

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

по выполнению практических занятий  
по дисциплине «Физика»

|                          |                                                                                      |                |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| Направление подготовки   | <u>15.03.02 Технологические машины и оборудование</u>                                |                |
| Направленность (профиль) | <u>Цифровые технологии проектирования и управления технологическим оборудованием</u> |                |
| Год начала обучения      | <u>2026</u>                                                                          |                |
| Форма обучения           | <u>очная</u>                                                                         | <u>заочная</u> |
| Реализуется в семестре   | <u>2,3</u>                                                                           | <u>3,4</u>     |

## Содержание

|                                                                                                                                                     |                |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| <b>Введение ...</b>                                                                                                                                 | <b>4</b>       |
| <b>Тема 1. Основы кинематики. Основы динамики поступательного движения</b>                                                                          |                |
| <b>Практическое занятие № 1-2. Элементы кинематики. Реализуемые компетенции .</b>                                                                   | <b>4</b>       |
| <b>Лабораторная работа 1. Равноускоренное движение. Кинематическое описание механического движения.....</b>                                         | <b>10</b>      |
| <b>Тема 2. Механика</b>                                                                                                                             |                |
| <b>Практическое занятие № 3-4 Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела .....</b>                                        | <b>18</b>      |
| <b>Лабораторная работа 2. Вращательное движение с равномерным ускорением.....</b>                                                                   | <b>25</b>      |
| <b>Тема 3. Колебания и волны</b>                                                                                                                    |                |
| <b>Практическое занятие № 5-6 Энергия, работа, мощность. ....</b>                                                                                   | <b>30</b>      |
| <b>Лабораторная работа 3. Исследование законов механических колебаний с помощью крутильного маятника поля.....</b>                                  | <b>35</b>      |
| <b>Тема 4. Молекулярная физика и основы термодинамика</b>                                                                                           |                |
| <b>Практическое занятие № 7 Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов</b>                                                                     | <b>46</b>      |
| <b>Лабораторная работа 4. Увеличение внутренней энергии за счет механической работы.....</b>                                                        | <b>56</b>      |
| <b>Тема 5. Основы электродинамики. Электромагнетизм.</b>                                                                                            |                |
| <b>Практическое занятие № 8-9 Основы термодинамики .....</b>                                                                                        | <b>60</b>      |
| <b>Практическое занятие № 10 электростатика.....</b>                                                                                                | <b>71</b>      |
| <b>Лабораторная работа 5. Преобразование сопротивления с помощью трансформатора.....</b>                                                            | <b>70</b>      |
| <b>Тема 6 . Волновая оптика</b>                                                                                                                     |                |
| <b>Практическое занятие № 11-12 Колебания и волны .....</b>                                                                                         | <b>85</b>      |
| <b>Практическое занятие № 13-14 элементы геометрической и электронной оптики..</b>                                                                  | <b>90</b>      |
| <b>Лабораторная работа 6. Изучения зависимости показателя преломления воздуха от давления и измерение его величины при нормальных условиях.....</b> | <b>96</b>      |
| <b>Тема 7. Основы квантовой оптики</b>                                                                                                              |                |
| <b>Практическое занятие № 15-16 Квантовая природа излучения .....</b>                                                                               | <b>104</b>     |
| <b>Лабораторная 7. Определение постоянной планка.....</b>                                                                                           | <b>113</b>     |
| <b>Тема 8. Элементы физики атома и атомного ядра</b>                                                                                                |                |
| <b>Практическое занятие № 15 Теория атома водорода по Бору.....</b>                                                                                 | <b>116</b>     |
| <b>Практическое занятие № 16 Элементы современной физики атомов и молекул. .</b>                                                                    | <b>119</b>     |
| <b>Лабораторная работа 8. Исследование внутренней энергии атома.....</b>                                                                            | <b>Ошибка!</b> |
| <b>Закладка не определена.</b>                                                                                                                      |                |
| <b>Список литературы.....</b>                                                                                                                       | <b>151</b>     |

## ВВЕДЕНИЕ

Назначение: оценивание уровня сформированности компетенций обучающихся, определенных программой дисциплины « Физика».

Настоящее издание является методическими указаниями для студентов бакалавриата и предназначено для организации их практической работы по разделам курса ФИЗИКА, разделы: «Механика», «Колебания и волны», «Молекулярная физика и основы термодинамики», «Электромагнетизм», «Оптика. Квантовая природа излучения», «Элементы квантовой физики», «Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц». В методических указаниях приведены основные формулы и законы, примеры решения задач, задачи для самостоятельного решения, варианты задач для работы на аудиторных занятиях, рекомендованная литература.

Если студент испытывает затруднения в освоении теоретического или практического материала, то он может получить устную или письменную консультацию у преподавателя.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате изучения и выполнения всех практических работ, следующие:

Приступая к решению задач из любых практических работ, приведенных ниже, нужно придерживаться следующего порядка:

1. Внимательно прочитать и переписать условие задачи.
2. Изучить теоретический материал по имеющемуся пособию, установить связи между данными физическими величинами.
3. Установить, все ли термины в условии задачи известны и понятны. Если что-то не ясно, следует еще раз обратиться к учебнику, посмотреть решения задач на эту тему в учебно-методических пособиях.
4. Записать краткое условие задачи.
5. Перевести все заданные величины в единицы СИ.
6. Если необходимо, сделать чертеж. При этом нужно наглядно представить физическую ситуацию, содержащуюся в задаче.
7. Провести анализ задачи.
8. Установить, какие физические законы и соотношения могут быть использованы при решении данной задачи.
9. Составить уравнения, связывающие физические величины рассматриваемого явления с количественной стороны.
10. Дать краткие пояснения используемых формул и буквенных обозначений.
11. Решить эти уравнения относительно неизвестных величин, получить ответ в общем виде.
12. Произвести действие с размерностями и убедиться, что искомая величина получается в единицах СИ.
13. Сделать все необходимые вычисления и записать ответ с наименованием.
14. Проанализировать достоверность полученного результата, исследовать, нет ли других решений.
15. Если при решении задач возникнут трудности, которые студент не может преодолеть самостоятельно, необходимо обратиться на кафедру за консультацией.

## Тема 1. Основы кинематики. Основы динамики поступательного движения

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1-2. ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ.

**Цель**-закрепить изученный материал по тематике «Элементы кинематики. Модели в механике. Система отсчета. Траектория, длина пути, вектор перемещения. Ускорение и его составляющие. Угловая скорость и угловое ускорение».

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в то числе и самостоятельно.

**Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

**Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

**Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способностью к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности направления Химическая технология

### Теоретическая часть

#### 1. Модели в механике. Система отсчета. Траектория, длина пути, вектор перемещения

**Механика** — часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение. **Механическое движение** — это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

Развитие механики как науки начинается с III в. до н. э., когда древнегреческий ученый Архимед (287—212 до н. э.) сформулировал закон равновесия рычага и законы равновесия плавающих тел. Основные законы механики установлены итальянским физиком и астрономом Г. Галилеем (1564—1642) и окончательно сформулированы английским ученым И. Ньютоном (1643—1727).

Механика Галилея—Ньютона называется **классической механикой**. В ней изучаются законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света  $c$  в вакууме. Законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью  $c$ , изучаются **релятивистской механикой**, основанной на **специальной теории относительности**, сформулированной А. Эйнштейном (1879—1955). Для описания движения микроскопических тел (отдельные атомы и элементарные частицы) законы классической механики неприменимы — они заменяются законами **китовой механики**.

В первой части нашего курса мы будем изучать механику Галилея—Ньютона, т.е. рассматривать движение макроскопических тел со скоростями, значительно меньшими скорости  $c$ . В классической механике общепринята концепция пространства и времени, разработанная И. Ньютоном и господствовавшая в естествознании на протяжении XVII—XIX вв. Механика Галилея—Ньютона рассматривает пространство и время как объективные формы существования материи, но в отрыве друг от друга и от движения материальных тел, что соответствовало уровню знаний того времени.

Механика делится на три раздела: 1) кинематику; 2) динамику; 3) статику.

Кинематика изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обуславливают.

**Динамика** изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

**Статика** изучает законы равновесия системы тел. Если известны законы движения тел, то из них можно установить и законы равновесия. Поэтому законы статики отдельно от законов динамики физика не рассматривает.

Механика для описания движения тел в зависимости от условий конкретных задач использует разные *физические модели*. Простейшей моделью является **материальная точка** — тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Понятие материальной точки — абстрактное, но его введение облегчает решение практических задач. Например, изучая движение планет по орбитам вокруг Солнца, можно принять их за материальные точки.

Произвольное макроскопическое тело или систему тел можно мысленно разбить на малые взаимодействующие между собой части, каждая из которых рассматривается как материальная точка. Тогда изучение движения произвольной системы тел сводится к изучению системы материальных точек. В механике сначала изучают движение одной материальной точки, а затем переходят к изучению движения системы материальных точек.

Под воздействием тел друг на друга тела могут деформироваться, т.е. изменять свою форму и размеры. Поэтому в механике вводится еще одна модель — абсолютно твердое тело. Абсолютно твердым телом называется тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя точками (или точнее между двумя частицами) этого тела остается постоянным.

Любое движение твердого тела можно представить как комбинацию поступательного и вращательного движений. Поступательное движение — это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению. Вращательное движение — это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

Движение тел происходит в пространстве и во времени. Поэтому для описания движения материальной точки надо знать, в каких местах пространства эта точка находилась и в какие моменты времени она проходила то или иное положение.

Положение материальной точки определяется по отношению к какому-либо другому, произвольно выбранному телу, называемому телом отсчета. С ним связывается система отсчета — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета. В

декартовой системе координат, используемой наиболее часто, положение точки  $A$  в данный момент времени по отношению к этой системе характеризуется тремя координатами  $x$ ,  $y$  и  $z$  или радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ , проведенным из начала системы координат в данную точку (рис. 1).

При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются. В общем случае ее движение определяется скалярными уравнениями

$$\begin{aligned} x &= x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t), \\ (1.1) \end{aligned}$$

эквивалентными векторному уравнению

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t). \quad (1.2)$$

Уравнения (1.1) и соответственно (1.2) называются **кинематическими уравнениями движения материальной точки**.

Число независимых координат, полностью определяющих положение точки в пространстве, называется **числом степеней свободы**. Если материальная точка свободно движется в пространстве, то, как уже было сказано, она обладает тремя степенями свободы (координаты  $x$ ,  $y$  и  $z$ ), если она движется по некоторой поверхности, то двумя степенями свободы, если вдоль некоторой линии, то одной степенью свободы.

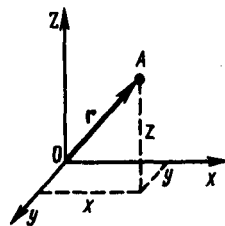


Рис. 1

- Что называется материальной точкой? Почему в механике вводят такую модель?
- Что такое система отсчета?
- Что такое вектор перемещения? Всегда ли модуль вектора перемещения равен отрезку пути, пройденному точкой?
- Какое движение называется поступательным? вращательным?

Исключая  $t$  в уравнениях (1.1) и (1.2), получим уравнение траектории движения материальной точки. **Траектория** движения материальной точки — линия, описываемая этой точкой в пространстве. В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным.

Рассмотрим движение материальной точки вдоль произвольной траектории (рис. 2).

