы имеющей две степени свободы. Измерение частот нормальных колебаний и частоты биений.

Краткая теория. Совокупность двух или нескольких маятников, каким-либо образом связанных между собой, представляет

связанную систему. Многие колебательные системы представляют собой систему двух или нескольких связанных между собой осцилляторов. Рассмотрим систему, состоящую из двух одинаковых физических маятников, связанных между собой пружиной (рис. 1). При движении маятников в одной только вертикальной

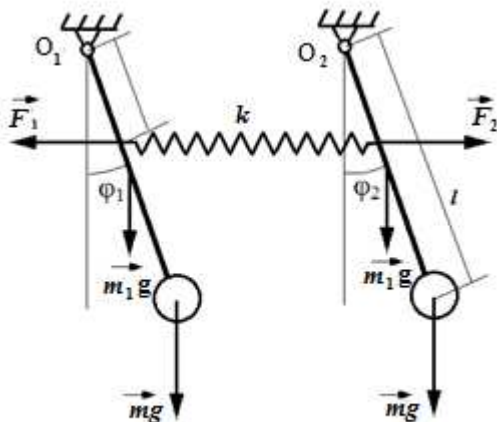


Рис. 1

плоскости состояние такой системы полностью описывается двумя независимыми параметрами, т.е. система обладает двумя степенями свободы. Выбор величин – это в значительной степени вопрос удобства. В качестве таких параметров мы выберем угловые смещения φ_1 и φ_2 маятников от вертикали. Пусть два одинаковых груза массой m подвешены на двух одинаковых стержнях длиной l и массой m_1 . Стержни на расстоянии r от точки подвеса связаны между собой пружиной, имеющей коэффициент жесткости k . Длина пружины в недеформированном состоянии равна расстоянию между точками подвеса стержней. Движение такой системы согласно основному закону динамики вращательного движения описывается уравнениями

$$J_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 = M_1 \text{ и } J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 = M_2, \quad (1)$$

где моменты инерции маятников с учетом массы стержней равны

$$J_1 = J_2 = \frac{1}{3} m_1 l^2 + m l^2. \quad (2)$$

Если углы отклонения маятников равны φ_1 и φ_2 , то деформация пружины будет

$$\Delta x = r \sin \varphi_1 - r \sin \varphi_2 \approx r(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3)$$

На каждый из маятников действуют моменты сил тяжести стержней, грузов и силы упругости пружины связи. Пренебрегая трением и массой пружины, при малых углах отклонения для результирующих моментов получим выражения

$$M_1 = -(m_1 g \frac{l}{2} + mgl)\varphi_1 - kr^2(\varphi_1 - \varphi_2) \quad \text{и} \quad (4)$$

$$M_2 = -(m_1 g \frac{l}{2} + mgl)\varphi_2 + kr^2(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (5)$$

где учтено, что для малых углов $\sin \varphi \approx \varphi$, а $\cos \varphi \approx 1$.

Тогда уравнения движения маятников будут иметь вид

$$(\frac{1}{3} m_1 l^2 + m l^2) \ddot{\varphi}_1 = -(m_1 g \frac{l}{2} + mgl)\varphi_1 - kr^2(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (6)$$

$$(\frac{1}{3} m_1 l^2 + m l^2) \ddot{\varphi}_2 = -(m_1 g \frac{l}{2} + mgl)\varphi_2 + kr^2(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (7)$$

Складывая и вычитая уравнения (6) и (7), получим два независимых уравнения, описывающие гармонические колебания с частотами ω_1 и ω_2 :

$$\ddot{X} + \frac{B}{A} X = 0, \quad (8)$$

$$\ddot{Y} + \frac{B + 2kr^2}{A} Y = 0, \quad (9)$$

где $X = \varphi_1 + \varphi_2$, $Y = \varphi_1 - \varphi_2$, $A = \frac{1}{3} m_1 l^2 + m l^2$ и $B = m_1 g \frac{l}{2} + mgl$.

Решения этих уравнений имеют вид

$$\varphi_1 + \varphi_2 = X_0 \cos(\omega_1 t + \alpha_1) \quad (10)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Y_0 \cos(\omega_2 t + \alpha_2), \quad (11)$$

где частоты

$$\omega_1 = \sqrt{\left(\frac{3m_1 + 6m}{2m_1 + 6m}\right) \frac{g}{l}} \quad \text{и} \quad (12)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\left(\frac{3m_1 + 6m}{2m_1 + 6m}\right) \frac{g}{l} + \frac{6kr^2}{(m_1 + 3m)l^2}}. \quad (13)$$

