

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«Северо-Кавказский федеральный университет»

Невинномысский технологический институт (филиал) СКФУ
Отделение среднего профессионального образования

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к практическим занятиям

по (учебной) дисциплине СОО.02.01 Математика
Специальность 23.01.10 Слесарь по обслуживанию и ремонту подвижного состава
Форма обучения очная

Невинномысск, 2025

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Математика» составлены в соответствии с требованиями ФГОС СПО и предназначены для студентов, обучающихся по специальности: 23.01.10 Слесарь по обслуживанию и ремонту подвижного состава.

Методические указания для учебной дисциплины разработаны:
Пашковским А.В., д-ром. техн. наук, профессором, заведующий кафедрой ГМД НТИ
(филиал) СКФУ

Предисловие

Настоящие методические указания предназначены для студентов, обучающихся по специальности 23.01.10 Слесарь по обслуживанию и ремонту подвижного состава, и разработаны в соответствии с рабочей программой общеобразовательной дисциплины СОО.02.01 «Математика».

Основной целью изучения дисциплины является формирование у студентов системы математических знаний и умений, необходимых для успешной профессиональной деятельности в сфере логистики, а также для развития интеллектуальных способностей, логического мышления и навыков самостоятельной работы. Освоение курса математики призвано заложить фундамент для решения прикладных задач, связанных с оптимизацией процессов, анализом данных и управлением материальными потоками.

Структура и содержание данных методических указаний полностью соответствуют тематическому плану рабочей программы. Пособие охватывает ключевые разделы курса, начиная с повторения основ школьной математики и заканчивая элементами высшей математики (производная, интеграл) и стереометрии.

- В пособии последовательно рассматриваются следующие темы:
- Алгебра и начала анализа: корни и степени, показательная, логарифмическая и тригонометрическая функции, методы решения уравнений и неравенств, производная и ее применение, первообразная и интеграл.
- Элементы теории вероятностей и статистики: комбинаторика, вероятность событий, математическая статистика.
- Геометрия и стереометрия: свойства прямых и плоскостей в пространстве, многогранники, тела вращения, координаты и векторы.
- Комплексные числа.

Каждый раздел методических указаний содержит краткие теоретические сведения, необходимые для выполнения заданий, подробные примеры решения типовых задач, а также перечень практических заданий для аудиторной и самостоятельной работы. Особое внимание уделено задачам, моделирующим реальные профессиональные ситуации (практико-ориентированные задачи), что способствует формированию общих компетенций (ОК 01 — ОК 04), предусмотренных Федеральным государственным образовательным стандартом (ФГОС).

Выполнение представленных в пособии заданий поможет студентам подготовиться к текущему контролю (устным опросам, тестированию), успешно сдать контрольную работу в первом семестре и экзамен во втором семестре, систематизировав знания по всему курсу математики.

Желаем вам успехов в освоении дисциплины и надеемся, что данные методические указания станут надежным помощником в вашей учебной и будущей профессиональной деятельности!

1 семестр

Раздел 1. Повторение курса математики основной школы (9 часов)

Тема 1.1 Повторение курса математики основной школы (4 часа)

Практическое занятие: Вычислительный практикум и простейшие прикладные задачи

1. Вычислите: $-2,5 + (-3,7) - (-4,8) + 1,2$.
2. Вычислите: $\frac{3}{4} - \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{5}{12}$.
3. Вычислите: $(-3,6):0,6 + (-2,5) \times 4$.
4. Вычислите: $\left(2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}\right) \times (-2,4)$.
5. Сравните три тарифа перевозчиков (1050 руб., $985\frac{5}{7}$ руб., 1029,5 руб.).

Представьте в виде десятичных дробей, округлите до десятых и выберите самый выгодный.

6. Найдите 25% от 850.
7. Найдите 5% от найденной розничной цены (предыдущий результат).
8. Оптовая цена — 1200 руб. Наценка 15%. Найдите розничную цену.
9. Товар стоил 2000 руб. Сначала подорожал на 10%, затем подешевел на 10%.

Сколько стал стоить?

10. Решите уравнение: $3x - 7 = 2x + 5$.
11. Решите уравнение: $5 - 2(x - 1) = 4 - x$.
12. Решите уравнение: $x^2 - 5x + 6 = 0$.
13. Решите уравнение: $2x^2 + 3x - 2 = 0$.
14. Решите неравенство: $3x - 4 > 5$.
15. Решите неравенство: $-2x \leq 6$.
16. Решите систему неравенств: $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ 3 - x \geq 0 \end{cases}$.
17. Найдите точку безубыточности: $C(x) = 15x + 300$, $R(x) = 25x$.
18. Запишите двойное неравенство для температуры от -4°C до $+2^\circ\text{C}$. Укажите целые значения, при которых условие нарушается.

19. Вклад 5000 руб. под 8% годовых (простые проценты). Какая сумма будет через 3 года?

20. Кредит 100000 руб. на 2 года под 12% годовых (простые проценты). Найдите сумму процентов и общий долг.

21. Скидка 20% на товар стоимостью 750 руб. Сколько рублей составит скидка? Новая цена?

22. Товар уценили на 30%, он стал стоить 1400 руб. Какова была первоначальная цена?

23. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$.
24. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x + y = 8 \end{cases}$.
25. Решите неравенство методом интервалов: $(x - 1)(x + 3) > 0$.

Раздел 2. Корни и степени. Иррациональные уравнения (19 часов)

Тема 2.1 Понятие корня. Функции $y = \sqrt[n]{x}$ (2 часа)

Практическое занятие: Преобразование иррациональных выражений

1. Вынесите множитель из-под знака корня: $\sqrt{50}$.
2. Вынесите множитель из-под знака корня: $\sqrt[3]{16}$.
3. Вынесите множитель из-под знака корня: $\sqrt{72a^3}$ ($a > 0$).
4. Внесите множитель под знак корня: $3\sqrt{7}$.
5. Внесите множитель под знак корня: $2\sqrt[3]{3}$.

6. Внесите множитель под знак корня: $a\sqrt{5}$ ($a > 0$).
7. Упростите: $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$.
8. Упростите: $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$.
9. Сравните числа: $2\sqrt{3}$ и $3\sqrt{2}$.
10. Сравните числа: $\sqrt[3]{5}$ и $\sqrt{3}$.
11. Упростите: $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$.
12. Упростите: $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{48}$.

Тема 2.2 Иррациональные уравнения (2 часа)

Практическое занятие: Решение иррациональных уравнений

1. $\sqrt{x+2} = 3$.
2. $\sqrt{2x-1} = 2$.
3. $\sqrt{3x+1} = 4$.
4. $\sqrt{x-3} = 0$.
5. $\sqrt{2x-1} = x-2$ (с проверкой корней).
6. $\sqrt{x+1} = x-5$.
7. $\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5$.
8. $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} = 1$.
9. $\sqrt{x^2-3x+2} = x-1$.
10. $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = 5$.
11. (Логистика) Время доставки: $t = 2 + \sqrt{v+4}$. Найдите v , если $t = 5$.
12. (Логистика) Затраты: $C = 50\sqrt{Q} + 100$. Найдите Q , если $C = 250$.

Тема 2.3 Понятие степени. Свойства степени. Степенная функция (2 часа)

Практическое занятие: Преобразование степенных выражений

1. Вычислите: $27^{\frac{2}{3}}$.
2. Вычислите: $16^{-0.75}$.
3. Вычислите: $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$.
4. Вычислите: $32^{0.4}$.
5. Представьте в виде степени: $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$.
6. Представьте в виде степени: $\frac{a^{1.5} \cdot a^{-\frac{2}{3}}}{a^{0.2}}$.
7. Упростите: $\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)$.
8. Упростите: $\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)^2$.
9. Сравните: $2^{\sqrt{3}}$ и $2^{1.7}$.
10. Сравните: $0.5^{-\pi}$ и 0.5^{-3} .
11. Решите уравнение: $x^{\frac{1}{2}} = 4$.
12. Решите уравнение: $x^{-\frac{1}{3}} = 2$.

Раздел 3. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства (14 часов)

Тема 3.1 Показательная функция, ее свойства (2 часа)

Практическое занятие: Построение и чтение графиков показательной функции

1. Постройте график $y = 2^x$ (таблица значений для $x = -2, -1, 0, 1, 2, 3$).
2. Постройте график $y = (1/2)^x$ в той же системе координат.
3. Опишите свойства функции $y = 2^x$ (область определения, множество значений, монотонность).
4. Используя график, решите уравнение $2^x = 4$.
5. Используя график, решите уравнение $2^x = 5$ (приближённо).
6. Решите графически: $(1/2)^x = 2$.
7. Сравните числа: $(1.3)^{\sqrt{2}}$ и 1.
8. Сравните: $(0.9)^{-3}$ и 0.9^5 .
9. Сравните: $3^{0.2}$ и $3^{0.5}$.
10. Определите, возрастает или убывает функция: $y = 5^x$.
11. Определите, возрастает или убывает функция: $y = 0.3^x$.
12. При каких x значения функции $y = 2^x$ больше 8? (по графику).