Отсчет времени начнем с момента, когда точка находилась в положении  $A$ . Длина участка траектории  $AB$ , пройденного материальной точкой с момента начала отсчета времени, называется **длиной пути**  $\Delta s$  и является *скалярной функцией* времени:  $\Delta s = \Delta s(t)$ . Вектор  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ , проведенный из начального положения движущейся точки в положение ее в данный момент времени (приращение радиуса-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени), называется **перемещением**.

При прямолинейном движении вектор перемещения совпадает с соответствующим участком траектории и модуль перемещения  $|\Delta \mathbf{r}|$  равен пройденному пути  $\Delta s$ .

## 2. Ускорение и его составляющие

В случае неравномерного движения важно знать, как быстро изменяется скорость с течением времени. Физической величиной, характеризующей быстроту изменения скорости по модулю и направлению, является **ускорение**.

Рассмотрим **плоское движение**, т.е. движение, при котором все участки траектории точки лежат в одной плоскости. Пусть вектор  $\mathbf{v}$  задает скорость точки  $A$  в момент времени  $t$ . За время  $\Delta t$  движущаяся точка перешла в положение  $B$  и приобрела скорость, отличную от  $\mathbf{v}$  как по модулю, так и направлению и равную  $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} + \Delta \mathbf{v}$ . Перенесем вектор  $\mathbf{v}_1$  в точку  $A$  и найдем  $\Delta \mathbf{v}$  (рис. 4).

**Средним ускорением** неравномерного движения в интервале от  $t$  до  $t + \Delta t$  называется векторная величина, равная отношению изменения скорости  $\Delta v$  к интервалу времени  $\Delta t$

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

**Мгновенным ускорением**  $a$  (ускорением) материальной точки в момент времени  $t$  будет предел среднего ускорения:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle a \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

Таким образом, ускорение  $a$  есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени.

Разложим вектор  $\Delta v$  на две составляющие. Для этого из точки  $A$  (рис. 4) по направлению скорости  $v$  отложим вектор  $\overrightarrow{AD}$ , по модулю равный  $v_1$ . Очевидно, что вектор  $\overrightarrow{CD}$ , равный  $\Delta v_\tau$ , определяет изменение скорости за время  $\Delta t$  *по модулю*:  $\Delta v_\tau = v_1 - v$ . Вторая же составляющая  $\Delta v_n$  вектора  $\Delta v$  характеризует изменение скорости за время  $\Delta t$  *по направлению*.

**Тангенциальная составляющая ускорения**

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt},$$

т. е. равна первой производной по времени от модуля скорости, определяя тем самым быстроту изменения скорости по модулю.

Найдем вторую составляющую ускорения. Допустим, что точка  $B$  достаточно близка к точке  $A$ , поэтому  $\Delta s$  можно считать дугой окружности некоторого радиуса  $r$ , мало отличающейся от хорды  $AB$ . Тогда из подобия треугольников  $AOB$  и  $EAD$  следует  $\Delta v_n / AB = v_1 / r$ , но так как  $AB = v \Delta t$ , то

$$\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v v_1}{r}.$$

В пределе при  $\Delta t \rightarrow 0$  получим  $v_1 \rightarrow v$ .

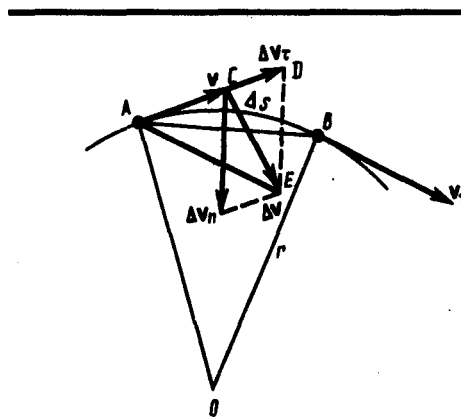


Рис. 4

- Дать определения векторов средней скорости и среднего ускорения, мгновенной скорости и мгновенного ускорения. Каковы их направления?
- Что характеризует тангенциальная составляющая ускорения? нормальная составляющая ускорения? Каковы их модули?
- Возможны ли движения, при которых отсутствует нормальное ускорение? тангенциальное ускорение? Приведите примеры.

Поскольку  $v_1 \rightarrow v$ , угол  $EAD$  стремится к нулю, а так как треугольник  $EAD$  равнобедренный, то угол  $ADE$  между  $v$  и  $\Delta v_n$  стремится к прямому. Следовательно, при  $\Delta t \rightarrow 0$  векторы  $\Delta v_n$  и  $v$  оказываются взаимно перпендикулярными. Так как вектор скорости направлен по касательной к траектории, то вектор  $\Delta v_n$ , перпендикулярный вектору скорости, направлен к центру ее кривизны. Вторая составляющая ускорения, равная

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r},$$

называется **нормальной составляющей ускорения** и направлена по нормали к траектории к центру ее кривизны (поэтому ее называют также **центростремительным ускорением**).

**Полное ускорение** тела есть геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих (рис.5):

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n.$$

Итак, *тангенциальная составляющая ускорения характеризует быстроту изменения скорости по модулю* (направлена по касательной к траектории), а *нормальная составляющая ускорения — быстроту изменения скорости по направлению* (направлена к центру кривизны траектории).

В зависимости от тангенциальной и нормальной составляющих ускорения движение можно классифицировать следующим образом:

- 1)  $a_\tau = 0, a_n = 0$  — прямолинейное равномерное движение;
- 2)  $a_\tau = a = \text{const}, a_n = 0$  — прямолинейное равнопеременное движение. При таком виде движения

$$a_\tau = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Если начальный момент времени  $t_1=0$ , а начальная скорость  $v_1=v_0$ , то, обозначив  $t_2=t$  и  $v_2=v$ , получим  $a = (v - v_0)/t$ , откуда

$$v = v_0 + at.$$

Проинтегрировав эту формулу в пределах от нуля до произвольного момента времени  $t$ , найдем, что длина пути, пройденного точкой, в случае равнопеременного движения

$$s = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + at^2/2;$$

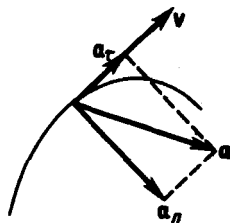


Рис. 5

- Что называется угловой скоростью? угловым ускорением? Как определяются их направления?
- Какова связь между линейными и угловыми величинами?

- 3)  $a_\tau = f(t), a_n = 0$  — прямолинейное движение с переменным ускорением;
- 4)  $a_\tau = 0, a_n = \text{const}$ . При  $a_\tau = 0$  скорость по модулю не изменяется, а изменяется по направлению. Из формулы  $a_n = v^2/r$  следует, что радиус кривизны должен быть постоянным. Следовательно, движение по окружности является равномерным;
- 5)  $a_\tau = 0, a_n \neq 0$  — равномерное криволинейное движение;
- 6)  $a_\tau = \text{const}, a_n \neq 0$  — криволинейное равнопеременное движение;
- 7)  $a_\tau = f(t), a_n \neq 0$  — криволинейное движение с переменным ускорением.

### 3. Угловая скорость и угловое ускорение

Рассмотрим твердое тело, которое вращается вокруг неподвижной оси. Тогда отдельные точки этого тела будут описывать окружности разных радиусов, центры которых лежат на оси вращения. Пусть некоторая точка движется по окружности радиуса  $R$  (рис. 6). Ее положение через промежуток времени  $\Delta t$  зададим углом  $\Delta \varphi$ . Элементарные (бесконечно малые) повороты можно рассматривать как векторы (они обозначаются

$\Delta\vec{\varphi}$  или  $d\vec{\varphi}$ ). Модуль вектора  $d\vec{\varphi}$  равен углу поворота, а его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности, т.е. подчиняется **правилу правого винта** (рис.6). Векторы, направления которых связываются с направлением вращения, называются **псевдовекторами** или **аксиальными векторами**. Эти векторы не имеют определенных точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения.

**Угловой скоростью** называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Вектор  $\vec{\omega}$  направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, т.е. так же, как и вектор  $d\vec{\varphi}$  (рис.7). Размерность угловой скорости  $\dim \omega = T^{-1}$ , а ее единица — радиан в секунду (рад/с).

Линейная скорость точки (см. рис. 6)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega,$$

т. е.

$$v = \omega R.$$

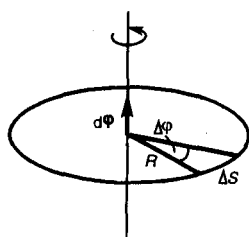


Рис. 6

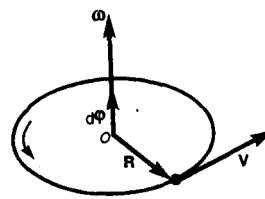


Рис. 7

В векторном виде формулу для линейной скорости можно написать как векторное произведение:

$$\mathbf{v} = [\vec{\omega} \mathbf{R}].$$

При этом модуль векторного произведения, по определению, равен  $\omega R \sin(\widehat{\vec{\omega} \mathbf{R}})$ , а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от  $\vec{\omega}$  к  $\mathbf{R}$ .

Если ( $\omega = \text{const}$ ), то вращение равномерное и его можно характеризовать **периодом вращения**  $T$  — временем, за которое точка совершает один полный оборот, т.е. поворачивается на угол  $2\pi$ . Так как промежутку времени  $\Delta t = T$  соответствует  $\Delta\varphi = 2\pi$ , то  $\omega = 2\pi/T$ , откуда

$$T = 2\pi/\omega.$$

Число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности, в единицу времени называется частотой вращения:

$$n = 1/T = \omega/(2\pi),$$

откуда

$$\omega = 2\pi n.$$

Угловым ускорением называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор  $\vec{\varepsilon}$  сонаправлен вектору  $\vec{\omega}$  (рис.8), при замедленном — противоположен ему (рис.9).

Тангенциальная составляющая ускорения  $a_t = \frac{dv}{dt}, v = \omega R$

$$a_t = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon.$$

Нормальная составляющая ускорения

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

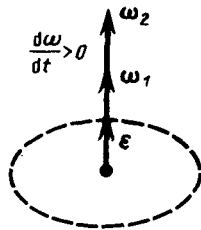


Рис. 8

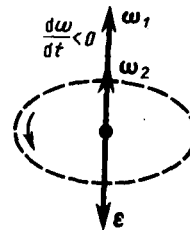


Рис. 9

Таким образом, связь между линейными (длина пути  $s$ , пройденного точкой по дуге окружности радиуса  $R$ , линейная скорость  $v$ , тангенциальное ускорение  $a_t$ , нормальное ускорение  $a_n$ ) и угловыми величинами (угол поворота  $\varphi$ , угловая скорость  $\omega$ , угловое ускорение  $\varepsilon$ ) выражается следующими формулами:

$$s = R\varphi, \quad v = R\omega, \quad a_t = R\varepsilon, \quad a_n = \omega^2 R.$$

В случае равнопеременного движения точки по окружности ( $\varepsilon = \text{const}$ )

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2/2,$$

где  $\omega_0$  — начальная угловая скорость.