Постоянные X_0 , Y_0 , α_1 и α_2 в уравнениях (10) и (11) находятся из начальных условий. Если в начальный момент времени скорости маятников равны нулю, и маятники отклонены от положения равновесия на углы φ_{10} и φ_{20} , то уравнения движения маятников будут иметь следующий вид.

$$\varphi_1(t) = \frac{(\varphi_{10} + \varphi_{20})}{2} \cos \omega_1 t + \frac{(\varphi_{10} - \varphi_{20})}{2} \cos \omega_2 t \quad (14)$$

$$\varphi_2(t) = \frac{(\varphi_{10} + \varphi_{20})}{2} \cos \omega_1 t - \frac{(\varphi_{10} - \varphi_{20})}{2} \cos \omega_2 t. \quad (15)$$

Отсюда видно, что движение каждого маятника представляет суперпозицию двух гармонических колебаний с частотами ω_1 и ω_2 . Эти колебания носят название **нормальных колебаний** (его также часто называют **модой** колебаний). Число нормальных колебаний равно числу колебательных степеней свободы. Частоты ω_1 и ω_2 носят название **нормальных частот**. Характер конкретных колебаний в системе определяется начальными условиями.

1. Пусть маятники в начальный момент времени отклонены от положения равновесия на одинаковый угол в одном направлении $\varphi_{10} = \varphi_{20} = \varphi_0$ (рис. 2). В этом случае, как видно из формул (14)

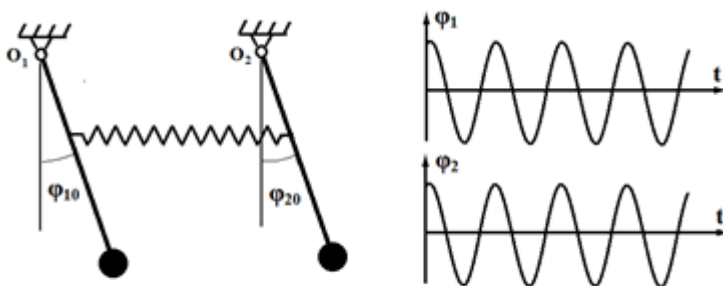


Рис. 2

и (15), в системе возбуждается одно нормальное колебание с час-

тотой ω_1 . Эта частота не зависит от наличия пружины. Именно с такой частотой колебались бы оба маятника при отсутствии связи между ними. Зависимости смещения от времени каждого маятника имеют одинаковый вид:

$$\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \varphi_0 \cos \omega_1 t. \quad (16)$$

Маятники при этом колеблются в одинаковых фазах. Такие колебания называются **синфазными**. Качаясь, маятники не изменяют длину пружины, как будто пружины нет вовсе. При таких колебаниях обмен энергии между маятниками отсутствует. Амплитуды колебаний остаются постоянными.

2. Пусть маятники в начальный момент времени отклонены от положения равновесия на одинаковый угол в противоположных направлениях $\varphi_{10} = \varphi_0$, $\varphi_{20} = -\varphi_0$ (рис. 3). При этом маятники будут

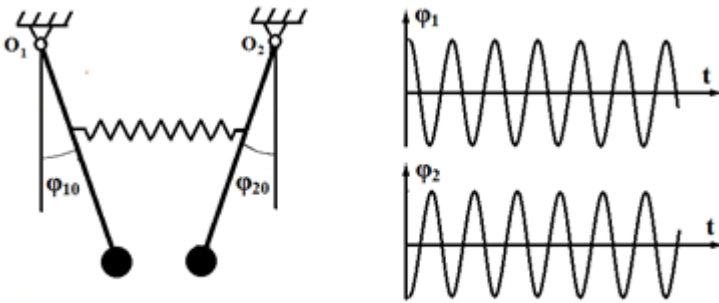


Рис. 3

колебаться в противофазе с частотой ω_2 . Частота ω_2 больше частоты ω_1 , и она растет с увеличением расстояния r от оси до места крепления пружины. В этом случае маятники колеблются согласно уравнениям

$$\varphi_1(t) = \varphi_0 \cos \omega_2 t \text{ и } \varphi_2(t) = -\varphi_0 \cos \omega_2 t. \quad (17)$$

Поэтому такие колебания называются **противофазными**. При таких колебаниях пружина то сжимается, то растягивается, что приводит к увеличению частоты колебаний. Обмен энергии между маятниками также отсутствует.