Тема 3.2 Показательные уравнения, системы уравнений и неравенства (2 часа)

Практическое занятие: Решение показательных уравнений и неравенств

1. $4^x = 8$.
2. $5^{x-2} = 25$.
3. $2^{x^2-4} = 2^0$.
4. $3^{2x-1} = 27$.
5. $4^x - 2^{x+1} - 8 = 0$ (замена $t = 2^x$).
6. $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$.
7. $2^{x+1} + 2^{x-1} = 20$.
8. $3^x > 27$.
9. $\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 8$.
10. $2^{x-1} + 2^{x+2} < 36$.
11. $5^x > 125$.
12. (Логистика) $C(t) = 100 \cdot 2^{0.1t} > 200$. Найдите целое t .

Раздел 4. Логарифмы. Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства (21 час)

Тема 4.1 Логарифм и его свойства (2 часа)

Практическое занятие: Решение задач на преобразование и вычисление логарифмических выражений

1. $\log_2 16$.
2. $\log_3 \frac{1}{9}$.
3. $\log_5 125 - \log_2 0.5$.
4. $\log_6 9 + \log_6 4$.
5. $\log_2 16 - \log_2 4$.
6. $\frac{\log_3 27}{\log_3 9}$.
7. $\log_5 75 - \log_5 3$.
8. $\log_2 3 \cdot \log_3 16$.

9. Прологарифмируйте $A = 10x^2\sqrt{y}$ по основанию 10 ($x > 0, y > 0$).
10. Найдите x , если $\log_2 x = 3$.
11. Найдите x , если $\log_x 25 = 2$.
12. Вычислите: $\log_3 \log_2 8$.

Тема 4.2 Логарифмическая функция (2 часа)

Практическое занятие: Построение и чтение графиков логарифмической функции

1. Постройте график $y = \log_2 x$ ($x = 0.5, 1, 2, 4, 8$).
2. Постройте график $y = \log_{0.5} x$ в той же системе.
3. Опишите свойства функции $y = \log_2 x$.
4. По графику найдите $\log_2 5$ (приблизённо).
5. Сравните $\log_3 5$ и $\log_3 4$.
6. Сравните $\log_{0.2} 3$ и 0.
7. Определите знак: $\log_{0.5} 2$.
8. Определите знак: $\log_2 0.3$.
9. При каких x значения функции $y = \log_2 x$ положительны?
10. При каких x значения функции $y = \log_{0.5} x$ отрицательны?
11. Решите уравнение $\log_2 x = -1$ (по графику).
12. Решите неравенство $\log_2 x > 0$ (по графику).

Тема 4.3 Логарифмические уравнения, системы уравнений и логарифмические неравенства (2 часа)

Практическое занятие: Решение логарифмических уравнений и неравенств

1. $\log_5(x + 2) = 2$ (с учётом ОДЗ).
2. $\log_2(x - 1) = 3$.
3. $\log_2(x - 1) + \log_2 x = 1$.
4. $\log_3(x + 2) - \log_3(x - 1) = 1$.
5. $\log_{0.5}(2x - 1) > -2$.
6. $\log_3(x + 2) \leq 1$.
7. $\log_2(x - 3) < 2$.
8. $\log_{\frac{1}{3}}(x + 1) \geq 2$.
9. Решите систему: $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$.
10. Найдите область определения: $y = \log_2(5 - x)$.
11. Найдите область определения: $y = \log_3(x^2 - 4)$.
12. (Логистика) $Y = 50 + 30 \ln x \leq 200$. Найдите максимальное целое x .

Раздел 5. Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств (9 часов)

Тема 5.1 Общие методы решения уравнений и неравенств. Равносильность уравнений и неравенств (2 часа)

Практическое занятие: Решение уравнений и неравенств различными методами

1. $(x^2 - 2x)^2 - 3(x^2 - 2x) - 4 = 0$ (замена $t = x^2 - 2x$).
2. $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 3$ (группировка).
3. $\frac{(x-1)(x+3)}{x-2} \leq 0$ (метод интервалов).
4. $\frac{x^2-4}{x-1} > 0$.
5. $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = x - 1$ (иррациональное).

6. $2^{x+1} + 2^{x-1} = 20$ (показательное).
7. $\log_2(x + 3) = 2 - \log_2(x - 1)$ (логарифмическое).
8. Решите систему: $\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$.
9. Решите систему: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{cases}$.
10. Найдите ОДЗ: $C = \sqrt{10 - t} + \frac{3}{t-5}$.
11. Найдите ОДЗ: $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-3}$.
12. Решите неравенство: $|x - 2| \leq 3$.

Раздел 6. Тригонометрические функции и уравнения (26 часов)

Тема 6.1 Тригонометрические функции произвольного угла, числа. Радианная и градусная мера угла (2 часа)

Практическое занятие: Радианная и градусная мера угла

1. Переведите в радианы: 30° .
2. Переведите в радианы: 45° .
3. Переведите в радианы: 90° .
4. Переведите в радианы: 120° .
5. Переведите в радианы: 180° .
6. Переведите в градусы: $\frac{\pi}{6}$.
7. Переведите в градусы: $\frac{2\pi}{3}$.
8. Переведите в градусы: $\frac{5\pi}{4}$.
9. Определите знак: $\sin 200^\circ$.
10. Определите знак: $\cos(-60^\circ)$.
11. Определите знак: $\operatorname{tg} 310^\circ$.
12. Определите знак: $\operatorname{ctg} 150^\circ$.

Тема 6.2 Формулы тригонометрии (4 часа)

Практическое занятие: Преобразование тригонометрических выражений

1. Упростите: $1 - \sin^2 \alpha$.
2. Упростите: $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.
3. Упростите: $\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \cos^2 \alpha$.
4. Упростите: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$.
5. Приведите: $\sin(180^\circ - \alpha)$.
6. Приведите: $\cos(90^\circ + \alpha)$.
7. Приведите: $\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha)$.
8. Приведите: $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha)$.
9. Вычислите: $\sin 15^\circ$ (через формулу разности).
10. Вычислите: $\cos 75^\circ$.
11. Вычислите: $\operatorname{tg} 15^\circ$.
12. Упростите: $\sin 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.
13. Упростите: $\frac{\sin 2\alpha}{2\sin \alpha}$.
14. Докажите тождество: $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -\cos 2\alpha$.
15. Вычислите: $\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$.
16. Упростите: $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.
17. Преобразуйте в произведение: $\sin 3x + \sin x$.
18. Преобразуйте в произведение: $\cos 5x - \cos x$.

19. Преобразуйте в сумму: $\sin 2x \cos 3x$.
20. Вычислите: $\sin 105^\circ$.
21. Вычислите: $\cos 15^\circ$.
22. Упростите: $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$.
23. Упростите: $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$.
24. Найдите значение выражения $\sin(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = 0.6$, $\cos \beta = 0.8$ и углы в первой четверти.
25. Найдите $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0.3$.

Тема 6.3 Тригонометрические функции (2 часа)

Практическое занятие: Преобразование графиков тригонометрических функций

1. Постройте график $y = \sin x$ на отрезке $[-2\pi, 2\pi]$.
2. Постройте график $y = 2\sin x$ (растяжение).
3. Постройте график $y = \sin 2x$ (сжатие).
4. Постройте график $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ (сдвиг).
5. Постройте график $y = -\cos x$ (отражение).
6. Постройте график $y = \operatorname{tg} x$ на одном периоде.
7. Опишите, как из $y = \sin x$ получить $y = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$.
8. Найдите период функции $y = \cos 3x$.
9. Найдите период функции $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.
10. Определите чётность/нечётность: $y = x \cos x$.
11. Определите чётность/нечётность: $y = \sin x + x^2$.
12. Постройте график $y = \arcsin x$.

Тема 6.4 Тригонометрические уравнения и неравенства (2 часа)

Практическое занятие: Решение тригонометрических уравнений

1. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. $\sin x = 0$.
3. $\operatorname{tg} x = -1$.
4. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.
5. $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$.
6. $\sin 2x - \sin x = 0$.
7. $\cos 2x = \cos x$.
8. $\sin x + \sin 3x = 0$.
9. $2\sin^2 x - 3\cos x = 0$.
10. $\operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x = 0$.
11. (Логистика) $n = 4 + 2\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) = 5$. Найдите наименьший положительный t (месяц).
12. $\sin x > \frac{1}{2}$ на отрезке $[0, 2\pi]$.