#### Задания и вопросы

- 1.1. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением  $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$  ( $C=0,1 \text{ м/с}^2$ ,  $D=0,03 \text{ м/с}^3$ ). Определить: 1) время после начала движения, через которое ускорение  $a$  тела будет равно  $2 \text{ м/с}^2$ ; 2) среднее ускорение  $\langle a \rangle$  тела за этот промежуток времени. [1) 10 с; 2)  $1,1 \text{ м/с}^2$ ]
- 1.2. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить угол, под которым тело брошено к горизонту, если максимальная высота подъема тела равна  $1/4$  дальности его полета. [ $45^\circ$ ]
- 1.3. Колесо радиусом  $R=0,1 \text{ м}$  вращается так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением  $\omega = 2At + 5Bt^4$  ( $A = 2 \text{ рад/с}^2$  и  $B = 1 \text{ рад/с}^5$ ). Определить полное ускорение точек обода колеса через  $t=1 \text{ с}$  после начала вращения и число оборотов, сделанных колесом за это время. [ $a=8,5 \text{ м/с}^2$ ;  $N=0,48$ ]
- 1.4. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом  $r=4 \text{ м}$ , задается уравнением  $a_n = A + Bt + Ct^2$  ( $A=1 \text{ м/с}^2$ ,  $B=6 \text{ м/с}^3$ ,  $C=3 \text{ м/с}^4$ ). Определить: 1) тангенциальное ускорение точки; 2) путь, пройденный точкой за время  $t_1=5 \text{ с}$  после начала движения; 3) полное ускорение для момента времени  $t_2=1 \text{ с}$ . [1)  $6 \text{ м/с}^2$ ; 2) 85 м; 3)  $6,32 \text{ м/с}^2$ ]

- 1.5. Частота вращения колеса при равнозамедленном движении за  $t=1$  мин уменьшилась от 300 до 180 мин<sup>-1</sup>. Определить: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время. [1) 0,21 рад/с<sup>2</sup>; 2) 240]
- 1.6. Диск радиусом  $R=10$  см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi=A+Bt+Ct^2+Dt^3$  ( $B=1$  рад/с,  $C=1$  рад/с<sup>2</sup>,  $D=1$  рад/с<sup>3</sup>). Определить для точек на ободе колеса к концу второй секунды после начала движения: 1) тангенциальное ускорение  $a_\tau$ ; 2) нормальное ускорение  $a_n$ ; 3) полное ускорение  $a$ . [1) 1,4 м/с<sup>2</sup>; 2) 28,9 м/с<sup>2</sup>; 3) 28,9 м/с<sup>2</sup>]

## Лабораторная работа 1. Равноускоренное движение

Цель работы: Измерение зависимости мгновенной скорости от пройденного расстояния.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

На движущуюся тележку действует сила тяжести, сила реакции опоры, сила трения качения, и сила сопротивления воздуха. В случае малых скоростей, когда силой сопротивления воздуха можно пренебречь, это движение является равноускоренным без начальной скорости. Следовательно, его можно описать законом:

$$S = \frac{at^2}{2} \quad (1.1)$$

где  $S$  – путь,  $a$  – ускорение,  $t$  – время.

Для проверки этого закона можно использовать следующий метод. Так как движение тележки равноускоренное, то при любых  $S$ , при прочих равных условиях, ускорение будет неизменным, т.е.

$$\frac{2S_1}{t_1^2} = \frac{2S_2}{t_2^2} = \dots = \text{const} \quad (1.2)$$

Если это так, значит закон справедлив. Таким образом, задача эксперимента состоит в измерении  $t$  для соответствующих  $S$  и проверки условия 1.2.

Однако ряд причин случайного характера (например, неточность начального расположения тележки, инерционность при пуске, застойные явления в подшипниках оси блока и т.п.) усложняют эту зависимость.

Введем параметр  $\tau$  – случайную величину, характеризующую неопределенность моментов начала и конца движения. Тогда,

$$S(t, \tau) = \frac{a(t + \tau)^2}{2} \quad (1.3)$$

Преобразовав это выражение, получим:

$$S(t, \tau) = \frac{a\tau^2}{2} + a\tau t + \frac{at^2}{2} \quad (1.4)$$

Если распределение случайной величины  $\tau$  симметрично относительно значения  $\bar{\tau}$  (то есть положительные и отрицательные значения  $\tau$  равновероятны), то  $\bar{\tau} = 0$ ,  $\bar{\tau}^2 \neq 0$ , следовательно, введя обозначения  $B \equiv \frac{a}{2}$  и  $S_0 \equiv \frac{a\bar{\tau}^2}{2}$ , можно записать:

$$S(t) = S_0 + Bt^2 \quad (1.5)$$

Этот закон содержит два параметра:  $S_0$  – начальное смещение и  $B$  – величину, равную половине ускорения. Эти параметры определяются по измеренным значениям пройденного пути  $S_i$  и сериям значений промежутков времени  $t_{i,j}$  методом наименьших квадратов

#### Метод наименьших квадратов

Пусть в результате эксперимента мы получили ряд измерений величины  $y$ :  $y_1, y_2, \dots, y_n$  соответствующих значениям аргумента  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , которые могут быть представлены на графике в виде точек (рисунок 1.1). Нам необходимо установить эмпирическую зависимость между  $y$  и  $t$ .

Очевидно, если соединить последовательно эти точки, то получим ломаную линию, не имеющую ничего общего с искомой зависимостью  $y = f(t)$ . Это следует хотя бы из того, что форма этой ломаной линии не будет воспроизводиться при повторных измерениях.

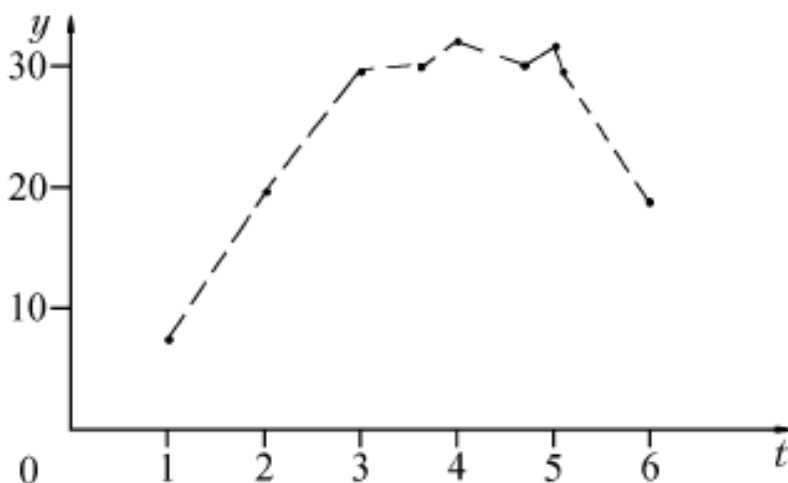


Рисунок 1.1

Измеренные значения  $y_i$  будут в общем случае смещены относительно искомой кривой как в сторону больших, так и в сторону меньших значений, вследствие статистического разброса (рисунок 1.2).

Задача состоит в том, чтобы по данным экспериментальным точкам найти гладкую кривую (или прямую), которая проходила бы как можно ближе к графику “истинной” функциональной зависимости  $y = f(t)$ .

Теория вероятностей показывает, что наилучшим приближением будет такая кривая (или прямая) линия, для которой сумма квадратов расстояний по вертикали от экспериментальных точек до этой кривой будет минимальной.

Этот метод нахождения эмпирической зависимости получил название *метода наименьших квадратов*. Сущность этого метода состоит в следующем.

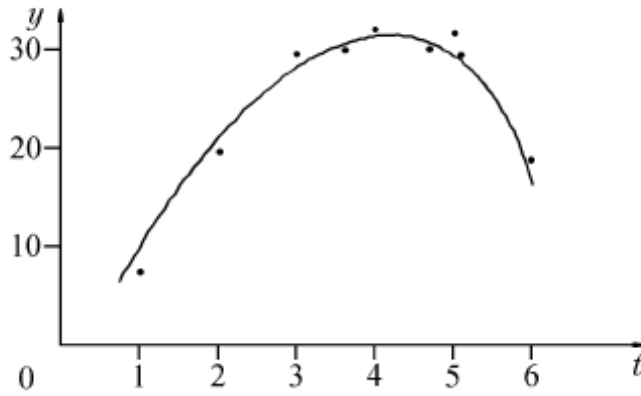


Рисунок 1.2

Предположим, что искомая зависимость выражается функцией  $y = f(t, A_1, A_2, \dots, A_m)$ , где  $A_1, A_2, \dots, A_m$  – параметры. Значения этих параметров определяются так, чтобы точки  $y_i$  располагались по обе стороны этой кривой, как можно ближе к последней, то есть, чтобы сумма квадратов отклонений измеренных значений  $y_i$  от функции  $y = f(t)$  была наименьшей. (Это соответствует предположению, что разброс точек относительно кривой  $y = f(t)$  подчиняется закону нормального распределения.)

Мерой этого разброса является дисперсия  $\sigma^2$  или ее приближенное выражение  $(\Delta S_n)^2$  – средний квадрат отклонений:

$$(\Delta S_n)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - y(t_i)]^2 \quad (1.6)$$

Этот средний квадрат отклонений и должен принять минимальное значение. Как известно, функция  $f(A)$  принимает минимальное значение при  $A = A_{min}$ , если ее первая производная равна нулю, а вторая производная положительна при значении  $A = A_{min}$ . Для функции многих переменных эти условия заменяются требованием, чтобы частные производные, то есть производные по параметру  $A_i$  удовлетворяли вышеупомянутым условиям (при этом остальные параметры  $A_k (k \neq i)$  при вычислении производных считаются постоянными).

Таким образом, из условий минимума мы получаем систему уравнений для определения наилучших значений параметров. Рассмотрим применение метода наименьших квадратов на примере отыскания эмпирической зависимости пути, проходимого тележкой по направляющей, от времени.

Полагая, что “истинная” зависимость пути от времени имеет вид

$$S(t) - S_0 = Bt^2 \quad (1.7)$$

можно рассмотреть случайные отклонения:

$$(\Delta S)_i = S_i - S(t_i) \quad (1.8)$$

где  $S_i$  – измеренные положения тележки в моменты времени  $t_i$ .

Запишем квадратичную форму

$$F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - S_0 - Bt_i^2)^2 \quad (1.9)$$

и потребуем, чтобы эта квадратичная форма, описывающая сумму квадратов отклонений точек  $S_i$  от искомой кривой, была минимальной:

$$F(S_0, B) = \min \quad (1.10)$$

Тогда из равенства нулю частных производных от  $F$  по параметрам  $S_0$  и  $B$  получим два уравнения

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial S_0} = -2 \sum_{i=1}^n (S_i - S_0 - B t_i^2) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial B} = -2 \sum_{i=1}^n (S_i - S_0 - B t_i^2) \cdot t_i^2 = 0 \end{cases} \quad (1.11)$$

Эти уравнения можно переписать в виде

$$n S_0 + B \sum_{i=1}^n \bar{t}_i^2 = \sum_{i=1}^n S_i \quad (1.12)$$

$$S_0 \sum_{i=1}^n \bar{t}_i^2 + B \sum_{i=1}^n \bar{t}_i^4 = \sum_{i=1}^n S_i \bar{t}_i^2 \quad (1.13)$$

Решение этой системы позволяет найти значения  $S_0$  и  $B = \frac{a}{2}$ , а затем определить ускорение  $a$ .

(В уравнениях 1.11 – 1.14 индекс  $i$  соответствует усредненному значению данного параметра соответствующей серии измерений в таблицах 1.1 и 1.2)

### Оборудование и материалы

1. Лабораторная установка «Равноускоренное движение»
2. Цифровой секундомер
3. Набор гирь

#### Описание экспериментальной установки

Схема учебно–лабораторного оборудования «Равноускоренное движение» представлена на рисунке 1.3.