3. В общем случае в системе возбуждаются оба нормальных колебания. Пусть $\varphi_{10} \neq 0$, а $\varphi_{20} = 0$. Уравнения движения маятников в этом случае будут иметь вид (рис. 4).

$$\varphi_1(t) = \varphi_{01} \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cdot \cos \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t; \quad (18)$$

$$\varphi_2(t) = \varphi_{01} \sin \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cdot \sin \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t. \quad (19)$$

Отсюда видно, что колебания маятников не являются гармониче-

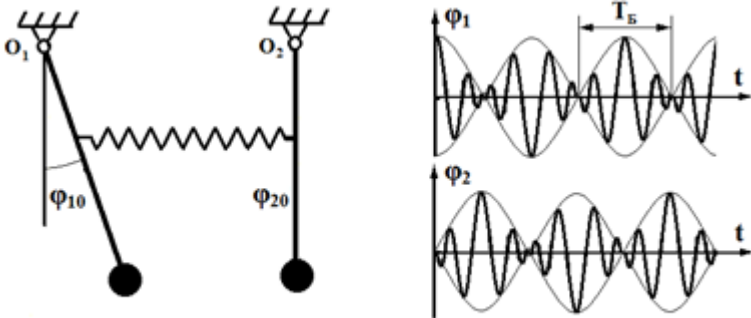


Рис. 4

скими, а представляют суперпозицию двух нормальных колебаний с частотами ω_1 и ω_2 . В случае слабой связи $\omega_2 - \omega_1 \ll \omega_1$, поэтому колебания маятников можно рассматривать как гармонические с медленно изменяющейся амплитудой. Такие колебания называются **биениями**. Время между двумя последовательными моментами, когда амплитуда обращается в ноль, называется периодом биений

$$T_6 = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (20)$$

Следовательно, частота биений равна разности нормальных частот:

$$\omega_6 = \omega_2 - \omega_1. \quad (21)$$

При этом происходит обмен энергии между маятниками. Как только один из маятников потеряет всю энергию и остановится, другой маятник в данный момент колеблется с максимальной амплитудой. После этого процесс повторится.

Описание экспериментальной установки

Установка, изображенная на рис. 5, представляет систему двух связанных физических маятников. На основании прибора

закреплена стойка 2. К концу стойки прикреплен кронштейн 3, к которому с помощью подшипников подвешены два маятника. Маятники состоят из стержней 4 и 13 и перемещаемых грузов 7 и 12. Маятники соединены между собой с помощью двух пружин 5 и 6. Маятники соединены между собой с помощью двух пружин 5 и 6.

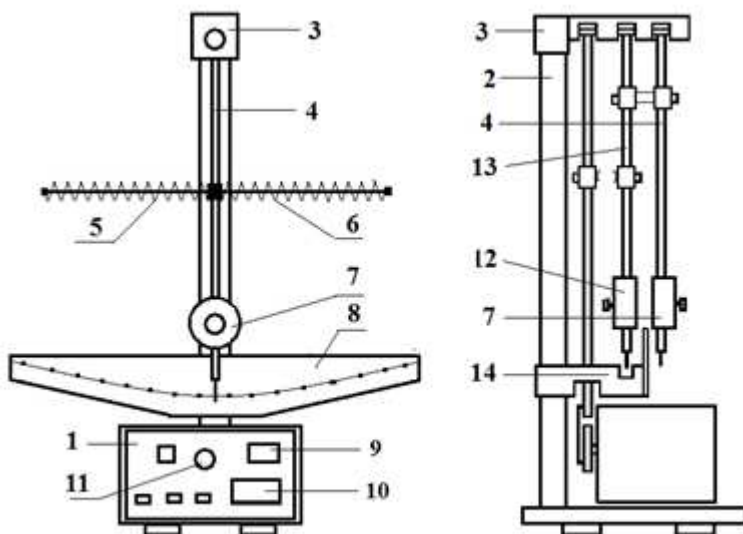


Рис. 5

Пружины могут перемещаться вдоль стержней и закрепляться в любом месте с помощью винтов. К нижней части стойки с помощью кронштейна прикреплена угловая шкала 8, с помощью которой определяется амплитуда колебаний маятников. К нижнему кронштейну также закреплен фотоэлектрический датчик 14, информация с которого передается на блок управления 1. Измерение времени и числа колебаний производится с помощью цифровых индикаторов 9 и 10, находящихся на лицевой панели блока управления.

Погрешность определения длины не менее 2 мм.

Погрешность измерения частоты – 8%.

Погрешность измерения времени не более $\pm 0,02\%$.

Определение нормальных частот колебаний и частоты биений

Порядок выполнения работы

1. Снять пружины связи маятников.
2. Нажать клавишу «СЕТЬ». При этом загораются цифровые индикаторы.
3. Установить грузы массой 100 г на одинаковом расстоянии $l_1 = 45$ см от оси вращения (рекомендуется преподавателем).
4. Отклонить маятники на одинаковые углы ($5-10^\circ$) в одну сторону и одновременно их отпустить. Проследить за 30 колебаниями маятников. Если частоты колебаний маятников отличаются друг от друга (обнаружен заметный сдвиг по фазе), то их необходимо уравнивать, перемещая груз одного из маятников вдоль стержня.