2 семестр

Раздел 7. Комплексные числа (6 часов)

Тема 7.1 Комплексные числа, действия с ними (2 часа)

Практическое занятие: Выполнение расчетов с комплексными числами

1. $(3 + 2i) + (4 - 5i)$.
2. $(2 - i) - (3 + 2i)$.

3. $(1 + 3i)(2 - i)$.
4. $(2 - i)(3 + 2i)$.
5. Найдите сопряжённое для $z = 2 + 5i$ и вычислите $z \cdot \bar{z}$.
6. Найдите сопряжённое для $z = 3 - i$ и вычислите $z \cdot \bar{z}$.
7. Вычислите: $\frac{1}{2-i}$.
8. Вычислите: $\frac{3+i}{1-i}$.
9. Представьте в алгебраической форме: $(1 + i)^2$.
10. Представьте в алгебраической форме: $(2 - i)^2$.
11. Решите уравнение: $x^2 + 4 = 0$ (в комплексных числах).
12. Решите уравнение: $x^2 - 2x + 5 = 0$.

Раздел 8. Производная функции и ее применение (30 часов)

Тема 8.1 Понятие последовательности. Предел функции (2 часа)

Практическое занятие: Вычисление пределов последовательностей и функций

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{n+2}$.
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-1}{n^2+3}$.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+5}{2n-1}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 1)$.
5. $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^3 + x - 3)$.
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-x}{x}$.
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$.
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-2}{3x+1}$.
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x}{x^2-5}$.
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$.
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$.

Тема 8.2 Производная. Правила дифференцирования. Геометрический и физический смысл производной (4 часа)

Практическое занятие: Нахождение производной и ее приложения

1. $y = x^5 - 3x^2 + 4$.
2. $y = 2x^3 + \sqrt{x}$.
3. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
4. $y = \frac{x^2-1}{x+2}$.
5. $y = e^x \cdot \cos x$.
6. $y = x \cdot \ln x$.
7. $y = (2x - 1)^3$.
8. $y = \ln(3x + 2)$.
9. $y = e^{2x-1}$.
10. $y = \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right)$.
11. $y = \cos^2 x$.
12. $y = \operatorname{tg} x$.

13. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = x^2 - 3x$.
14. Найдите $f'(0)$, если $f(x) = e^x \cdot \sin x$.
15. (Физический смысл) $S(t) = 2t^3 - 3t^2 + 4$. Найдите $v(2)$ и $a(2)$.
16. (Физический смысл) $S(t) = 5t^2 - 2t + 1$. Найдите скорость в момент $t = 3$.
17. (Геометрический смысл) Составьте уравнение касательной к $y = x^2$ в точке $x_0 = 1$.
18. (Геометрический смысл) Составьте уравнение касательной к $y = \sin x$ в точке $x_0 = 0$.
19. Найдите угловой коэффициент касательной к $y = \ln x$ в точке $x_0 = 1$.
20. Найдите производную сложной функции: $y = \sqrt{2x + 5}$.
21. Найдите производную сложной функции: $y = \cos(3x - 1)$.
22. Найдите производную: $y = \frac{\sin x}{x}$.
23. Найдите производную: $y = e^x \cdot x^2$.
24. Найдите производную: $y = \ln(\cos x)$.
25. Найдите производную: $y = \arctg 2x$.

Тема 8.3 Исследование функции с помощью производной (8 часов)

Практическое занятие: Полное исследование функции и задачи на оптимум

Занятие 8.3.1: Монотонность и экстремумы (2 часа)

1. Найдите промежутки возрастания и убывания $y = x^3 - 3x$.
2. Найдите точки экстремума $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
3. Исследуйте на монотонность $y = x^4 - 2x^2$.
4. Найдите экстремумы $y = \frac{x^2}{x-1}$.
5. Найдите экстремумы $y = x \ln x$.
6. Найдите экстремумы $y = e^x(x - 2)$.
7. Определите характер монотонности $y = \cos x$ на отрезке $[0, 2\pi]$.
8. Найдите стационарные точки $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$.

Занятие 8.3.2: Наибольшее и наименьшее значение на отрезке (2 часа)

1. Найдите наибольшее и наименьшее значение $y = x^2 - 4x + 5$ на $[0, 3]$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значение $y = x^3 - 3x^2$ на $[-1, 4]$.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значение $y = \sin x$ на $[0, \pi]$.
4. Найдите наибольшее и наименьшее значение $y = x + \frac{1}{x}$ на $[1, 5]$.
5. (Логистика) Расходы на хранение: $C(x) = x^2 - 10x + 150$ (x — количество).

При каком x расходы минимальны?

6. (Логистика) Доход: $R(x) = 200x - 0.5x^2$. Найдите оптимальный объём x , максимизирующий доход.
7. Задача про базу и ж/д (классическая оптимизация). Найдите точку минимума функции затрат.
8. Из всех прямоугольников с периметром 20 м найдите с максимальной площадью.

Занятие 8.3.3: Полное исследование и построение графиков (2 часа)

1. Исследуйте и постройте график $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
2. Исследуйте и постройте график $y = \frac{x}{x+1}$.
3. Исследуйте и постройте график $y = xe^{-x}$.
4. Исследуйте и постройте график $y = x^2 e^{-x}$.
5. Исследуйте и постройте график $y = \ln(x^2 + 1)$.
6. Исследуйте и постройте график $y = \frac{x^2 - 1}{x}$.

7. Найдите асимптоты графика $y = \frac{x^2}{x-1}$.
8. Найдите асимптоты графика $y = \frac{2x}{x-3}$.

Занятие 8.3.4: Прикладные задачи (2 часа)

1. (Физика) Тело движется по закону $S = t^3 - 3t^2 + 2t$. В какие моменты скорость равна нулю?
2. (Экономика) Функция прибыли $P(x) = -x^3 + 12x^2 - 36x$. Найдите максимум прибыли.
3. (Логистика) Стоимость перевозки единицы груза на расстояние x : $C(x) = 0.1x^2 - 4x + 100$. Найдите оптимальное расстояние.
4. Задача о минимальной длине забора для заданной площади.
5. Задача о минимальной поверхности цилиндрической банки заданного объёма.
6. (Логистика) Оптимальный размер заказа (формула Уилсона — упрощённо).
7. (Логистика) Функция издержек $C(x) = 2x + \frac{50}{x}$. Найдите минимум.
8. (Логистика) Выберите оптимального поставщика по критерию минимальных затрат (задача с тарифами и разгрузкой, аналогичная итоговой).

Раздел 9. Первообразная и интеграл (14 часов)

Тема 9.1 Понятие первообразной функции. Правила нахождения (2 часа)

Практическое занятие: Вычисление первообразной для данной функции

1. Найдите общий вид первообразных для $f(x) = x^3$.
2. Найдите общий вид для $f(x) = \cos x$.
3. Найдите общий вид для $f(x) = \frac{1}{x}$.
4. Найдите общий вид для $f(x) = e^x$.
5. Найдите общий вид для $f(x) = 2x + 3$.
6. Найдите общий вид для $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.
7. Для $f(x) = 2x + 1$ найдите первообразную, проходящую через точку $A(1, 4)$.
8. Для $f(x) = \sin x$ найдите первообразную, график которой проходит через $(\pi, 0)$.
9. Найдите первообразную для $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$.
10. Найдите первообразную для $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.
11. Проверьте, является ли $F(x) = x^3$ первообразной для $f(x) = 3x^2$.
12. Проверьте, является ли $F(x) = \ln x$ первообразной для $f(x) = \frac{1}{x}$ (при $x > 0$).

Тема 9.2 Неопределенный и определенный интегралы. Формула Ньютона-Лейбница (4 часа)

Практическое занятие: Вычисление определенного интеграла и площадей

1. $\int 3x^2 dx$.
2. $\int (2x - e^x) dx$.
3. $\int \frac{1}{x} dx$.
4. $\int \cos x dx$.
5. $\int \frac{dx}{x^2}$.
6. $\int (x^2 + 2x - 1) dx$.
7. $\int_0^1 x^2 dx$.
8. $\int_1^2 (2x + 1) dx$.