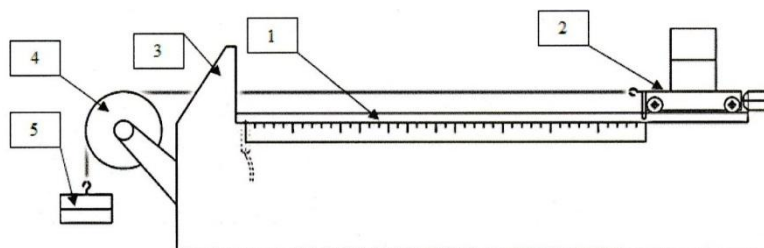


Рисунок 1.3 – Конструкция изделия

Оборудование конструктивно представляет собой, горизонтально расположенную направляющую (1), по которой, в прямолинейном направлении, может катиться тележка (2). С одной стороны дорожка оснащена упором (3) для остановки тележки и вращающимся блоком (4). Через блок перекинута легкая капроновая нить, одним концом соединенная с тележкой, а другим, со свободно подвешенным цилиндрическим грузом (5). В исходном положении тележку удерживает электромагнит, отпускающий тележку по запуску секундомера. При освобождении тележки, груз приходит в движение, придавая ей поступательное, равноускоренное движение. На самой тележке так же предусмотрена возможность установки грузов для изменения ее массы и следовательно характера ускорения при проведении опытов.

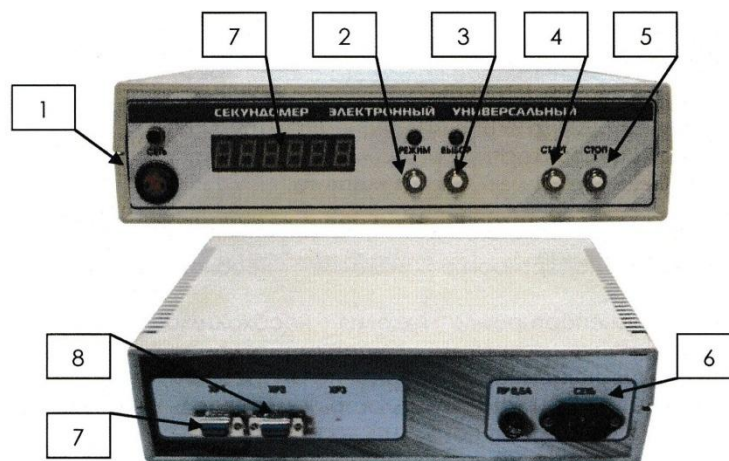


Рисунок 1.4 – Панель управления цифрового секундомера

Оборудование «Цифровой секундомер» предназначено для измерения интервалов времени и позволяет определять значения до тысячных секунд. Вреязадающим устройством секундомера является кварцевый генератор. Сигнал стабилизированной частоты с кварцевого генератора поступает на вход микроконтроллера, обеспечивающего следующие функции: приём командных сигналов от кнопочных переключателей и внешних датчиков; обработку сигналов в программе, в соответствии с установленным режимом работы, и выдачу результатов обработки на устройства цифровой индикации и светодиоды. Требуемый режим работы задаётся нажатием соответствующей кнопки выбора режима. После нажатия кнопки (1), происходит включение прибора и загорается электронный дисплей (7) на котором отображаются значения измерений при работе.

Кнопка «РЕЖИМ», позволяет выбрать нужный режим, для получения нужных временных значений.

Кнопка «ВЫБОР» подтверждает выбранный ранее режим.

Кнопка «СТОП», нажатием кнопки «СТОП» осуществляется включение магнита (если он используется в установках, где есть магнит)

Кнопка «СТАРТ», при нажатии кнопки происходит счет импульсов, после формирования 6-ти импульсов, счет импульсов останавливается.

Режим "Г" данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Секундомер работает в пяти режимах:

Режим "1" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Максимальное количество импульсов: 6. Нажимая кнопку «ВЫБОР» можно просмотреть время до каждого из импульсов.

Режим "2" – данный режим позволяет определить интервал между данным и последующим импульсом. При нажатии кнопки «ВЫБОР» можно просмотреть время между интересующими нас импульсами. Максимальное количество считаемых импульсов: 6.

Режим "3" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до 1-го сформированного импульса.

Режим "4" – стандартный режим секундомера.

Режим "5" – режим включения магнита.

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.

- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

1. Замерьте расстояния вдоль направляющей между вертикальной металлической шпилькой тележки, установленной в начальное положение и датчиками Д1; Д2; Д3; Д4; Д5; Д6.
2. Полученными значениями в таблице 1.1 заполните графы – Пройденное расстояние  $S_i$ .
3. Установите на тележку груз массой 1000 грамм.
4. Закрепите на свободный конец капроновой нити груз массой 50 грамм.
5. Включите электронный секундомер, убедитесь, что секундомер работает в 1–м режиме (цифра на крайнем правом индикаторе), если нет – нажимая кнопку «Режим» выберите 1 режим работы.
6. Придерживая правой рукой груз, закрепленный на нити, переместите тележку по направляющей в крайнее левое положение до упора и нажмите кнопку «Стоп» для включения электромагнита.
7. Нажмите кнопку «Старт», электромагнит выключится, после чего грузик и тележка начнут двигаться, одновременно запустится секундомер, а на табло мелькать цифры – отсчет времени.
8. После прохождения тележкой всего пути до упора в конце направляющей – секундомер остановит отсчет автоматически.
9. В таблицу 1.1 для значения пути  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  занесите значение промежутка времени  $t_{1,i}$  в секундах. После останова секундомера на табло будет отображаться значение времени для  $S_1$ , последовательно нажимая кнопку «Выбор», запишите значения для  $S_2 - S_6$ .
10. Затем проведите измерения еще четыре раза, повторяя пункты 6 – 9 и вписывая в таблицу 1.1 значения  $t_{2,i}, t_{1,3}, t_{4,i}, t_{6,i}$ .

Таблица 1.1

| №<br>п/п | Пройденное<br>расстояние<br>$S_i, m$ | ПРОМЕЖУТКИ ВРЕМЕНИ |              |              |              |              |              | Среднее<br>значение<br>$\bar{t}_i, c$ |
|----------|--------------------------------------|--------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------------------------------|
|          |                                      | $t_{1,i}, c$       | $t_{2,i}, c$ | $t_{3,i}, c$ | $t_{4,i}, c$ | $t_{5,i}, c$ | $t_{6,i}, c$ |                                       |
| 1        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |
| 2        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |
| 3        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |
| 4        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |
| 5        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |

11. После выполнения измерений выключить секундомер.

### Обработка результатов измерений

В каждой серии измерений промежутков времени найдите среднее значение  $\bar{t}_i$  с двумя цифрами после запятой. Данные запишите в таблицу 1.1.

Для нахождения параметров  $S_0$  и  $B$  методом наименьших квадратов следует внести в таблицу 1.2 следующие данные, предварительно рассчитав недостающие:

$$S_i, \bar{t}_i, \bar{t}_i^2, \bar{t}_i^4, S_i \bar{t}_i^2$$

(Здесь  $i$  – номер серии измерения)

Подсчитайте суммы по всем сериям измерений указанных данных ( $i$  изменяется от 1 до 5):  $\sum_{i=1}^5 S_i$ ,  $\sum_{i=1}^5 \bar{t}_i$ ,  $\sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^2$ ,  $\sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^4$  и  $\sum_{i=1}^5 S_i \bar{t}_i^2$  и так же внести в таблицу 1.2.

Решите систему уравнений 1.14 относительно параметров  $S_0$  и  $B$  используя числа, взятые из последней строчки таблицы:

$$\begin{cases} 5S_0 + B \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^2 = \sum_{i=1}^5 S_i \\ S_0 \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^2 + B \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^4 = \sum_{i=1}^5 S_i \bar{t}_i^2 \end{cases} \quad (1.14)$$

Таблица 1.2

| $i$            | $S_i$ | $\bar{t}_i$ | $\bar{t}_i^2$ | $\bar{t}_i^4$ | $S_i \bar{t}_i^2$ |
|----------------|-------|-------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1              |       |             |               |               |                   |
| 2              |       |             |               |               |                   |
| 3              |       |             |               |               |                   |
| 4              |       |             |               |               |                   |
| 5              |       |             |               |               |                   |
| $\sum_{i=1}^5$ |       |             |               |               |                   |

Определите значения  $S_0$  и  $B$ , необходимо на миллиметровой бумаге построить график зависимости пути от времени  $S(t) = S_0 + Bt^2$  в виде сплошной линии. Затем на этом же графике отметить значения  $\bar{t}_i$  и  $S_i$  в виде отдельных точек.

Рассчитайте погрешность измерений по общим правилам

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.

5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие величины характеризуют прямолинейное движение?
2. Какое движение называется равномерным, ускоренным?
3. В чем состоит принцип метода наименьших квадратов?
4. Начертите график зависимости пути от времени для равноускоренного движения без начальной скорости, с начальной скоростью; график пути для равнозамедленного движения.
5. Объясните смысл и происхождение слагаемого  $S_0$  и величины  $B$  в законе пути, полученном в результате работы.
6. С какой целью применяется метод наименьших квадратов

### **Тема 2. Механика**

#### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3-4 ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА**

**Цель-**закрепить изученный материал по тематике «Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела. Законы Ньютона и сила трения. Закон сохранения импульса».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в то числе и самостоятельно.

**Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

**Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

**Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способностью к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей

профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности направления Химическая технология

## Теоретическая часть

### 1. Первый закон Ньютона. Масса. Сила

Динамика является основным разделом механики, в ее основе лежат три закона Ньютона, сформулированные им в 1687 г. Законы Ньютона играют исключительную роль в механике и являются (как и все физические законы) обобщением результатов огромного человеческого опыта. Их рассматривают как *систему взаимосвязанных законов* и опытной проверке подвергают не каждый отдельный закон, а всю систему в целом.

**Первый закон Ньютона:** *всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.* Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**. Поэтому первый закон Ньютона называют также **законом инерции**.

Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчета. Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета, а те системы, по отношению к которым он выполняется, называются **инерциальными системами отсчета**. Инерциальной системой отсчета является такая система отсчета, относительно которой материальная точка, *свободная от внешних воздействий*, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно. *Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета.*

Опытным путем установлено, что инерциальной можно считать гелиоцентрическую (звездную) систему отсчета (начало координат находится в центре Солнца, а оси проведены в направлении определенных звезд). Система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальна, однако эффекты, обусловленные ее неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца), при решении многих задач пренебрежимо малы, и в этих случаях ее можно считать инерциальной.

Из опыта известно, что при одинаковых воздействиях различные тела неодинаково изменяют скорость своего движения, т.е., иными словами, приобретают различные ускорения. Ускорение зависит не только от величины воздействия, но и от свойств самого тела (от его массы).

**Масса** тела — физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные (**инертная масса**) и гравитационные (**гравитационная масса**) свойства. В настоящее время можно считать доказанным, что инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью, не меньшей  $10^{-12}$  их значения).

Чтобы описывать воздействия, упоминаемые в первом законе Ньютона, вводят понятие силы. Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т. е. приобретают ускорения (динамическое проявление сил), либо деформируются, т. е. изменяют свою форму и размеры (статическое проявление сил). В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения. Итак, **сила** — это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

## 2. Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона — *основной закон динамики поступательного движения* — отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил.