5. Нажать клавишу «СБРОС» и измерить время (t_0) десяти полных собственных колебаний маятников.

Примечание. Остановка счета времени производится нажатием кнопки «СТОП» в тот момент, когда на табло «ПЕРИОДЫ» высвечивается цифра 9.

6. Прodelать п. 5 не менее пяти раз. Результаты измерений занести в табл.

№	$t_0, \text{с}$	N_0	$t_1, \text{с}$	N_1	$t_2, \text{с}$	N_2	$t_6, \text{с}$	N_6
1								
2								
3								
Ср.								

7. Закрепить пружины связи на расстоянии $r_1 = 8$ см от оси вращения (рекомендуется преподавателем).

8. Отклонить маятники на одинаковые углы ($5-10^\circ$) в одну сторону и одновременно их отпустить.

9. Руководствуясь п. 5 и 6, измерить время 10 полных синфазных колебаний.

10. Отклонив маятники на одинаковые углы ($5-10^\circ$) в разные стороны и руководствуясь п. 5 и 6, измерить время десяти полных противофазных колебаний.

11. Отклонить один из маятников на угол ($5-10^\circ$), придерживая рукой другой около положения равновесия, и одновременно их отпустить.

12. В момент остановки первого маятника включить секундомер. Визуально отсчитать определенное количество (N_6) остановок первого маятника (не менее 5), после чего выключить секундомер. Результаты занести в таблицу.

13. Руководствуясь п. 1–12, сделать аналогичные измерения для двух других расстояний $r_2 = 12$ см и $r_3 = 16$ см (рекомендуется преподавателем).

Обработка результатов измерений

1. На основании полученных результатов по формулам

$$T = \frac{t}{N} \quad \text{и} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

вычислить периоды и частоты собственных, синфазных, противофазных колебаний, а также частоты и периода биений.

2. Вычислить погрешности.

3. По формулам (12), (13), (20) и (21) рассчитать теоретические значения периодов и частот.

4. Построить графики зависимостей $\omega_2 = \omega_2(r)$ и $\omega_6 = \omega_6(r)$.

5. Сравнить полученные результаты и сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Что такое моды колебаний системы, нормальные частоты, парциальные частоты?

2. Сколько нормальных колебаний имеет система с n степенями свободы?

3. Какие колебания называются синфазными, противофазными?

4. Что такое биения? Когда они возникают?

Литература: 1. Гл. 18; 2. Гл. 27; 3. Гл. 7; 7. С. 163.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Трофимова Т.И.* Курс физики. М.: Высш. шк., 2001.
2. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. М.: Высш. шк., 2001.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. М.: Наука, 1982.
4. *Алексеев В.Г.* Лабораторный практикум по физике; Чуваш. ун-т. Чебоксары, 2000.
5. Механика и молекулярная физика: лаб. практикум/ А.М. Авакумов, А.В. Бурашников и др.; Чуваш. ун-т. Чебоксары, 1982.
6. Механика. Сборник лабораторных работ: / А.С. Марков, А.В. Бурашников и др.; Чуваш. ун-т. Чебоксары, 1989.
7. Физический практикум / под ред. В.И. Ивероновой. М.: Наука, 1967.
8. *Кассандрова О.И., Лебедев В.В.* Обработка результатов наблюдений. М.: Наука, 1970.
9. *Зайдель А.И.* Ошибки измерений физических величин. Л.: Наука, 1974.
10. *Кортнев А.В., Рублев Ю.В.* Практикум по физике. М.: Высш. шк., 1965.
11. Руководство к лабораторным занятиям по физике/ под ред. Л.Л. Гольдина. Наука, 1973.
12. Лабораторный практикум по курсу «Физика»/ К.С. Болотина, П.П. Щербаков. М.: Изд-во МЭИ, 1991.
13. *Алексеев В.Г.* Механика. Лабораторный практикум. Чуваш. ун-т. Чебоксары, 2004.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. ОСНОВНЫЕ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЕДИНИЦЫ СИ

Величина	Единица измерения	Обозначение	
		русское	междунар.
Основные единицы			
Длина	Метр	м	m
Масса	Килограмм	кг	kg
Время	Секунда	с	s
Сила тока	Ампер	А	A
Термодинамическая температура	Кельвин	К	K
Количество вещества	Моль	моль	mol
Сила света	Кандела	кд	cd
Дополнительные единицы			
Плоский угол	РадIAN	рад	rad
Телесный угол	Стерadian	ср	sr