9. $\int_0^{\pi} \sin x dx$.
10. $\int_0^1 e^x dx$.
11. $\int_{-1}^2 (x^2 - 1) dx$.
12. Вычислите площадь фигуры, ограниченной $y = x^2$ и $y = 0, x = 1, x = 2$.
13. Вычислите площадь фигуры, ограниченной $y = x^2$ и $y = 2x$.
14. Вычислите площадь фигуры, ограниченной $y = \sqrt{x}$ и $y = 0, x = 0, x = 4$.
15. Вычислите площадь фигуры, ограниченной $y = -x^2 + 4$ и осью Ox .
16. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком $y = \frac{1}{x}$, прямыми $x = 1, x = 2$ и осью Ox .
17. (Экономика) Предельные издержки $MC = 3Q^2 - 2Q + 5$. Найдите прирост общих издержек при увеличении объёма с 2 до 4 ($\int_2^4 MC dQ$).
18. (Экономика) Предельный доход $MR = 100 - 2Q$. Найдите прирост дохода при увеличении продаж с 10 до 20.
19. Найдите площадь фигуры, ограниченной $y = \cos x$, осью Ox на отрезке $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
20. Найдите площадь фигуры, ограниченной $y = x^2$ и $y = 4$.
21. Найдите площадь фигуры, ограниченной $y = 2 - x^2$ и $y = x^2$.
22. Вычислите $\int_{-1}^1 |x| dx$.
23. Вычислите $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$.
24. Найдите объём тела, полученного вращением $y = \sqrt{x}$ вокруг оси Ox от $x = 0$ до $x = 1$ (по желанию, если программа предусматривает).
25. Найдите объём тела, полученного вращением $y = 2x$ вокруг оси Ox от $x = 0$ до $x = 2$.

Раздел 10. Множества (8 часов)

Тема 10.1 Множества. Операции над множествами (4 часа)

Практическое занятие: Операции с множествами. Диаграммы Эйлера-

Венна

1. Даны $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$. Найдите $A \cup B$.
2. Найдите $A \cap B$.
3. Найдите $A \setminus B$.
4. Найдите $B \setminus A$.
5. Найдите $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ (симметрическая разность).
6. Изобразите на диаграмме Эйлера-Венна $A \cup B$.
7. Изобразите на диаграмме $A \cap B$.
8. Изобразите на диаграмме $(A \cap B) \cup C$.
9. Даны универсальное множество $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Найдите дополнение $\bar{A}$.
10. Проверьте равенство $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ на примере конкретных множеств.
11. (Логистика) На складе А: {Кирпич, Цемент, Песок}, на складе В: {Цемент, Гвозди, Доски}. Найдите товары, которые есть хотя бы на одном складе.
12. Найдите товары, которые есть на обоих складах.
13. Найдите товары, которые есть на А, но нет на В.
14. Найдите товары, которые есть только на одном из складов.
15. В группе 20 человек. 10 любят яблоки, 8 — груши, 5 — и то, и другое. Сколько человек не любят ни яблоки, ни груши? (Решить с помощью кругов Эйлера).

16. Из 100 студентов английский изучают 70, немецкий — 45, оба — 30. Сколько студентов не изучают ни одного?
17. Запишите множество чётных чисел от 1 до 20.
18. Запишите множество простых чисел, меньших 15.
19. Определите мощность множества букв в слове "МАТЕМАТИКА".
20. Является ли множество $\{-1, 0, 1\}$ подмножеством множества целых чисел?
21. Найдите все подмножества множества $\{a, b\}$.
22. Найдите все подмножества множества $\{1, 2, 3\}$.
23. (Логистика) Товары делятся на категории А, В, С. Изобразите диаграмму, если А и В пересекаются, а С не пересекается с ними.
24. Приведите примеры пустого множества в логистике.
25. Запишите характеристическое свойство множества чётных чисел.

Раздел 11. Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики (22 часа)

Тема 11.1 Основные понятия комбинаторики (4 часа)

Практическое занятие: Решение задач на применение формул комбинаторики

1. Сколькими способами можно расставить 5 различных книг на полке? (P_5)
2. Сколькими способами можно составить расписание из 4 различных уроков на день? (P_4)
3. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, если цифры не повторяются? (A_4^3)
4. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, если цифры не повторяются? (с учётом, что 0 не на первом месте)
5. В группе 10 человек. Сколькими способами можно выбрать старосту и его заместителя? (размещения)
6. Сколькими способами можно выбрать 3 делегатов из 10 на конференцию? (сочетания C_{10}^3)
7. Вычислите C_8^2 .
8. Вычислите C_{10}^7 .
9. Вычислите A_6^2 .
10. Вычислите A_7^4 .
11. В ящике 10 деталей, из них 3 бракованных. Сколькими способами можно выбрать 2 детали?
12. Сколькими способами можно выбрать 2 бракованных детали из 3?
13. Сколькими способами можно выбрать 2 стандартных детали из 7?
14. (Логистика) Сколькими способами можно распределить 5 различных грузов по 3 машинам, если каждая машина может получить не более одного груза?
15. Сколькими способами можно разложить 6 различных писем в 6 различных конвертов? (P_6)
16. Сколько существует трёхзначных кодов из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если цифры могут повторяться? (5^3)
17. Сколькими способами можно выбрать 4 фрукта из 10 различных?
18. В лотерее нужно угадать 6 чисел из 49. Сколько возможных комбинаций?
19. Сколькими способами можно посадить 4 человек на 4 стула?
20. Сколькими способами можно составить букет из 3 роз, если есть 5 разных сортов? (сочетания с повторениями или без? Без повторений, если розы разные сорта и не повторяются).
21. Найдите число перестановок букв в слове "КОМБИНАТОРИКА" (есть повторяющиеся буквы) — сложная задача, можно дать идею.

22. Сколько различных слов можно составить, переставляя буквы слова "МАТЕМАТИКА"?

23. (Логистика) У логиста есть 3 маршрута в город А и 4 маршрута в город Б. Сколькими способами можно выбрать маршрут туда и обратно (разные)?

24. Сколькими способами можно выбрать 2 города из 10 для посещения?

25. Сколькими способами можно заказать 3 разных напитка из 7 предложенных?

Тема 11.2 События. Вероятность событий (2 часа)

Практическое занятие: Решение задач на вычисление вероятности

1. В партии из 100 деталей 5 бракованных. Найти вероятность взять бракованную деталь.

2. В урне 10 белых и 15 чёрных шаров. Найти вероятность вынуть белый шар.

3. Бросают одну игральную кость. Найти вероятность выпадения числа больше 4.

4. Бросают две монеты. Найти вероятность того, что выпадет хотя бы один орёл.

5. Два стрелка: вероятность попадания первого 0.8, второго 0.7. Найти вероятность, что оба попадут.

6. Найти вероятность, что хотя бы один попадёт (в предыдущей задаче).

7. Вероятность того, что первый попадёт 0.8, второй — 0.7. Найти вероятность, что только первый попадёт.

8. (Логистика) Вероятность задержки поставки от А = 0.1, от В = 0.2, независимо. Найти вероятность, что оба задержат.

9. Найти вероятность, что хотя бы один задержит.

10. В лотерее 100 билетов, из них 10 выигрышных. Куплен 1 билет. Найти вероятность выигрыша.

11. Из колоды 36 карт вынимают одну. Найти вероятность, что это туз.

12. Найти вероятность, что это карта пиковой масти.

Тема 11.3 Элементы математической статистики (2 часа)

Практическое занятие: Нахождение числовых характеристик вариационного ряда

1. Дан ряд: 3, 4, 2, 5, 3, 4, 4. Найдите среднее арифметическое.

2. Найдите моду.

3. Найдите медиану.

4. Найдите размах.

5. Вычислите дисперсию (по формуле).

6. Вычислите среднее квадратическое отклонение.

7. Постройте полигон частот для ряда: 2,3,3,4,4,4,5,5,6.

8. Для ряда: 10,12,9,11,10,13,14 найдите все характеристики.

9. Время доставки (дни): 2,3,5,2,4,3,3,5,6. Найдите среднее.

10. Постройте гистограмму для интервального ряда (преподаватель задаёт интервалы).

11. Найдите выборочную дисперсию для данных из задачи 1.

12. (Логистика) Имеются данные о времени обработки заказов: 15,20,18,22,19,21,20 (мин). Найдите среднее и стандартное отклонение.