Если рассмотреть действие различных сил на одно и то же тело, то оказывается, что ускорение, приобретаемое телом, всегда прямо пропорционально равнодействующей приложенных сил:

$$a \sim F \ (m = \text{const}).$$

(6.1)

При действии одной и той же силы на тела с разными массами их ускорения оказываются различными, а именно

$$a \sim 1/m \ (F = \text{const}).$$

(6.2)

Используя выражения (6.1) и (6.2) и учитывая, что сила и ускорение—величины векторные, можем записать

$$\mathbf{a} = k\mathbf{F}/m.$$

(6.3)

Соотношение (6.3) выражает второй закон Ньютона: ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).

В СИ коэффициент пропорциональности  $k=1$ . Тогда

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m,$$

или

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

(6.4)

Учитывая, что масса материальной точки (тела) в классической механике есть величина постоянная, в выражении (6.4) ее можно внести под знак производной:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

(6.5)

Векторная величина

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v},$$

(6.6)

численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости, называется **импульсом (количеством движения)** этой материальной точки.

Подставляя (6.6) в (6.5), получим

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}.$$

(6.7)

Это выражение — **более общая формулировка второго закона Ньютона**: скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе. Выражение (6.7) называется **уравнением движения материальной точки**.

Единица силы в СИ — **ньютон (Н)**: 1 Н — сила, которая массе 1 кг сообщает ускорение 1 м/с<sup>2</sup> в направлении действия силы:

$$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2.$$

Второй закон Ньютона справедлив только в инерциальных системах отсчета. Первый закон Ньютона можно получить из второго. Действительно, в случае равенства нулю равнодействующей сил (при отсутствии воздействия на тело со стороны других тел) ускорение (см. (6.3)) также равно нулю. Однако *первый закон Ньютона* рассматривается как *самостоятельный закон* (а не как следствие второго закона), так

как именно он утверждает существование инерциальных систем отсчета, в которых только и выполняется уравнение (6.7).

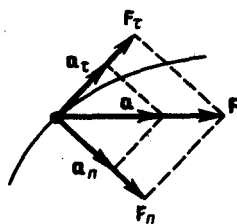


Рис. 10

- Какая система отсчета называется инерциальной? Почему система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальна?
- Что такое сила? Как ее можно охарактеризовать?
- Является ли первый закон Ньютона следствием второго закона? Почему?

В механике большое значение имеет **принцип независимости действия сил**: если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было. Согласно этому принципу, силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенному упрощению решения задач. Например, на рис. 10 действующая сила  $F=ma$  разложена на два компонента: тангенциальную силу  $F_t$ , (направлена по касательной к траектории) и нормальную силу  $F_n$  (направлена по нормали к центру кривизны). Используя выражения  $a_t = \frac{dv}{dt}$  и  $a_n = \frac{v^2}{R}$ , а также  $v = R\omega$ , можно записать:

$$F_t = ma_t = m \frac{dv}{dt};$$

$$F_n = ma_n = mv^2/R = m\omega^2 R.$$

Если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то, согласно принципу независимости действия сил, под  $F$  во втором законе Ньютона понимают результирующую силу.

### 3. Третий закон Ньютона

Взаимодействие между материальными точками (телами) определяется **третьим законом Ньютона**: всякое действие материальных точек (тел) друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21},$$

(7.1)

где  $F_{12}$  — сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй;  
 $F_{21}$  — сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой. Эти силы приложены к *разным* материальным точкам (телам), всегда действуют *парами* и являются силами *одной природы*.

Третий закон Ньютона позволяет осуществить переход от динамики *отдельной* материальной точки к динамике *системы* материальных точек. Это следует из того, что и для системы материальных точек взаимодействие сводится к силам парного взаимодействия между материальными точками.

### 4. Силы трения

Обсуждая до сих пор силы, мы не интересовались их происхождением. Однако в механике мы будем рассматривать различные силы: трения, упругости, тяготения.

Из опыта известно, что всякое тело, движущееся по горизонтальной поверхности другого тела, при отсутствии действия на него других сил с течением времени замедляет свое движение и в конце концов останавливается. Это можно объяснить существованием

**силы трения**, которая препятствует скольжению соприкасающихся тел друг относительно друга. Силы трения зависят от относительных скоростей тел. Силы трения могут быть разной природы, но в результате их действия механическая энергия всегда превращается во внутреннюю энергию соприкасающихся тел.

Различают внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое или вязкое) трение. **Внешним трением** называется трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении. Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, говорят о трении покоя, если же происходит относительное перемещение этих тел, то в зависимости от характера их относительного движения говорят о **трении скольжения, качения или верчения**.

**Внутренним трением** называется трение между частями одного и того же тела, например между различными слоями жидкости или газа, скорости которых меняются от слоя к слою. В отличие от внешнего трения здесь отсутствует трение покоя. Если тела скользят относительно друг друга и разделены прослойкой вязкой жидкости (смазки), то трение происходит в слое смазки. В таком случае говорят о **гидродинамическом трении** (слой смазки достаточно толстый) и граничном трении (толщина смазочной прослойки  $\approx 0,1$  мкм и меньше).

Обсудим некоторые закономерности внешнего трения. Это трение обусловлено шероховатостью соприкасающихся поверхностей; в случае же очень гладких поверхностей трение обусловлено силами межмолекулярного притяжения.

Рассмотрим лежащее на плоскости тело (рис. 11), к которому приложена горизонтальная сила  $F$ . Тело придет в движение лишь тогда, когда приложенная сила  $F$  будет больше силы трения  $F_{\text{тр}}$ . Французские физики Г. Амонтон (1663—1705) и Ш. Кулон (1736—1806) опытным путем установили следующий **закон**: сила трения скольжения  $F_{\text{тр}}$  пропорциональна силе  $N$  нормального давления, с которой одно тело действует на другое:

$$F_{\text{тр}} = f N,$$

где  $f$  — коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей.

Найдем значение коэффициента трения. Если тело находится на наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  (рис.12), то оно приходит в движение, только когда тангенциальная составляющая  $F$  силы тяжести  $P$  больше силы трения  $F_{\text{тр}}$ . Следовательно, в предельном случае (начало скольжения тела)  $F = F_{\text{тр}}$ , или  $P \sin \alpha_0 = f N = f P \cos \alpha_0$ , откуда

$$f = \operatorname{tg} \alpha_0.$$

Таким образом, коэффициент трения равен тангенсу угла  $\alpha_0$ , при котором начинается скольжение тела по наклонной плоскости.

Для гладких поверхностей определенную роль начинает играть межмолекулярное притяжение. Для них применяется **закон трения скольжения**

$$F_{\text{тр}} = f_{\text{ист}} (N + S p_0),$$

где  $p_0$  — добавочное давление, обусловленное силами межмолекулярного притяжения, которые быстро уменьшаются с увеличением расстояния между частицами;  $S$  — площадь контакта между телами;  $f_{\text{ист}}$  — истинный коэффициент трения скольжения.

Трение играет большую роль в природе и технике. Благодаря трению движется транспорт, удерживается забитый в стену гвоздь и т. д.

В некоторых случаях силы трения оказывают вредное действие и поэтому их надо уменьшать. Для этого на трущиеся поверхности наносят смазку (сила трения уменьшается примерно в 10 раз), которая заполняет неровности между этими поверхностями и располагается тонким слоем между ними так, что поверхности как бы перестают касаться друг друга, а скользят друг относительно друга отдельные слои жидкости. Таким образом, внешнее трение твердых тел заменяется значительно меньшим внутренним трением жидкости.

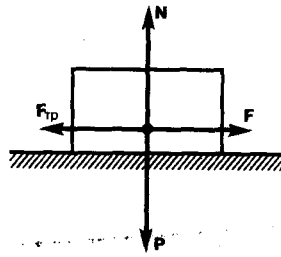


Рис. 11

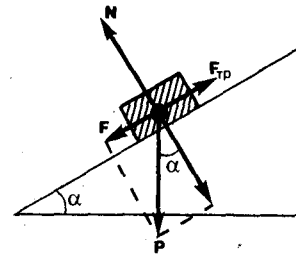


Рис. 12

Радикальным способом уменьшения силы трения является замена трения скольжения трением качения (шариковые и роликовые подшипники и т. д.). Сила трения качения определяется по закону, установленному Кулоном:

$$F_{\text{тр}} = f_k N/r, \quad (8.1)$$

где  $r$  — радиус катящегося тела;  $f_k$  — коэффициент трения качения, имеющий размерность  $\dim f_k = L$ . Из (8.1) следует, что сила трения качения обратно пропорциональна радиусу катящегося тела.

### 5. Закон сохранения импульса. Центр масс

Для вывода закона сохранения импульса рассмотрим некоторые понятия. Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется **механической системой**. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются — **внутренними**. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются **внешними**. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется **замкнутой** (или **изолированной**). Если мы имеем механическую систему, состоящую из многих тел, то, согласно третьему закону Ньютона, силы, действующие между этими телами, будут равны и противоположно направлены, т. е. геометрическая сумма внутренних сил равна нулю.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из  $n$  тел, масса и скорость которых соответственно равны  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , и  $v_1, v_2, \dots, v_n$ . Пусть  $F'_1, F'_2, \dots, F'_n$  — равнодействующие внутренних сил, действующих на каждое из этих тел, а  $F_1, F_2, \dots, F_n$  — равнодействующие внешних сил. Запишем второй закон Ньютона для каждого из  $n$  тел механической системы:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (m_1 v_1) &= F'_1 + F_1, \\ \frac{d}{dt} (m_2 v_2) &= F'_2 + F_2, \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{d}{dt} (m_n v_n) &= F'_n + F_n. \end{aligned}$$

Складывая почленно эти уравнения, получаем

$$\frac{d}{dt} (m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n) = F'_1 + F'_2 + \dots + F'_n + F_1 + F_2 + \dots + F_n.$$

Но так как геометрическая сумма внутренних сил механической системы по третьему закону Ньютона равна нулю, то

$$\frac{d}{dt} (m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n) = F_1 + F_2 + \dots + F_n.$$

● В чем заключается принцип независимости действия сил?

● Какова физическая сущность трения? В чем отличие сухого трения от жидкого? Какие виды внешнего (сухого) трения Вы знаете?

ИЛИ

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n, \quad (9.1)$$

где  $\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i$  — импульс системы. Таким образом, производная по времени от импульса механической системы равна геометрической сумме внешних сил, действующих на систему.

В случае отсутствия внешних сил (рассматриваем замкнутую систему)

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad \text{т. е.} \quad \mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = \text{const.}$$

Последнее выражение и является **законом сохранения импульса**: импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения импульса справедлив не только в классической физике, хотя он и получен как следствие законов Ньютона. Эксперименты доказывают, что он выполняется и для замкнутых систем микрочастиц (они подчиняются законам квантовой механики). Этот закон носит универсальный характер, т. е. закон сохранения импульса — *фундаментальный закон природы*.

Закон сохранения импульса является следствием определенного свойства симметрии пространства — его однородности. **Однородность пространства** заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства и законы движения не изменяются, иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

Отметим, что, согласно (9.1), импульс сохраняется и для незамкнутой системы, если геометрическая сумма всех внешних сил равна нулю.

В механике Галилея—Ньютона из-за независимости массы от скорости импульс системы может быть выражен через скорость ее центра масс. **Центром масс** (или **центром инерции**) системы материальных точек называется воображаемая точка  $C$ , положение которой характеризует распределение массы этой системы. Ее радиус-вектор равен

$$\mathbf{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i}{m},$$

где  $m_i$  и  $\mathbf{r}_i$  — соответственно масса и радиус-вектор  $i$ -й материальной точки;  $n$  — число материальных точек в системе;  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  — масса системы. Скорость центра масс

$$\mathbf{v}_C = \frac{d\mathbf{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i}{m}.$$

Учитывая, что  $p_i = m_i v_i$ , а  $\sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i$  есть импульс  $\mathbf{p}$  системы, можно написать

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}_C, \quad (9.2)$$

т. е. импульс системы равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.