**2. ПРОИЗВОДНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ
ВЕЛИЧИНЫ И ИХ РАЗМЕРНОСТИ
(МЕХАНИЧЕСКИЕ)**

Величина	Наименование	Размерность
1. Скорость линейная	Метр в секунду	м/с
2. Скорость угловая	РадIAN в секунду	с^{-1}
3. Ускорение линейное	Метр на секунду в квадрате	м/с^2
4. Ускорение угловое	РадIAN на секунду в квадрате	с^{-2}
5. Частота	Герц	с^{-1}
6. Плотность	Килограмм на метр в кубе	кг/м^3
7. Сила	Ньютон	$\text{кг} \cdot \text{м/с}^2$
8. Площадь	Квадратный метр	м^2
9. Объем	Кубический метр	м^3
10. Энергия	Джоуль	$\text{Н} \cdot \text{м}, \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$
11. Работа	Джоуль	$\text{Н} \cdot \text{м}, \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$
12. Мощность	Ватт	$\text{Дж/с}, \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^3$
13. Давление	Паскаль	$\text{Н/м}^2, \text{кг/м} \cdot \text{с}^2$
14. Модуль упругости	Паскаль	$\text{Н/м}^2, \text{кг/м} \cdot \text{с}^2$
15. Импульс	Килограмм на метр в секунду	$\text{кг} \cdot \text{м/с}$
16. Момент импульса	Килограмм на метр квадратный в секун- ду	$\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$
17. Момент силы	Ньютон на метр	$\text{Н} \cdot \text{м}, \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$
18. Момент инерции	Килограмм на метр квадратный	$\text{кг} \cdot \text{м}^2$

3. ВНЕСИСТЕМНЫЕ ЕДИНИЦЫ И ИХ СВЯЗЬ С ЕДИНИЦАМИ СИ

Величина	Единица измерения		
	Наименование	Обозначение	СИ
Длина	Парсек	пк	$3,08 \cdot 10^{16}$ м
	Световой год	св.год	$9,46 \cdot 10^{15}$ м
	Астрономическая единица	а.е	$1,5 \cdot 10^{11}$ м
	Морская миля		1852 м
	Миля		1609 м
	Ярд		0,91 м
	Фут		0,3 м
	Дюйм		$25,4 \cdot 10^{-3}$ м
	Микрон	мк	10^{-6} м
	Ангстрем	Å	10^{-10} м
Масса	Тонна	<i>m</i>	10^3 кг
	Центнер	цн.	10^2 кг
	Пуд		16,38 кг
	Фунт		0,454 кг
	Унция (тройская)		$31,1 \cdot 10^{-3}$ кг
	Карат		$2 \cdot 10^{-4}$ кг
	Атомная единица массы	а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Площадь	Ар	<i>a</i>	10^2 м ²
Объем	Литр	л	10^{-3} м ³
Энергия	Электрон-вольт	эВ	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
	Калория	кал	4,19 Дж
	Ватт-час		$3,6 \cdot 10^3$ Дж
Мощность	лошадиная сила	л.с	735 Вт
Давление	Атмосфера		
	а) нормальная	атм	$1,013 \cdot 10^5$ Па
	б) техническая	ат	$9,8 \cdot 10^4$ Па
	Миллиметр ртутного столба	мм.рт.ст.	733,3 Па

4. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

(округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$
Молярный объем газа при н.у.	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	c	$3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$
Постоянная Вина	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	$\hbar$	$1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	R	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радиус боровской орбиты	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комтоновская длина волны электрона	λ_K	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Фарадея	F	$9,65 \text{ Кл/моль}$
Нормальное атмосферное давление	$P_{\text{ат}}$	$1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли на широте 56°	B_0	$1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$
Абсолютный ноль	T_0	$-273,15^\circ$

5. МНОЖИТЕЛИ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ И ДОЛЬНЫХ ЕДИНИЦ

Наименование	Множитель	Обозначение	
		русское	международное
Экса	10^{18}	Э	E
Пета	10^{15}	П	P
Тера	10^{12}	Т	T
Гига	10^9	Г	G
Мега	10^6	М	M
Кило	10^3	к	k
Гекто	10^2	г	h
Дека	10^1	да	da
Деци	10^{-1}	д	d
Санتي	10^{-2}	с	c
Милли	10^{-3}	м	m
Микро	10^{-6}	мк	μ
Нано	10^{-9}	н	n
Пико	10^{-12}	п	p
Фемто	10^{-15}	ф	f
Атто	10^{-18}	а	a