Раздел 12. Геометрия. Прямые и плоскость в пространстве (37 часов)

Тема 12.1 Геометрия на плоскости (2 часа)

Практическое занятие: Практико-ориентированные задачи в курсе геометрии на плоскости

1. Склад прямоугольной формы: площадь 450 м^2 , длина на 7 м больше ширины. Найдите периметр.
2. Найдите диагональ прямоугольника со сторонами 6 м и 8 м.
3. Участок под склад — трапеция с основаниями 20 м и 30 м, высота 12 м. Найдите площадь.
4. Найдите площадь круга, если диаметр 10 м.
5. Длина окружности склада (кругового) равна 31.4 м. Найдите радиус и площадь.
6. Найдите площадь треугольника со сторонами 13, 14, 15 (по формуле Герона).
7. Склад имеет форму равностороннего треугольника со стороной 10 м. Найдите высоту и площадь.
8. Сколько квадратных метров линолеума нужно для пола в комнате $5 \text{ м} \times 4 \text{ м}$?
9. Сколько рулонов обоев нужно для стен высотой 2.5 м, если периметр комнаты 18 м, а ширина рулона 0.5 м, длина 10 м?
10. (Логистика) Найдите длину забора вокруг склада, если план склада — прямоугольник $30 \times 20 \text{ м}$ с вырезанным углом в виде квадрата $5 \times 5 \text{ м}$ (нужно вычислить периметр сложной фигуры).
11. Найдите площадь пола склада, состоящего из прямоугольника 20×10 и примыкающего полукруга радиусом 5 м.
12. Колесо тележки диаметром 0.6 м сделало 100 оборотов. Какое расстояние проехала тележка?

Тема 12.2 Основные понятия стереометрии. Расположение прямых и плоскостей (6 часов)

Практическое занятие: Аксиомы стереометрии и взаимное расположение прямых и плоскостей

Занятие 1 (2 часа): Аксиомы и следствия

1. Сформулируйте аксиомы стереометрии.
2. Приведите примеры из реального склада (пол, стены, стыки).
3. Через любые три точки всегда ли можно провести плоскость? Ответ обоснуйте.
4. Сколько плоскостей можно провести через прямую и точку вне её?
5. Сколько плоскостей можно провести через две пересекающиеся прямые?
6. Сколько плоскостей можно провести через две параллельные прямые?
7. На модели куба укажите плоскости, содержащие ребро AA₁.
8. На модели куба назовите прямые, пересекающие прямую АВ.
9. На модели куба назовите прямые, параллельные прямой АВ.
10. На модели куба назовите прямые, скрещивающиеся с АВ.
11. Даны две пересекающиеся прямые. Верно ли, что через них можно провести единственную плоскость?
12. Даны прямая и не лежащая на ней точка. Сколько плоскостей можно провести через них?

Занятие 2 (2 часа): Взаимное расположение прямых в пространстве

1. Определите взаимное расположение прямых АВ и CD на модели куба.
2. Определите взаимное расположение АВ и B₁C₁.
3. Определите взаимное расположение A₁B₁ и CD.
4. Определите взаимное расположение диагоналей граней куба.
5. Докажите, что если две прямые параллельны третьей, то они параллельны.
6. Найдите угол между прямыми АВ и B₁C₁ (куб).
7. Найдите угол между прямыми A₁C₁ и ВС.
8. Найдите угол между скрещивающимися прямыми AA₁ и ВС.

9. В правильной треугольной призме все рёбра равны 1. Найдите угол между прямыми AB и A_1C_1 .

10. (Логистика) В ангаре стоят стеллажи. Как проверить, параллельны ли направляющие?

Занятие 3 (2 часа): Взаимное расположение прямой и плоскости

1. Определите взаимное расположение прямой AB и плоскости $ABCD$.
2. Определите взаимное расположение прямой AB и плоскости DCC_1D_1 .
3. Определите взаимное расположение прямой AA_1 и плоскости $ABCD$.
4. Определите взаимное расположение прямой A_1B_1 и плоскости $ABCD$.
5. Определите взаимное расположение прямой AC и плоскости $A_1B_1C_1D_1$.
6. Сколько общих точек может иметь прямая с плоскостью?
7. Приведите пример прямой, параллельной плоскости пола в аудитории.
8. Приведите пример прямой, пересекающей плоскость пола.
9. Приведите пример прямой, лежащей в плоскости стены.
10. Может ли прямая, параллельная плоскости, пересекать какую-либо прямую в этой плоскости? Да/нет.
11. Может ли прямая, параллельная плоскости, быть скрещивающейся с прямой в этой плоскости? Да/нет.
12. Докажите, что если прямая параллельна плоскости, то она не имеет с ней общих точек.
13. (Логистика) Луч прожектора направлен параллельно полу. Как он расположен относительно стен?

Тема 12.3 Параллельность прямых, прямой и плоскости, плоскостей (4 часа)

Практическое занятие: Решение задач на параллельность

1. Через точку K вне плоскости α проведены две прямые, пересекающие α в A и B . Прямая через K параллельно AB пересекает α ? Ответ обоснуйте.
2. Докажите, что если две плоскости параллельны, то любая прямая одной плоскости параллельна другой плоскости.
3. Докажите признак параллельности прямой и плоскости.
4. Даны две параллельные плоскости. Прямая a пересекает первую. Пересекает ли она вторую?
5. Даны две параллельные плоскости. Через точку одной проведена прямая, параллельная другой. Докажите, что она лежит в первой плоскости.
6. В кубе найдите сечение плоскостью, проходящей через середины рёбер и параллельной грани.
7. Постройте сечение треугольной призмы плоскостью, проходящей через сторону основания и параллельной боковому ребру.
8. Докажите, что если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то плоскости параллельны.
9. Даны две скрещивающиеся прямые. Докажите, что через одну из них можно провести плоскость, параллельную другой.
10. В правильной четырёхугольной пирамиде докажите параллельность некоторых элементов.
11. (Логистика) Стеллажи на складе расположены параллельными рядами. Докажите, что плоскости полок параллельны.
12. Задача на построение сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку и параллельной грани.
13. Задача на доказательство параллельности прямых в пространстве.
14. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ докажите, что плоскость AB_1C параллельна плоскости A_1C_1D .

15. Найдите расстояние между параллельными плоскостями (в кубе).
16. Через точку на ребре провести плоскость, параллельную двум скрещивающимся прямым.
17. Докажите, что если прямая параллельна плоскости, то в этой плоскости существует прямая, параллельная данной.
18. Постройте прямую пересечения двух плоскостей, если они параллельны? (не пересекаются)
19. В тетраэдре проведите сечение, параллельное двум противоположным рёбрам.
20. (Логистика) На складе есть вертикальные стойки. Докажите, что они параллельны между собой.
21. Через данную точку проведите плоскость, параллельную данной плоскости.
22. Докажите, что отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями, равны.
23. В прямоугольном параллелепипеде докажите параллельность противоположных граней.
24. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через середины трёх рёбер, выходящих из одной вершины.
25. Определите взаимное расположение двух плоскостей, если одна из них содержит прямую, параллельную другой.

Тема 12.4 Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, плоскостей (4 часа)

Практическое занятие: Решение задач на перпендикулярность и теорему о трёх перпендикулярах

1. Докажите, что если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым в плоскости, то она перпендикулярна плоскости.
2. В кубе найдите прямые, перпендикулярные плоскости $ABCD$.
3. В кубе найдите плоскости, перпендикулярные прямой AA_1 .
4. (Теорема о трёх перпендикулярах) Из точки на полу проведена наклонная к стене длиной 10 м, её проекция на пол равна 6 м. Найдите расстояние от точки до стены.
5. В кубе найдите угол между диагональю куба и плоскостью основания.
6. В правильной треугольной пирамиде найдите высоту.
7. Докажите признак перпендикулярности двух плоскостей.
8. В прямоугольном параллелепипеде найдите диагональ.
9. Найдите расстояние от вершины куба до диагонали, не проходящей через эту вершину.
10. (Логистика) Вертикальная опора освещения перпендикулярна полу. Какова её высота, если тень от неё на полу имеет длину 3 м, а угол падения солнечных лучей 30° ?
11. Дана прямая a , перпендикулярная плоскости α . Сколько прямых, перпендикулярных a , можно провести через данную точку в α ?
12. Докажите, что если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.
13. В кубе найдите угол между плоскостями $ABCD$ и ABB_1A_1 — они перпендикулярны.
14. Найдите угол между плоскостью основания и боковой гранью в правильной четырёхугольной пирамиде.
15. Постройте линейный угол двугранного угла между плоскостями.
16. В правильной треугольной призме все рёбра равны. Найдите угол между плоскостями основания и боковой грани.