Подставив выражение (9.2) в уравнение (9.1), получим

$$m \frac{dv_C}{dt} = F_1 + F_2 + \dots + F_n, \quad (9.3)$$

т. е. центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, приложенных к системе. Выражение (9.3) представляет собой **закон движения центра масс**.

В соответствии с (9.2) из закона сохранения импульса вытекает, что *центр масс замкнутой системы либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным*.

### Задания и вопросы

1. По наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  к горизонту, равным  $30^\circ$ , скользит тело. Определить скорость тела в конце третьей секунды от начала скольжения, если коэффициент трения 0,15. [10,9 м/с]
2. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом 80 м. Какова должна быть наименьшая скорость самолета, чтобы летчик не оторвался от сиденья в верхней части петли? [28 м/с]
3. Блок укреплен на вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы  $\alpha = 30^\circ$  и  $\beta = 45^\circ$ . Гири равной массы ( $m_1 = m_2 = 2$  кг) соединены нитью, перекинутой через блок. Считая нить и блок невесомыми, принимая коэффициенты трения гири о наклонные плоскости равными  $f_1 = f_2 = f = 0,1$  и пренебрегая трением в блоке, определить: 1) ускорение, с которым движутся гири; 2) силу натяжения нити. [1) 0,24 м/с<sup>2</sup>; 2) 12 Н]
4. На железнодорожной платформе установлена безоткатная пушка, из которой производится выстрел вдоль полотна под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту. Масса платформы с пушкой  $M = 20$  т, масса снаряда  $m = 10$  кг, коэффициент трения между колесами платформы и рельсами  $f = 0,002$ . Определить скорость снаряда, если после выстрела платформа откатилась на расстояние  $s = 3$  м. [ $v_0 = M \sqrt{2fgs} / (m \cos \alpha) = 970$  м/с]
5. На катере массой  $m = 5$  т находится водомет, выбрасывающий  $\mu = 25$  кг/с воды со скоростью  $u = 7$  м/с относительно катера назад. Пренебрегая сопротивлением движению катера, определить: 1) скорость катера через 3 мин после начала движения; 2) предельно возможную скорость катера. [1)  $v = u (1 - \exp(-\mu t / m)) = 4,15$  м/с; 2) 7 м/с]

## Лабораторная работа 2. Вращательное движение с равномерным ускорением

Цель и содержание работы:

Целью работы является изучение законов вращательного движения тела при равномерном угловом ускорении.

Содержание работы состоит в определении и зависимости углового ускорения от массы тела и массы ускоряющего груза.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

В настоящей работе определяется зависимость углового перемещения от времени для равноускоренного движения при помощи учебного стенда «Вращательное движение с равномерным ускорением», схема которого представлена на рисунке 2.3. Движение шкива можно принять равноускоренным, если считать, что момент силы трения постоянен ( $M_{тр} = \text{const}$ ) и что нить нерастяжима и не проскальзывает по шкиву. Используя известную формулу для координаты тела при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью:

$$x = a \frac{t^2}{2} \quad (2.1)$$

с учетом соотношения  $a = \varepsilon \frac{D}{2}$  – получаем формулу для косвенного измерения углового ускорения при полном обороте:

$$\varepsilon = \frac{2 \times 2\pi}{t^2} \quad (2.2)$$

Зависимость углового ускорения шкива от массы  $m$  ускоряющего груза

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно фиксированной оси вращения в приближении невесомой нити имеет вид:

$$I_\varepsilon = M_{рез} = T \frac{D}{2} - M_{тер} \quad (2.3)$$

Уравнение выписано в проекции на ось вращения;  $I$  – момент инерции шкива относительно неподвижной оси;  $\varepsilon$  – проекция углового ускорения шкива на ось вращения;  $M_{рез}$  – проекция результирующего момента всех сил на ось вращения, складывающаяся из момента силы натяжения нити  $T$  и момента силы трения  $M_{тр}$  тормозящего вращение шкива.

Силу натяжения нити  $T$  можно определить из второго закона Ньютона для массы  $m$ , его проекция на направление движения груза  $m$  имеет вид:

$$ma = mg - T \quad (2.4)$$

где  $a$  – ускорение движения массы  $m$ .

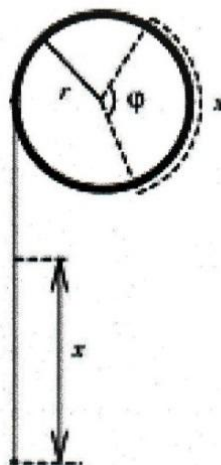


Рисунок 2.1 – Схема блока с натянутой капроновой нитью

В приближении нерастяжимой нити по рисунку 2.1 получаем соотношения, связывающие поступательное движение массы  $m$  с вращением шкива.

$$\frac{x}{r} = \varphi, V = \frac{dx}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} r = \omega r; a = \frac{ds}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r = \varepsilon r = \varepsilon \frac{D}{2} \quad (2.5)$$

Здесь  $\varphi$ (рад) – угол поворота шкива радиусом  $r$  при опускании груза на расстояние  $x$ ;  $V$  и  $\dot{\varphi}$  – соответствующие линейная и угловая скорости;  $D$  – диаметр шкива.

С учетом уравнений 2.4 и 2.5 из уравнения 2.3 находим угловое ускорение шкива:

$$\varepsilon = \frac{mg \frac{D}{2} - M_{\text{тр}}}{I + m \frac{D^2}{4}} \quad (2.6)$$

Очевидно, что при  $M_{\text{тр}} = \text{const}$  (момент сил трения постоянен) вращение шкива является равноускоренным.

Из полученной формулы видно, что маятник будет вращаться с  $\varepsilon > 0$  лишь при выполнении условия:

$$m > m_0 = \frac{2M_{\text{тр}}}{gD} \quad (2.7)$$

т. е. при массе груза  $m$ , достаточной для того чтобы был преодолен момент сил трения, препятствующий вращению шкива.

Формула 2.6 упрощается при выполнении неравенства

$$I \gg m \frac{D^2}{4} \quad (2.8)$$

зависимость углового ускорения  $\varepsilon$  от массы опускающегося груза при этом становится линейной:

$$\varepsilon = \frac{mgD}{2I} - \frac{M_{\text{тр}}}{I} \quad (2.9)$$

График зависимости  $\varepsilon(m)$  при выполнении неравенства 2.8 приведён сплошной линией на рисунке 2.2. Штриховой линией показана точная зависимость 2.6. Штриховая горизонтальная прямая – асимптота при  $m \rightarrow \infty$ .

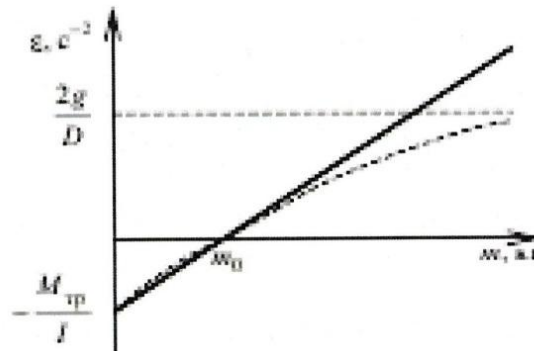


Рисунок 2.2 – График зависимости величин

Примечание. Если момент сил трения зависит от времени, то вращение маятника не будет равноускоренным. Возможен случай, когда момент сил трения пропорционален угловой скорости:

$$M_{\text{тр}} = M_0 + A\omega \quad (2.10)$$

где  $A$  – коэффициент пропорциональности;

$M_0 = m_0 g \frac{D}{2}$  – момент сил трения покоя при  $\omega = 0$ . Заметим, что при  $m < m_0 = \frac{M_0}{Dg}$

(сравните с формулой 2.7) вращение шкива не происходит. Решая дифференциальное уравнение 2.6 с учетом выражения 2.10, можно показать, что угловое ускорение  $\varepsilon$  в момент времени  $t$  дается формулой:

$$\varepsilon = \frac{(m - m_0)gD}{2(I + m\frac{D^2}{4})} \cdot e^{-\frac{A}{I + m\frac{D^2}{4}} \cdot t} \quad (2.11)$$

Оценка стандартного отклонения я производится по формуле

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2}{n}} \quad (2.12)$$

### Оборудование и материалы

1. Установка «Крутильный маятник Поля»
2. Цифровой секундомер

*Описание экспериментальной установки*

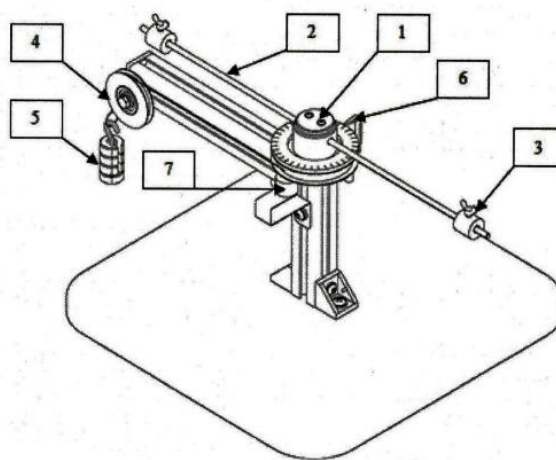


Рисунок 2.3 – Конструкция изделия:

- 1 – металлический шкив; 2 – стержень; 3 – регулируемые грузы; 4 – блок; 5 – цилиндрические грузы; 6 – датчик; 7 – электромагнит.

Схема лабораторной установки показана на рисунке 2.3. и конструктивно представляет собой, металлический шкив (1), горизонтально закрепленный на вертикальной опоре при помощи подшипников вращения. К верхней плоскости шкива присоединен металлический маховик, меньшего диаметра, на котором радиально закреплены два симметричных стержня (2). На каждом из стержней расположен груз (3) при этом имеется возможность регулировки расстояния установки груза относительно центра вращения маховика. К вертикальной опоре, ниже шкива, горизонтально прикреплен металлическая рейка, на конце которой в вертикальной плоскости установлен блок (4), который свободно вращается в собственных подшипниках. Через блок перекинута тонкая капроновая нить. Нить намотана на основной шкив и закреплена на нем, а свободным концом привязана к подвесному цилиндрическому грузу (5). Металлический шкив (1) может быть удержан от вращения при помощи металлического флажка и электромагнита (7). Если не удерживать шкив, то под действием опускающегося груза, нить разматывается и приводит шкив в ускоренное вращение. Время периода вращения шкива измеряется электронным секундомером. Для этого на стенде установлен индукционный датчик (6), который фиксирует каждый оборот шкива в определенной точке и передает сигнал в секундомер. Длина нити подобрана так, что при полной ее размотке, шкив успевает сделать шесть полных оборотов вокруг оси вращения. Следовательно, при проведении опыта секундомер будет фиксировать шесть периодов вращения.