6. НЕКОТОРЫЕ АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от Земли до Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от Земли до Луны	$3,84 \cdot 10^8$ м

7. ПЛОТНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м^3	Вещество	Плотность, 10^3 кг/м^3
Алюминий	2,7	Мел	2,0-2,4
Алмаз	3,5	Никель	8,9
Асбест	2,5	Никелин	8,8
Бетон	2,0-2,2	Олово	7,3
Бронза	8,7-8,9	Платина	21,5
Вольфрам	19,4	Парафин	0,9
Ванадий	6	Пробка	0,2
Висмут	9,8	Пенопласт	0,02-0,1
Гранит	2,6-2,8	Плексиглас	1,2
Германий	5,3	Полиэтилен	0,9
Графит	2,2	Резина	1,2
Дерево	0,5-0,8	Свинец	11,3
Золото	19,3	Серебро	10,5
Иридий	22,4	Слюда	2,6-3,2
Кобальт	8,8	Сталь	7,7-7,9
Кварц	2,6	Стекло	2,2-2,7
Кирпич	1,6-1,8	Титан	4,5
Кремний	2,3	Текстолит	1,4
Корунд	4	Фарфор	2,2-2,4
Константан	8,9	Фторопласт	2,1-2,4
Латунь	8,4-8,7	Хром	7,2
Лед	0,9	Цинк	7,2
Магний	1,8	Цирконий	6,5
Медь	8,9	Чугун	7
Мрамор	2,5-2,8	Эбонит	1,2
Молибден	10,2	Янтарь	1,1

1. ПЛОТНОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ

Жидкость	Плотность, 10^3 кг/м^3	Жидкость	Плотность, 10^3 кг/м^3
Ацетон	0,79	Молоко	1,03
Бензин	0,68-0,72	Масло касторовое	0,96
Бром	3,12	Нефть	0,8
Вода (4° С)	1,0	Ртуть	13,6
Вода морская	1,03	Скипидар	0,87
Глицерин	1,26	Уксусная кислота	1,05
Керосин	0,8	Эфир	0,7
Мазут	0,9		
Масло (смазочное)	0,9		

9. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Вещество	Предел прочности на растяжение σ , МПа	Модуль упругости Е, ГПа
Алюминий	100	70
Бетон	48	20
Вольфрам	2400	380
Гранит	150	49
Золото	140	79
Кварц	-	73
Кирпич	17	3
Лед	1	10
Медь	400	120
Мрамор	140	70
Олово	20	50
Свинец	15	16
Серебро	140	80
Сталь	500	200
Стекло	90	50
Фарфор	650	150
Цинк	150	80

10. КОЭФФИЦИЕНТЫ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

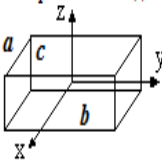
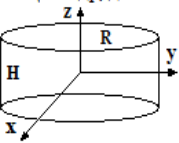
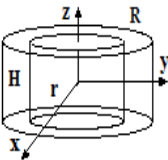
Соприкасающаяся поверхность	Коэффициент трения, f
Бронза по бронзе	0,20
Бронза по стали	0,18
Дерево сухое по дереву	0,25–0,5
Кожаный ремень по дубу	0,27–0,38
Кожаный ремень по металлу	0,56
Медь по чугуну	0,27
Металл по дубу	0,5–0,6
Подшипник скольжения при смазке	0,02–0,08
Резина по грунту	0,4–0,6
Резина по чугуну	0,8
Сталь по льду	0,02–0,03
Сталь по стали	0,18
Сталь по чугуну	0,16
Фторопласт по стали	0,06–0,08
Фторопласт по фторопласту	0,05–0,09
Чугун по бронзе	0,2
Чугун по чугуну	0,15
Уголь по меди	0,25
Кирпич по кирпичу	0,65

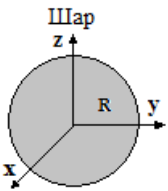
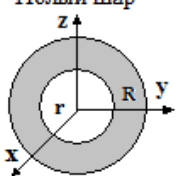
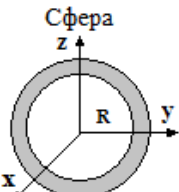
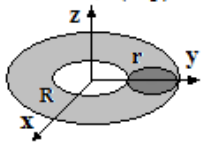
11. ПЛОТНОСТЬ ГАЗОВ

(При нормальных условиях)

Газ	Плотность, 10^3 кг/м^3	Газ	Плотность, 10^3 кг/м^3
Азот	1,25	Кислород	1,43
Аммиак	0,77	Криптон	3,74
Ацетилен	1,17	Метан	0,7
Аргон	1,78	Озон	2,14
Водород	0,09	Окись углерода	1,25
Воздух	1,29	Углекислый газ	1,98
Гелий	0,18	Хлор	3,2