17. Из точки к плоскости проведены перпендикуляр и наклонная. Перпендикуляр = 6 см, наклонная = 10 см. Найдите проекцию наклонной.
18. Найдите угол между наклонной и плоскостью, если перпендикуляр = 5, проекция = $5\sqrt{3}$.
19. Докажите, что если две плоскости перпендикулярны, то прямая, лежащая в одной плоскости и перпендикулярная линии их пересечения, перпендикулярна другой плоскости.
20. (Логистика) На складе есть вертикальные стойки и горизонтальные балки. Докажите перпендикулярность.
21. В кубе найдите расстояние от точки А до плоскости BDC1.
22. В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания 4, высота 6. Найдите апофему.
23. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если известны апофема и периметр основания.
24. В прямоугольном параллелепипеде измерения 3,4,5. Найдите диагональ.
25. Докажите, что через любую точку пространства можно провести единственную плоскость, перпендикулярную данной прямой.

Раздел 13. Фигуры в пространстве. Многогранники (24 часа)

Тема 13.2 Призма (4 часа)

Практическое занятие: Решение задач на вычисление площади поверхности и объёма призмы

1. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 3 м и 4 м. Высота призмы 5 м. Найдите площадь полной поверхности.
2. Найдите объём этой же призмы.
3. В основании прямой призмы — квадрат со стороной 2 м, высота 6 м. Найдите площадь боковой поверхности.
4. Найдите площадь полной поверхности.
5. Найдите объём.
6. В основании правильной треугольной призмы сторона 4 см, высота 10 см. Найдите площадь боковой поверхности.
7. Найдите площадь полной поверхности.
8. Найдите объём.
9. Складской ангар — правильная шестиугольная призма. Сторона основания 2 м, длина ангара 10 м. Найдите объём.
10. Найдите площадь боковой поверхности ангара.
11. В прямой призме основание — ромб с диагоналями 6 и 8, высота 5. Найдите площадь полной поверхности.
12. Найдите объём.
13. Дана треугольная призма, все рёбра равны 4. Найдите площадь полной поверхности.
14. Найдите объём.
15. Постройте сечение треугольной призмы плоскостью, проходящей через три точки на боковых рёбрах.
16. Постройте сечение четырёхугольной призмы плоскостью, проходящей через сторону основания и точку на противоположном ребре.
17. Найдите площадь диагонального сечения прямоугольного параллелепипеда с измерениями 3,4,5.
18. В правильной шестиугольной призме сторона основания 3, высота 8. Найдите большую диагональ.

19. Найдите площадь сечения, проходящего через два противоположных боковых ребра.
20. (Логистика) Транспортная упаковка имеет форму призмы с основанием — равносторонний треугольник. Сторона 0.5 м, высота упаковки 1 м. Найдите объём.
21. Сколько квадратных метров материала нужно для изготовления такой упаковки (с учётом дна и крышки)?
22. В основании призмы лежит трапеция с основаниями 5 и 3, высота трапеции 4. Высота призмы 10. Найдите объём.
23. Найдите площадь полной поверхности.
24. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через середины трёх рёбер, выходящих из одной вершины. Найдите периметр сечения, если ребро 2.
25. Найдите площадь этого сечения.

Тема 13.3 Параллелепипед, куб (4 часа)

Практическое занятие: Решение задач на вычисление площади поверхности и объёма параллелепипеда

1. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда с измерениями 8,5,3.
2. Найдите площадь полной поверхности.
3. Найдите диагональ.
4. Измерения параллелепипеда относятся как 1:2:3, а его объём 48. Найдите измерения.
5. Сколько квадратных метров фанеры потребуется для изготовления ящика (без крышки) $1.5 \times 1 \times 0.8$ м?
6. Найдите площадь поверхности куба со стороной 4.
7. Найдите объём куба, если его диагональ равна $2\sqrt{3}$.
8. Найдите диагональ куба, если его объём равен 27.
9. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через середины трёх рёбер, выходящих из одной вершины.
10. Найдите периметр этого сечения, если ребро куба 2.
11. Найдите площадь этого сечения.
12. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через три точки на рёбрах.
13. Найдите угол между диагональю куба и плоскостью основания.
14. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA₁B₁C₁D₁ известно: AB=3, AD=4, AA₁=5. Найдите расстояние от точки A до прямой C₁D₁.
15. Найдите угол между прямыми BD₁ и AC.
16. Найдите площадь диагонального сечения параллелепипеда.
17. (Логистика) Контейнер имеет форму куба с ребром 2 м. Сколько таких контейнеров можно поместить в кузов размерами $6 \times 2.5 \times 2.5$ м? (с учётом возможности штабелирования).
18. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его диагонали граней равны 5, 6, 7.
19. В кубе найдите расстояние между скрещивающимися диагоналями противоположных граней.
20. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через вершину и середины двух рёбер.
21. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, если его диагональ равна 10 и составляет с плоскостью основания угол 30° .
22. Измерения параллелепипеда увеличили в 2 раза. Во сколько раз увеличился объём? Во сколько раз увеличилась площадь поверхности?

23. Куб сложен из 27 маленьких кубиков. Сколько маленьких кубиков имеют 3 окрашенные грани, если большой куб покрасили со всех сторон?

24. Найдите объём многогранника, являющегося частью куба (задача на вычитание объёмов).

25. (Логистика) Рассчитайте объём штабеля из 10 одинаковых коробок размером $0.4 \times 0.3 \times 0.2$ м.

Раздел 14. Фигуры в пространстве. Тела вращения (28 часов)

Тема 14.1 Цилиндр (2 часа)

Практическое занятие: Решение задач на вычисление площади поверхности и объёма цилиндра

1. Радиус основания цилиндра 2 м, высота 5 м. Найдите площадь боковой поверхности.
2. Найдите площадь полной поверхности.
3. Найдите объём.
4. Диаметр основания 4 м, высота 6 м. Найдите объём в литрах ($1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ л}$).
5. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 100π , высота 10. Найдите радиус.
6. Объём цилиндра 150π , радиус 5. Найдите высоту.
7. Осевое сечение цилиндра — квадрат со стороной 6. Найдите объём.
8. Найдите площадь полной поверхности цилиндра, если его осевое сечение — квадрат со стороной 4.
9. Цилиндр получен вращением прямоугольника со сторонами 3 и 4 вокруг большей стороны. Найдите объём.
10. Найдите площадь полной поверхности.
11. (Логистика) Бочка для хранения имеет форму цилиндра. Диаметр 1 м, высота 1.5 м. Сколько литров она вмещает?
12. Сколько краски потребуется для покраски бочки снаружи (без дна?), если расход 200 г на м^2 ?

Тема 14.2 Конус (4 часа)

Практическое занятие: Вычисление площади поверхности и объёма конуса

1. Радиус основания конуса 3 м, образующая 5 м. Найдите высоту.
2. Найдите площадь осевого сечения.
3. Найдите площадь боковой поверхности.
4. Найдите площадь полной поверхности.
5. Найдите объём.
6. Высота конуса 4, радиус 3. Найдите образующую.
7. Площадь основания конуса 25π , высота 6. Найдите объём.
8. Образующая конуса 10, радиус 6. Найдите объём.
9. Осевое сечение конуса — правильный треугольник со стороной 8. Найдите объём.
10. Найдите площадь боковой поверхности конуса, если осевое сечение — правильный треугольник со стороной 8.
11. Радиусы оснований усечённого конуса 2 и 4, высота 3. Найдите объём.
12. Найдите образующую усечённого конуса (по тем же данным).
13. Найдите площадь боковой поверхности усечённого конуса.
14. (Логистика) Бункер для сыпучих материалов имеет форму конуса. Высота 2.4 м, диаметр основания 3 м. Найдите объём.
15. Сколько квадратных метров листового металла нужно для изготовления такого бункера (с крышкой? без?).

16. Конус получен вращением прямоугольного треугольника с катетами 3 и 4 вокруг меньшего катета. Найдите объём.
17. Найдите площадь полной поверхности.
18. В конусе угол между образующей и высотой равен 30° , образующая 10. Найдите радиус.
19. Найдите объём.
20. Площадь боковой поверхности конуса в 2 раза больше площади основания. Найдите угол между образующей и плоскостью основания.
21. Радиус одного основания усечённого конуса в 2 раза больше другого, высота 5, образующая 7. Найдите радиусы.
22. (Логистика) Цистерна для перевозки молока имеет форму цилиндра с двумя коническими крышками (как вагон-цистерна). Найдите объём, если цилиндрическая часть длина 5 м, радиус 1 м, а конусы высотой 1 м.
23. Постройте развёртку конуса с заданными параметрами.
24. Найдите центральный угол развёртки боковой поверхности конуса с радиусом основания 3 и образующей 5.
25. В конус вписан цилиндр. Найдите отношение объёмов.