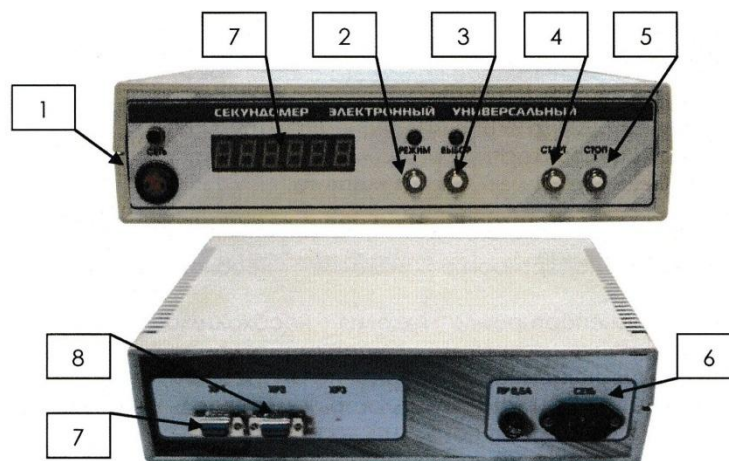


Рисунок 2.4 – Панель управления цифрового секундомера: 1 – кнопка включения прибора; 2 – кнопка «РЕЖИМ»; 3 – кнопка «ВЫБОР»; 4 – кнопка «СТАРТ»; 5 – кнопка «СТОП»; 6 – разъем для сетевого кабеля; 7 – дисплей(на первом рисунке) разъем XI (на втором рисунке, магнит); 8 – разъем X2(датчик)

Оборудование «Цифровой секундомер» предназначено для измерения интервалов времени и позволяет определять значения до тысячных секунд. Вреязадающим устройством секундомера является кварцевый генератор. Сигнал стабилизированной частоты с кварцевого генератора поступает на вход микроконтроллера, обеспечивающего следующие функции: приём командных сигналов от кнопочных переключателей и внешних датчиков; обработку сигналов в программе, в соответствии с установленным режимом работы, и выдачу результатов обработки на устройства цифровой индикации и светодиоды. Требуемый режим работы задаётся нажатием соответствующей кнопки выбора режима. После нажатия кнопки(1), происходит включение прибора и загорается электронный дисплей (7) на котором отображаются значения измерений при работе.

Кнопка «РЕЖИМ», позволяет выбрать нужный режим, для получения нужных временных значений.

Кнопка «ВЫБОР» подтверждает выбранный ранее режим.

Кнопка «СТОП», нажатием кнопки «СТОП» осуществляется включение магнита (если он используется в установках, где есть магнит)

Кнопка «СТАРТ», при нажатии кнопки происходит счет импульсов, после формирования 6-ти импульсов, счет импульсов останавливается.

Режим "Г" данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Секундомер работает в пяти режимах:

Режим "1" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Максимальное количество импульсов: 6. Нажимая кнопку «ВЫБОР» можно просмотреть время до каждого из импульсов.

Режим "2" – данный режим позволяет определить интервал между данным и последующим импульсом. При нажатии кнопки «ВЫБОР» можно просмотреть время между интересующими нас импульсами. Максимальное количество считаемых импульсов: 6.

Режим "3" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до 1-го сформированного импульса.

Режим "4" – стандартный режим секундомера.

Режим "5" – режим включения магнита.

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

1. Закрепить на свободном конце капроновой нити груз массой  $m$ .
2. Установите грузы на штангах шкива с расстоянием  $R$  от центра вращения. Расстояния  $R$  задаются преподавателем.
3. Включить электронный секундомер, убедиться, что секундомер работает в 1-ом режиме (цифра на крайнем правом индикаторе), если нет – нажимая кнопку «Режим» выбрать 1 режим работы.
4. Придерживая правой рукой груз, закрепленный на нити, намотать оставшуюся ее часть на шкив.
5. Вращая шкив рукой, установить металлический флажок прямо над электромагнитом.
6. Нажать кнопку «Стоп» на секундомере, убедившись, что шкив удерживается от проворачивания (следить, чтобы флажок не смещался относительно электромагнита), после этого нажать кнопку «Старт» на секундомере, электромагнит выключится.
7. Подвешенный груз начнет движение вниз, маховик начнет вращаться, а на табло начнется отсчет времени.
8. После прохождения грузиком всего пути – секундомер остановится автоматически.
9. После останова секундомера на табло будет отображаться значение времени периода вращения 1-го полуоборота  $T_1$ , последовательно нажимая кнопку «Выбор», записать значения для  $T_2 - T_6$ .
10. Затем провести измерения еще два раза, повторяя пункты 3 – 9. Записать значения.

11. Заменить груз подвеса на другой, массой  $m=xxx$ . И провести опыт для этого груза повторяя пункты 3 – 10.
12. Вычислите значения  $\gamma$  для всех значений  $m$  и  $R$  предыдущих пунктов.
13. Вычислите оценки стандартных отклонений  $s$  для всех значений  $\epsilon$  при обоих грузах  $m$ .
14. Постройте зависимость  $\epsilon$  от  $m$  при двух значениях  $m$  на одном и том же графике с учетом оценок стандартных отклонений. По полученным графикам сделайте оценки момента сил трения и момента инерции.
15. Проверьте, используя оценку момента инерции  $I$  в пункте 14, выполнение неравенства  $I \gg m \frac{D^2}{4}$  –, при котором справедлива линейная зависимость углового ускорения от массы  $m$  ускоряющего груза, для различных значений массы  $m$  из проведенных опытов.
16. Рассчитайте ошибку измерений по общим правилам

### Содержание отчета

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. Какова цель лабораторной работы? Какие величины в работе измеряются непосредственно?
2. Как направлены векторы угловой скорости  $\vec{\omega}$ , углового ускорения  $\vec{\epsilon}$ , результирующего момента сил и момента сил трения в случае ускоренного вращения?
3. Как вы записываете уравнение динамики вращательного движения маятника в данной работе?
4. Какова модель нити? Как свойства идеальной нити влияют на вид кинематических и динамических уравнений?
5. Покажите на рисунке все силы, действующие на шкив. Почему в уравнении динамики вращательного движения 1.3 не учтены моменты некоторых из этих сил?
6. Перечислите все допущения, при которых получается линейная зависимость углового ускорения  $\gamma$  от массы  $m$ .
7. Выведите зависимость углового ускорения  $\epsilon$  от массы  $m$  опускающегося груза  $t$  в приближении линейной зависимости  $\epsilon(m)$ .
8. Как в данной работе рассчитать оценку стандартного отклонения величины  $\epsilon$ ?
9. Подтверждается ли измерениями линейная теоретическая зависимость углового ускорения  $\epsilon$  от массы ускоряющего груза  $m$ ?

## Тема 3. Колебания и волны

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5-6 ЭНЕРГИЯ, РАБОТА, МОЩНОСТЬ.

**Цель-**закрепить изученный материал по тематике «Энергия, работа, мощность. Кинетическая и потенциальная энергии. Закон сохранения энергии».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в том числе и самостоятельно.

**Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

**Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

**Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способностью к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности направления Химическая технология

## **Теоретическая часть**

### **1. Энергия, работа, мощность**

Энергия — универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и др. В одних явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других — переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение превращается в тепловое). Однако существенно, что во всех случаях энергия, отданная (в той или иной форме) одним телом другому телу, равна энергии, полученной последним телом.

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие **работы силы**.

Если тело движется *прямолинейно* и на него действует постоянная сила  $F$ , которая составляет некоторый угол  $\alpha$  с направлением перемещения, то работа этой силы равна

произведению проекции силы  $F_s$  на направление перемещения ( $F_s = F \cos \alpha$ ), умноженной на перемещение точки приложения силы:

$$A = F_s s = F s \cos \alpha.$$

(11.1)

В общем случае сила может изменяться как по модулю, так и по направлению, поэтому формулой (11.1) пользоваться нельзя. Если, однако, рассмотреть элементарное перемещение  $dr$ , то силу  $F$  можно считать постоянной, а движение точки ее приложения — прямолинейным. **Элементарной работой** силы  $F$  на перемещении  $dr$  называется *скалярная* величина

$$dA = F dr = F \cos \alpha ds = F_s ds,$$

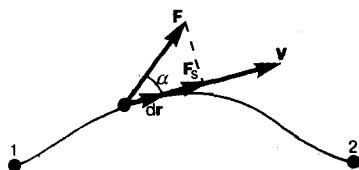
где  $\alpha$  — угол между векторами  $F$  и  $dr$ ;  $ds = |dr|$  — элементарный путь;  $F_s$  — проекция вектора  $F$  на вектор  $dr$  (рис. 13).

Работа силы на участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути. Эта сумма приводится к интегралу

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds.$$

(11.2)

Рис. 13



- В чем различие между понятиями энергии и работы?
- Как найти работу переменной силы?

Для вычисления этого интеграла надо знать зависимость силы  $F_s$  от пути  $s$  вдоль траектории 1—2. Пусть эта зависимость представлена графически (рис. 14), тогда искомая работа  $A$  определяется на графике площадью заштрихованной фигуры. Если, например, тело движется прямолинейно, сила  $F = \text{const}$  и  $\alpha = \text{const}$ , то получим

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = F \cos \alpha \int_1^2 ds = F s \cos \alpha,$$

где  $s$  — пройденный телом путь (см. также формулу (11.1)).

Из формулы (11.1) следует, что при  $\alpha < \pi/2$  работа силы положительна, в этом случае составляющая  $F_s$  совпадает по направлению с вектором скорости движения  $v$  (см. рис. 13). Если  $\alpha > \pi/2$ , то работа силы отрицательна. При  $\alpha = \pi/2$  (сила направлена перпендикулярно перемещению) работа силы равна нулю.

Единица работы — **джоуль** (Дж): 1 Дж — работа, совершаемая силой 1 Н на пути 1 м (1 Дж = 1 Н · м).

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие **мощности**:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

(11.3)

За время  $dt$  сила  $F$  совершает работу  $F dr$ , и мощность, развиваемая этой силой, в данный момент времени

$$N = \frac{F dr}{dt} = F v,$$

т. е. равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы;  $N$  — величина *скалярная*.

Единица мощности — **ватт** (Вт): 1 Вт — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж (1 Вт = 1 Дж/с).

## 2. Кинетическая и потенциальная энергии

**Кинетическая энергия** механической системы — это энергия механического движения этой системы.

Сила  $F$ , действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы. Таким образом, работа  $dA$  силы  $F$  на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до  $v$ , идет на увеличение кинетической энергии  $dT$  тела, т. е.

$$dA = dT.$$

Используя второй закон Ньютона  $F = m \frac{dv}{dt}$  и умножая на перемещение  $dr$  получаем

$$F dr = m \frac{dv}{dt} dr = dA.$$

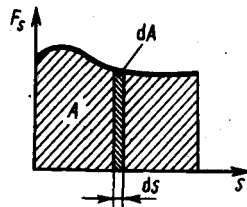


Рис. 14

- Какую работу совершает равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равномерно движущемуся по окружности?
- Что такое мощность? Выведите ее формулу.

Так как  $v = \frac{dr}{dt}$  то  $dA = mv dv = mv dv = dT$ , откуда

$$T = \int_0^v mv dv = mv^2/2.$$

Таким образом, тело массой  $m$ , движущееся со скоростью  $v$ , обладает кинетической энергией

$$T = mv^2/2. \quad (12.1)$$

Из формулы (12.1) видно, что кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела, т. е. кинетическая энергия системы есть функция состояния ее движения.

При выводе формулы (12.1) предполагалось, что движение рассматривается в инерциальной системе отсчета, так как иначе нельзя было бы использовать законы Ньютона. В разных инерциальных системах отсчета, движущихся друг относительно друга, скорость тела, а следовательно, и его кинетическая энергия будут неодинаковы. Таким образом, кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчета.