12. ГЛАВНЫЕ ЦЕНТРАЛЬНЫЕ МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ТЕЛ

Тело	J_x	J_y	J_z
Стержень 	$\frac{1}{12} ml^2$	0	$\frac{1}{12} ml^2$
Параллелепипед 	$\frac{1}{12} m(b^2 + c^2)$	$\frac{1}{12} m(a^2 + c^2)$	$\frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$
Цилиндр, диск 	$\frac{m}{12} (3R^2 + H^2)$	$\frac{m}{12} (3R^2 + H^2)$	$\frac{1}{2} mR^2$
Полый цилиндр 	$\frac{m}{12} (3R_1^2 + 3R_2^2 + H^2)$	$\frac{m}{12} (3R_1^2 + 3R_2^2 + H^2)$	$\frac{m}{2} (R_1^2 + R_2^2)$

Тело	J_x	J_y	J_z
	$\frac{2}{5} m R^2$	$\frac{2}{5} m R^2$	$\frac{2}{5} m R^2$
	$\frac{2}{5} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$	$\frac{2}{5} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$	$\frac{2}{5} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$
	$\frac{2}{3} m R^2$	$\frac{2}{3} m R^2$	$\frac{2}{3} m R^2$
	$\frac{m}{8} (4R^2 + 5r^2)$	$\frac{m}{8} (4R^2 + 5r^2)$	$m \left(R^2 + \frac{3}{4} r^2 \right)$

13. КОЭФФИЦИЕНТЫ СТЬЮДЕНТА

Число измерений	Надежность					
	0,5	0,7	0,9	0,95	0,98	0,999
2	1,00	2,0	6,3	12,7	31,8	636,6
3	0,82	1,3	2,9	4,3	7,0	31,6
4	0,77	1,3	2,4	3,2	4,5	12,9
5	0,74	1,2	2,1	2,8	3,7	8,6
6	0,73	1,2	2,0	2,6	3,4	6,9
7	0,72	1,1	1,9	2,4	3,1	6,0
8	0,71	1,1	1,9	2,4	3,0	5,4
9	0,71	1,1	1,9	2,3	2,9	5,0
10	0,70	1,1	1,8	2,3	2,8	4,8
15	0,69	1,1	1,8	2,1	2,6	4,1
20	0,69	1,1	1,7	2,1	2,5	3,9
40	0,68	1,1	1,7	2,0	2,4	3,6
60	0,68	1,0	1,7	2,0	2,4	3,5

14. ГРЕЧЕСКИЙ АЛФАВИТ

Обозначение буквы	Название буквы	Обозначение буквы	Название буквы
A, α	Альфа	N, ν	Ни
B, β	Бета	Ξ, ξ	Кси
Γ, γ	Гамма	O, ο	Омикрон
Δ, δ	Дельта	Π, π	Пи
E, ε	Эпсилон	P, ρ	Ро
Z, ζ	Дзета	Σ, σ	Сигма
H, η	Эта	T, τ	Тау
Θ, θ	Тета	Υ, υ	Ипсилон
I, ι	Йота	Φ, φ	Фи
K, κ	Каппа	X, χ	Хи
Λ, λ	Ламбда	Ψ, ψ	Пси
M, μ	Ми	Ω, ω	Омега

15. ПРИМЕРЫ ДЛЯ УПРАЖНЕНИЯ
(к работе №1)

1	$v = v_0 t + at$	14	$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$
2	$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$	15	$A = A_0 e^{-\beta t}$
3	$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$	16	$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$
4	$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	17	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$
5	$J = \frac{1}{2} m(r_1^2 + r_2^2)$	18	$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot d^2 n}$
6	$E = \frac{mv^2}{2} + mgh$	19	$Q = cm(t - t_0)$
7	$s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$	20	$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$
8	$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$	21	$A = RT \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$
9	$F = \frac{mv^2}{R}$	22	$p = p_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma$
10	$v = u \cdot \ln \frac{m_0}{m}$	23	$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$
11	$r_c = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$	24	$h = \frac{2\alpha \cos \Theta}{\rho gh}$
12	$g = G \frac{M}{(R+h)^2}$	25	$p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$
13	$J = J_C + ma^2$	26	$Q = I^2 R t$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ МЕТОДОМ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Приборы и принадлежности: баллистический маятник, пружинный пистолет, набор пуль, измерительная линейка.

Цель работы – применение законов сохранения импульса и механической энергии и ознакомление с одним из методов измерения скорости быстро перемещающихся тел малых размеров.