Тема 14.3 Шар и сфера (4 часа)

Практическое занятие: Решение задач на вычисление площади поверхности и объёма шара

1. Радиус шара 3 м. Найдите площадь сферы.
2. Найдите объём шара.
3. Площадь сферы 144π см². Найдите радиус.
4. Объём шара 36π м³. Найдите радиус.
5. Шар вписан в цилиндр (касается оснований и боковой поверхности). Найдите отношение объёма шара к объёму цилиндра.
6. Шар описан около цилиндра. Найдите отношение.
7. Резервуар в форме полусферы радиусом 2 м установлен на землю. Какой объём жидкости он вмещает?
8. Сколько квадратных метров материала нужно для изготовления такого резервуара (без дна)?
9. Диаметр шара 12 см. Найдите площадь сечения шара плоскостью, проходящей на расстоянии 4 см от центра.
10. Найдите объём шарового сегмента, если высота сегмента 2 см, радиус шара 5 см.
11. (Логистика) Сферический резервуар для газа имеет радиус 5 м. Найдите его объём.
12. Во сколько раз увеличится объём шара, если его радиус увеличить в 2 раза?
13. Во сколько раз увеличится площадь поверхности?
14. Шар радиуса R переплавили в конус с высотой R . Найдите радиус основания конуса.
15. Найдите объём шарового слоя, если радиусы оснований 3 и 4, а высота 2.
16. Шар вписан в куб. Найдите отношение объёма шара к объёму куба.
17. Шар описан около куба. Найдите отношение.
18. В шаре проведено сечение на расстоянии 3 от центра. Радиус сечения 4. Найдите радиус шара.
19. Площадь большого круга шара равна 16π . Найдите объём шара.
20. Через середину радиуса проведено перпендикулярное сечение. Найдите отношение площади полученного сечения к площади большого круга.
21. (Логистика) Сферический поплавок имеет радиус 0.5 м. Какую силу Архимеда он испытывает, если погружён наполовину? (плотность воды 1000 кг/м³)

22. Шар и цилиндр имеют равные радиусы и равные объёмы. Найдите отношение высоты цилиндра к радиусу.
23. Два шара с радиусами 2 и 3. Найдите радиус шара, объём которого равен сумме их объёмов.
24. В полусфере радиуса R проведено сечение, параллельное основанию. При каком расстоянии от основания площадь сечения равна половине площади основания?
25. Постройте сечение шара плоскостью и найдите его радиус, если известно расстояние от центра.

Тема 14.4 Комбинации многогранников и тел вращения (4 часа)

Практическое занятие: Использование комбинаций многогранников и тел вращения в практико-ориентированных задачах

1. Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Найдите отношение их объёмов.
2. Конус вписан в цилиндр так, что основание конуса совпадает с основанием цилиндра, а вершина — с центром другого основания. Найдите отношение объёмов.
3. Шар вписан в куб. Найдите отношение объёма шара к объёму куба.
4. Шар описан около куба. Найдите отношение.
5. В правильную четырёхугольную пирамиду вписан цилиндр. Найдите максимальный объём цилиндра.
6. В конус вписан цилиндр. Найдите отношение объёмов, если высота цилиндра равна половине высоты конуса.
7. Шар вписан в цилиндр (касается оснований и боковой поверхности). Найдите отношение площади поверхности шара к площади полной поверхности цилиндра.
8. (Логистика) Резервуар состоит из цилиндра и полусферы сверху. Диаметр основания 2 м, высота цилиндрической части 3 м. Найдите объём.
9. Найдите площадь поверхности резервуара (для покраски).
10. Конус и полусфера имеют общее основание. Найдите отношение их объёмов, если высота конуса равна радиусу.
11. В шар вписан конус, образующая которого равна диаметру шара. Найдите отношение объёма конуса к объёму шара.
12. В шар вписан цилиндр, осевое сечение которого — квадрат. Найдите отношение объёма цилиндра к объёму шара.
13. Около шара описан цилиндр. Найдите отношение их поверхностей.
14. Около шара описан конус. Найдите отношение объёмов.
15. В правильную треугольную пирамиду вписан шар. Найдите радиус шара, если сторона основания a , высота h .
16. В конус вписан шар. Найдите радиус шара, если радиус основания конуса R , высота H .
17. (Логистика) Цистерна имеет форму цилиндра с двумя полусферическими крышками. Диаметр 2 м, общая длина 6 м. Найдите объём.
18. Найдите площадь поверхности такой цистерны.
19. В усечённый конус вписан шар. Найдите отношение объёмов.
20. Комбинация куба и полусфера на его грани. Найдите объём.
21. (Логистика) Контейнер имеет форму прямоугольного параллелепипеда, сверху — цилиндрическая горловина. Найдите объём.
22. Задача на максимум объёма цилиндра, вписанного в конус.
23. Задача на минимум поверхности цилиндра при заданном объёме (связь с комбинациями).
24. Постройте сечение комбинированной фигуры.
25. Найдите площадь поверхности тела, полученного вращением прямоугольника вокруг стороны (цилиндр) и треугольника (конус).

Раздел 15. Координаты и векторы (16 часов)

Тема 15.1 Декартовы координаты в пространстве (4 часа)

Практическое занятие: Нахождение расстояния между двумя точками и координат середины отрезка

1. Даны $A(1,2,3)$ и $B(4,-2,7)$. Найдите координаты середины отрезка AB .
2. Найдите расстояние между A и B .
3. Даны $C(3,0,4)$ и $D(1,-2,2)$. Найдите середину и расстояние.
4. Найдите координаты точки, симметричной $A(2,-3,1)$ относительно начала координат.
5. Найдите координаты точки, симметричной A относительно оси Ox .
6. Найдите координаты точки, симметричной A относительно плоскости Oxy .
7. При каком значении p точка $C(3,p,-2)$ равноудалена от $A(1,2,-1)$ и $B(3,2,3)$?
8. Найдите периметр треугольника с вершинами $A(1,2,3)$, $B(3,2,1)$, $C(2,2,2)$.
9. Докажите, что треугольник с вершинами $A(0,0,0)$, $B(2,0,0)$, $C(1,\sqrt{3},0)$ — равносторонний.
10. Найдите координаты центра окружности, описанной около треугольника (на плоскости) — можно в 2D.
11. (Логистика) Склад $S(10,20,0)$ на координатной плоскости (x, y — координаты на карте, z — высота). Магазины $M_1(5,5,0)$ и $M_2(15,25,0)$. Найдите расстояние от склада до каждого магазина. Какой ближе?
12. Найдите расстояние от точки $P(1,-2,3)$ до плоскости Oxy .
13. Найдите расстояние от точки до оси Oz .
14. Даны точки $A(1,2,3)$, $B(3,2,1)$, $C(2,4,5)$. Найдите длину медианы из вершины A .
15. Найдите координаты точки на оси Ox , равноудалённой от $A(1,2,3)$ и $B(2,3,4)$.
16. Составьте уравнение сферы с центром в $A(1,-2,3)$ и радиусом 4.
17. Найдите центр и радиус сферы $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$.
18. Лежит ли точка $A(2,-1,3)$ на сфере из предыдущей задачи?
19. Найдите расстояние между двумя точками на сфере по прямой.
20. Найдите координаты середины отрезка, если $A(-1,0,2)$, $B(3,4,-2)$.
21. При каких значениях a точки $A(a,1,2)$, $B(1,a,3)$, $C(2,3,a)$ коллинеарны? (условие коллинеарности векторов).
22. Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей четырёхугольника с вершинами $A(1,0)$, $B(3,2)$, $C(5,0)$, $D(3,-2)$ (на плоскости).
23. В пространстве даны точки $A(1,1,1)$, $B(2,2,2)$, $C(3,3,3)$. Докажите, что они лежат на одной прямой.
24. Найдите точку на прямой AB , делящую отрезок в отношении 2:1 (считая от A).
25. (Логистика) Определите, ближе ли точка погрузки $P(50,30)$ к складу $S_1(20,10)$ или к складу $S_2(60,40)$?

Тема 15.2 Векторы в пространстве (4 часа)

Практическое занятие: Действия над векторами и их применение

1. Даны векторы $\vec{a}(1, -2, 3)$ и $\vec{b}(2, 0, -1)$. Найдите $\vec{a} + \vec{b}$.
2. Найдите $2\vec{a}$.
3. Найдите $\vec{a} - \vec{b}$.
4. Найдите длину вектора $\vec{a}$.
5. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
6. Найдите угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
7. При каком значении p векторы $\vec{a}(2, p, 3)$ и $\vec{b}(-4, 6, -6)$ перпендикулярны?