Краткая теория. Баллистический маятник представляет собой цилиндр, наполненный вязким веществом, подвешенный на четырех нитях. Это дает возможность цилиндру перемещаться поступательно при отклонении маятника.

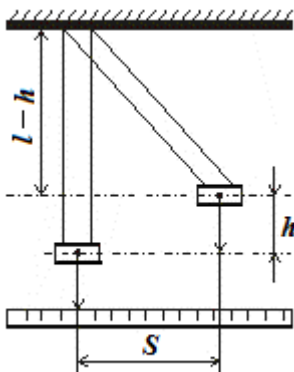


Рис. 1

Из пружинного пистолета стреляют в вязкое вещество цилиндра, в результате маятник с цилиндром отклоняется. Центр массы маятника поднимается на высоту h (рис. 1).

Как показывает опыт, период колебаний маятника намного превосходит время движения пули внутри вязкого вещества в цилиндре

($\tau \ll T$), поэтому систему «пуля – цилиндр» можно считать замкнутой, а удар пули в цилиндр – неупругим и применять для этой системы закон сохранения импульса.

$$mv = (M + m) u, \quad (1)$$

где M – масса цилиндра с веществом, m – масса пули, v – скорость пули до удара, u – скорость цилиндра с пулей после удара.

Когда пуля прекратит свое движение внутри вязкого вещества цилиндра, система «пуля – цилиндр» станет не только замкнутой, но и консервативной. Следовательно, для нее будет применим закон сохранения механической энергии. Закон сохранения механической энергии после удара в этом случае запишется в виде

$$\frac{(M + m)v^2}{2} = (M + m)gh. \quad (2)$$

Решая уравнения (1) и (2) относительно v , найдем

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh}. \quad (3)$$

Так как h экспериментально определяется с трудом, то легче выразить h через величину отклонения маятника по горизонтали S . Из рисунка следует:

$$S^2 = l^2 - (l - h)^2 = 2hl - h^2 \approx 2hl. \quad (4)$$

Отсюда

$$h = \frac{S^2}{2l}. \quad (5)$$

Подставляя значение h из формулы (4) в (3), получим

$$v = \frac{M + m}{m} S \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (6)$$

Порядок выполнения работы

1. Зарядить пружинный пистолет пулей и установить его ствол против цилиндра на небольшом удалении от него.
2. Соблюдая правила техники безопасности, выстрелить из пружинного пистолета в вязкую массу цилиндра.
3. Определить с помощью горизонтально расположенной линейки величину смещения цилиндра S .

№	m , г	M , г	l , см	S , см	ΔS , см
1	2,0	200	150	14,0	0,6
2				12,5	0,9
3				13,0	0,4
4				13,5	0,1
5				12,0	1,4
Ср.				13,4	

4. Повторить опыты при одном и том же сжатии пружины

не менее пяти раз. Результаты измерений записать в таблицу.

5. Провести статистическую обработку результатов измерений и по формуле (6) определить скорость пули v .

6. Вычислить погрешность Δv и записать конечный результат измерений.

Обработка результатов измерений

1. Вычисляем среднее значение смещения маятника S_{cp} :

$$S_{cp} = \frac{14,0 + 12,5 + 13,0 + 13,5 + 14,0}{5} = 13,4 \text{ см}$$

2. Вычислим среднее значение скорости пули:

$$v_{cp} = \frac{0,2 + 0,002}{0,002} 13,4 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{9,8}{1,5}} = 34,6 \text{ м/с.}$$

3. Случайную погрешность смещения вычислим по формуле Стьюдента:

$$\Delta S_{cl} = 2,8 \sqrt{\frac{0,6^2 + 0,9^2 + 0,4^2 + 0,1^2 + 1,4^2}{20}} = 1,1 \text{ см.}$$

Так как $\Delta S_{cl} > \Delta S_{np}$, $\Delta S = \Delta S_{cl}$.

4. Вычислим относительную погрешность измерений скорости пули по формуле

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta M + \Delta m}{M + m} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta g}{2g} + \frac{\Delta l}{2l}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{0,5 + 0,5}{202} + \frac{0,05}{2} + \frac{1,5}{13,4} + \frac{0,01}{2 \cdot 9,8} + \frac{1}{2 \cdot 150} = 0,11$$

5. Абсолютная погрешность скорости пули

$$\Delta v = \left(\frac{\Delta v}{v} \right) v_{cp} = 0,11 \cdot 34,6 = 4 \text{ м/с.}$$

6. Запишем окончательный ответ в виде доверительного интервала с указанием доверительной вероятности

$$v = (35 \pm 4) \text{ м/с.} \quad P = 0,95.$$