8. Даны векторы $\vec{c}(1,2,2)$ и $\vec{d}(-2,1,3)$. Найдите косинус угла между ними.
9. Найдите вектор, коллинеарный $\vec{a}(1,2,-1)$, длина которого равна 6.
10. Проверьте, являются ли векторы $\vec{a}(1,2,3)$ и $\vec{b}(2,4,6)$ коллинеарными.
11. Найдите векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b}$ для $\vec{a}(1,2,3)$, $\vec{b}(2,0,-1)$ (если изучается).
12. Найдите площадь параллелограмма, построенного на $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
13. Найдите объём параллелепипеда, построенного на трёх векторах (если изучается).
14. Даны точки A(1,2,3), B(3,2,1), C(2,4,5). Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
15. Найдите угол между $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.
16. Найдите длину стороны BC.
17. Разложите вектор $\overrightarrow{AB}$ по координатным ортам.
18. Найдите проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$.
19. (Логистика) Груз перемещается из точки A(10,5) в точку B(15,20) (на плоскости). Найдите вектор перемещения и его длину.
20. Сила $\vec{F}(3,4)$ приложена к точке. Найдите работу при перемещении в точку (10,10), если перемещение $\vec{s}$ из начала координат.
21. Докажите, что векторы $\vec{a}(1,2,3)$, $\vec{b}(2,4,6)$, $\vec{c}(3,6,9)$ компланарны.
22. Найдите единичный вектор (орт) в направлении $\vec{a}(2,-1,2)$.
23. Даны векторы $\vec{a}(1,1,1)$ и $\vec{b}(1,-1,1)$. Найдите $\vec{a} \cdot \vec{b}$ и определите, острый или тупой угол между ними.
24. Найдите сумму векторов $\vec{a}(1,2,3)$, $\vec{b}(-1,0,2)$, $\vec{c}(3,-2,1)$.
25. (Логистика) Скорость движения первого транспорта $\vec{v}_1(40,30)$ км/ч, второго $\vec{v}_2(20,40)$. Найдите их относительную скорость $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ и её модуль.

Раздел 16. Итоговое повторение (10 часов)

Тема 16.1 Итоговое повторение курса математики (8 часов)

Практическое занятие: Комплексное повторение

Занятие 1: Выражения и преобразования (2 часа)

1. Упростите $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$.
2. Упростите $\frac{4^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{-1}}{8^{\frac{1}{3}}}$.
3. Вычислите $\log_3 27 - \log_{0.5} 4$.
4. Упростите $\sin^2 x - \cos^2 x + 1$.
5. Найдите значение выражения $\frac{2 \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ}{45^\circ}$.

6. Упростите $\frac{\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3}}{\frac{2}{a^3} - \frac{2}{b^3}}$.

7. Вычислите $\lg 0.01 + \log_2 8$.

8. Упростите $\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}}{a^{\frac{5}{6}}}$.

9. Найдите $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0.6$.

10. Преобразуйте в произведение $\sin 3x + \sin x$.

Занятие 2: Уравнения и неравенства (2 часа)

1. Решите уравнение $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$.

2. Решите уравнение $\log_2(x-1) + \log_2 x = 1$.

- Решите уравнение $\sqrt{2x+3} = x$.
- Решите неравенство $\log_{0.5}(x-1) > -1$.
- Решите неравенство $\frac{(x-2)(x+1)}{x-3} \leq 0$.
- Решите систему $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases}$.
- Решите уравнение $\cos 2x = \cos x$.
- Решите неравенство $2^{x-1} + 2^{x+2} < 18$.
- Найдите область определения $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.
- Найдите область определения $y = \ln(5-x) + \frac{1}{x-2}$.

Занятие 3: Производная и интеграл (2 часа)

- Найдите производную $y = x^3 \ln x$.
- Найдите производную $y = e^{2x} \cos x$.
- Найдите производную $y = \frac{x^2-1}{x+2}$.
- Найдите наибольшее и наименьшее значение $y = x^3 - 3x^2$ на $[-1, 4]$.
- Исследуйте функцию $y = x^3 - 3x$ и постройте график.
- Вычислите $\int_0^2 (x^2 - 2x + 1) dx$.
- Найдите площадь фигуры, ограниченной $y = 4 - x^2$ и осью Ox .
- Найдите первообразную для $f(x) = \sin 2x$, проходящую через точку $(\pi, 0)$.
- (Физика) Скорость тела $v(t) = 3t^2 - 2t$. Найдите путь за первые 3 секунды.
- (Экономика) Предельные издержки $MC = 2Q + 3$. Найдите прирост издержек при увеличении производства с 5 до 10.

Занятие 4: Геометрия и прикладные задачи (2 часа)

- Найдите объём конуса с радиусом основания 3 и образующей 5.
- Найдите площадь поверхности цилиндра с радиусом 2 и высотой 5.
- В кубе со стороной 2 найдите расстояние от вершины до диагонали, не проходящей через неё.
- (Логистика) Оптимальный размер заказа: функция затрат $C(x) = 2x + \frac{50}{x}$. Найдите минимум.
- (Логистика) Выберите оптимального поставщика по критерию минимальных затрат: расстояние до А = 236 км, до Б = 195 км, до В = 221 км. Тариф: до 200 км — 0.9 тыс. руб./км, от 200 до 300 — 0.8 тыс. руб./км. Разгрузка: А и В — 1.5 часа (механизир.), Б — 4.5 часа (ручная). Часовая ставка 450 руб./час.
- Даны точки А(1,2), В(3,5). Найдите координаты вектора АВ и его длину.
- Найдите угол между векторами $\vec{a}(1,2,2)$ и $\vec{b}(2,-2,1)$.
- В прямоугольном параллелепипеде $3 \times 4 \times 5$ найдите диагональ.
- Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через середины трёх рёбер, выходящих из одной вершины. Найдите периметр сечения, если ребро 4.
- (Логистика) Рассчитайте объём штабеля из 20 коробок размером $0.5 \times 0.4 \times 0.3$ м.
- Решите уравнение $5^{x-2} = 25$.
- Решите неравенство $\log_3(x+1) < 2$.
- Найдите производную $y = \ln(2x+1)$.
- Вычислите $\int_1^2 \frac{dx}{x}$.
- Найдите площадь боковой поверхности конуса с радиусом 4 и высотой 3.

Информационное обеспечение реализации программы

Основные печатные издания

1. Антонов, В. И. Элементарная и высшая математика: учебное пособие для СПО / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 136 с. — ISBN 978-5-8114-8759-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/208562>
2. Булдык, Г. М. Математика: учебное пособие для СПО / Г. М. Булдык. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 156 с. — ISBN 978-5-8114-8283-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/187562>
3. Кытманов, А. М. Математика: учебное пособие для СПО / А. М. Кытманов, Е. К. Лейнартас, С. Г. Мысливец. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-9447-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195439>
4. Сиротина, И. К. Математический анализ. Интерактивный курс / И. К. Сиротина. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 300 с. — ISBN 978-5-8114-9803-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/238817>
5. Математика. Геометрия: Учебное пособие для СПО. Базовый уровень. - М.: Просвещение, 2025. - 303 с.: ил. - (СПО). - Библиогр. с. 276. - ISBN 978-5-09-121360-7.
6. Математика. Алгебра и начала математического анализа. учебник. Базовый уровень / Ш. А. Алимов, М. В. Ткачев, Ю.М. Колягин. - 2-е изд., стер. - М.: Просвещение, 2025. - 559 с.: табл. - (СПО. общее образование). - 5 Библиогр. с. 559. - ISBN 978-5-09-121359-1

Основные электронные издания

1. Афанасьев, С. Г. Математика. Школьный курс: учебное пособие для СПО / С. Г. Афанасьев. — Саратов, Москва: Профобразование, Ай Пи Ар Медиа, 2025. — 290 с. — ISBN 978-5-4488-2634-4, 978-5-4497-4610-8. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/153879.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Тлупова, Р. Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Ч. I: практикум / Р. Г. Тлупова, Ф. А. Эржибова, А. С. Ибрагим. — Нальчик: Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, 2022. — 99 с. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/146741.html>. — Режим доступа: для авторизир. Пользователей
3. Эржибова, Ф. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Ч. II: практикум / Ф. А. Эржибова, Р. Г. Тлупова, А. С. Ибрагим. — Нальчик: Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, 2023. — 108 с. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/146742.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Дополнительные источники

1. Лоскутова, О. И. Преобразование иррациональных выражений: методические рекомендации / О. И. Лоскутова. — Москва: Московская государственная академия водного транспорта, 2014. — 31 с. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/46510.html>. — Режим доступа: для авторизир. Пользователе
2. Макусева, Т. Г. Основные теоремы теории вероятностей: учебно-методическое пособие / Т. Г. Макусева, О. В. Шемелова. — Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 168 с. — ISBN 978-5-4486-0043-2. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/70773.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70773>