**Потенциальная энергия** — механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Пусть взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей (например, поля упругих сил, поля гравитационных сил), характеризующихся тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений. Такие поля называются **потенциальными**, а силы, действующие в них, — **консервативными**. Если же работа, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то такая сила называется **диссипативной**; ее примером является сила трения.

Тело, находясь в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией  $П$ . Работа консервативных сил при элементарном (бесконечно малом) изменении конфигурации

системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком минус, так как работа совершается за счет убыли потенциальной энергии:

$$dA = -d\Pi. \quad (12.2)$$

Работа  $dA$  выражается как скалярное произведение силы  $F$  на перемещение  $dr$  и выражение (12.2) можно записать в виде

$$Fdr = -d\Pi. \quad (12.3)$$

Следовательно, если известна функция  $\Pi(r)$ , то из формулы (12.3) можно найти силу  $F$  по модулю и направлению.

Потенциальная энергия может быть определена исходя из (12.3) как

$$\Pi = -\int Fdr + C,$$

где  $C$  — постоянная интегрирования, т. е. потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной. Это, однако, не отражается на физических законах, так как в них входит или разность потенциальных энергий в двух положениях тела, или производная  $\Pi$  по координатам. Поэтому потенциальную энергию тела в каком-то определенном положении считают равной нулю (выбирают нулевой уровень отсчета), а энергию тела в других положениях отсчитывают относительно нулевого уровня. Для консервативных сил

$$F_x = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial \Pi}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial \Pi}{\partial z},$$

или в векторном виде

$$F = -\text{grad } \Pi, \quad (12.4)$$

где

$$\text{grad } \Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \mathbf{k} \quad (12.5)$$

( $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — единичные векторы координатных осей). Вектор, определяемый выражением (12.5), называется **градиентом скаляра**  $\Pi$ .

Для него наряду с обозначением  $\text{grad } \Pi$  применяется также обозначение  $\nabla \Pi$ .  $\nabla$  («набла») означает символический вектор, называемый **оператором Гамильтона\*** или **набла-оператором**:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}. \quad (12.6)$$

\* У. Гамильтон (1805—1865) — ирландский математик и физик.

Конкретный вид функции  $\Pi$  зависит от характера силового поля. Например, потенциальная энергия тела массой  $m$ , поднятого на высоту  $h$  над поверхностью Земли, равна

$$\Pi = mgh, \quad (12.7)$$

где высота  $h$  отсчитывается от нулевого уровня, для которого  $\Pi_0=0$ . Выражение (12.7) вытекает непосредственно из того, что потенциальная энергия равна работе силы тяжести при падении тела с высоты  $h$  на поверхность Земли.

Так как начало отсчета выбирается произвольно, то потенциальная энергия может иметь отрицательное значение (*кинетическая энергия всегда положительна!*). Если принять за нуль потенциальную энергию тела, лежащего на поверхности Земли, то потенциальная энергия тела, находящегося на дне шахты (глубина  $h'$ ),  $\Pi = -mgh'$ .

Найдем потенциальную энергию упругодеформированного тела (пружины). Сила упругости пропорциональна деформации:

$$F_{x \text{ упр}} = - kx,$$

где  $F_{x \text{ упр}}$  — проекция силы упругости на ось  $x$ ;  $k$  — коэффициент упругости (для пружины — **жесткость**), а знак минус указывает, что  $F_{x \text{ упр}}$  направлена в сторону, противоположную деформации  $x$ .

По третьему закону Ньютона, деформирующая сила равна по модулю силе упругости и противоположно ей направлена, т. е.

$$F_x = - F_{x \text{ упр}} = kx.$$

Элементарная работа  $dA$ , совершаемая силой  $F_x$  при бесконечно малой деформации  $dx$ , равна

$$dA = F_x dx = kx dx,$$

а полная работа

$$A = \int_0^x kx dx = kx^2/2$$

идет на увеличение потенциальной энергии пружины. Таким образом, потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$\Pi = kx^2/2.$$

Потенциальная энергия системы является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам.

**Полная механическая энергия системы** — энергия механического движения и взаимодействия:

$$E = T + \Pi,$$

т. е. равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

### 3. Закон сохранения энергии

Закон сохранения энергии — результат обобщения многих экспериментальных данных.

Идея этого закона принадлежит М. В. Ломоносову (1711—1765), изложившему закон сохранения материи и движения, а количественная формулировка закона сохранения энергии дана немецким врачом Ю. Майером (1814—1878) и немецким естествоиспытателем Г. Гельмгольцем (1821—1894).

Рассмотрим систему материальных точек массами  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , движущихся со скоростями  $v_1, v_2, \dots, v_n$ . Пусть  $F'_1, F'_2, \dots, F'_n$  — равнодействующие внутренних консервативных сил, действующих на каждую из этих точек, а  $F_1, F_2, \dots, F_n$  — равнодействующие внешних сил, которые также будем считать консервативными. Кроме того, будем считать, что на материальные точки действуют еще и внешние неконсервативные силы; равнодействующие этих сил, действующих на каждую из материальных точек, обозначим  $f_1, f_2, \dots, f_n$ . При  $v \ll c$  массы материальных точек постоянны и уравнения второго закона Ньютона для этих точек следующие:

$$\begin{aligned} m_1 \frac{dv_1}{dt} &= F'_1 + F_1 + f_1, \\ m_2 \frac{dv_2}{dt} &= F'_2 + F_2 + f_2, \\ &\dots \dots \dots \\ m_n \frac{dv_n}{dt} &= F'_n + F_n + f_n. \end{aligned}$$

Двигаясь под действием сил, точки системы за интервал времени  $dt$  совершают перемещения, соответственно равные  $dr_1, dr_2, \dots, dr_n$ . Умножим каждое из уравнений скалярно на соответствующее перемещение и, учитывая, что  $dr_i = v_i dt$ , получим



Существует еще один вид систем — **диссипативные системы**, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. Этот процесс получил название **диссипации** (или **рассеяния**) **энергии**. Строго говоря, все системы в природе являются диссипативными.

В консервативных системах полная механическая энергия остается постоянной. Могут происходить лишь превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах так, что полная энергия остается неизменной. Этот закон не есть просто закон *количественного* сохранения энергии, а закон сохранения и превращения энергии, выражающий и *качественную* сторону взаимного превращения различных форм движения друг в друга. Закон сохранения и превращения энергии — *фундаментальный закон природы*, он справедлив как для систем макроскопических тел, так и для систем микротел.

В системе, в которой действуют также неконсервативные силы, например силы трения, полная механическая энергия системы не сохраняется. Следовательно, в этих случаях закон сохранения механической энергии несправедлив. Однако при «исчезновении» механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида. Таким образом, *энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой*. В этом и заключается *физическая сущность* закона сохранения и превращения энергии — сущность неумиротворимости материи и ее движения.

### Задания и вопросы

1. Определить: 1) работу поднятия груза по наклонной плоскости; 2) среднюю и 3) максимальную мощности подъемного устройства, если масса груза 10 кг, длина наклонной плоскости 2 м, угол ее наклона к горизонту  $45^\circ$ , коэффициент трения 0,1 и время подъема 2 с. [1) 173 Дж; 2) 86 Вт; 3) 173 Вт]
2. С башни высотой 35 м горизонтально брошен камень массой 0,3 кг. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить: 1) скорость, с которой брошен камень, если через 1 с после начала движения его кинетическая энергия 60 Дж; 2) потенциальную энергию камня через 1 с после начала движения. [1) 17,4 м/с; 2) 88,6 Дж]
3. Пренебрегая трением, определить наименьшую высоту, с которой должна скатываться тележка с человеком по желобу, переходящему в петлю радиусом 10 м, чтобы она сделала полную петлю и не выпала из желоба. [25 м]
4. Пуля массой  $m=10$  г, летевшая горизонтально со скоростью  $v=500$  м/с, попадает в баллистический маятник длиной  $l=1$  м и массой  $M=5$  кг и застревает в нем. Определить угол отклонения маятника. [ $18^\circ 30'$ ]
5. Зависимость потенциальной энергии частицы в центральном силовом поле от расстояния  $r$  до центра поля задается выражением  $\Pi(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}$ , где  $A$  и  $B$  — положительные постоянные. Определить значение  $r_0$ , соответствующее равновесному положению частицы. Является ли это положение положением устойчивого равновесия? [ $r_0=2A/B$ ]
6. При центральном абсолютно упругом ударе движущееся тело массой  $m_1$  ударяется о покоящееся тело массой  $m_2$ , в результате чего скорость первого тела уменьшается в  $n=1,5$  раза. Определить: 1) отношение  $m_1/m_2$ ; 2) кинетическую энергию  $T_2$  второго тела, если первоначальная кинетическая энергия первого тела  $T_1=1000$  Дж. [1) 5; 2) 555 Дж]
7. Тело массой  $m_1=4$  кг движется со скоростью  $v_1=3$  м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определить количество теплоты, выделившееся при ударе. [9 Дж]

### Лабораторная работа 3. Исследование законов механических колебаний с помощью крутильного маятника поля

Цель работы: изучить понятие о резонансной частоте, колебаниях, вращательном движении, свободных и вынужденных колебаниях.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### Теоретическая часть

Рассмотрим движение твердого тела произвольной формы и размеров относительно связанной с ним закрепленной точки О (рисунок 3.1). Точку крепления тела назовем точкой подвеса. Такое закрепленное в точке подвеса твердое тело представляет собой физический маятник. Опыт показывает, что физический маятник, будучи выведенным из положения равновесия, совершает колебательное движение.

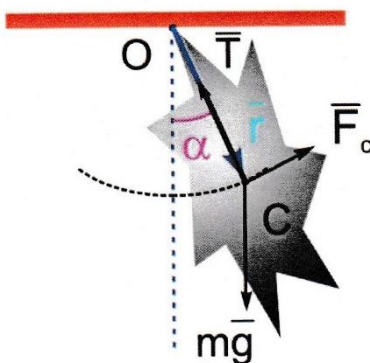


Рисунок 3.1 – Физический маятник и действующие на него силы.

Согласно основному закону динамики вращательного движения произведение момента инерции физического маятника на его угловое ускорение равно равнодействующему моменту внешних сил: силы тяжести  $m\vec{g}$ , силы сопротивления  $\vec{F}_c$  и силы упругой деформации  $\vec{T}$  твердого тела. Момент силы  $\vec{T}$  равен нулю, поскольку деформация растяжения тела в любой момент времени параллельна радиус-вектору  $\vec{r}$ , определяющему положение центра масс тела относительно точки подвеса. Следовательно,

$$I\ddot{\alpha} = \bar{M} + \bar{M}_c \quad (3.1)$$

где  $\alpha(t)$  – угол отклонения маятника, отсчитываемый от положения равновесия;

$\bar{M}$  – момент силы тяжести, стремящийся возвратить систему в положение равновесия;  $\bar{M}_c$  – момент силы сопротивления.

Будем считать, что для случая малых колебаний момент силы тяжести, пропорционален углу отклонения маятника от положения равновесия, а момент силы сопротивления – скорости его движения, т. е.

$$M = -mgr \sin(\alpha) = -k \sin(\alpha)$$

где  $M$  – проекция момента силы тяжести на ось вращения (для малых колебаний  $M = -k\alpha$ );  $M_c = -h\dot{\alpha}$  – проекция момента сил сопротивления на ось вращения (выражение справедливо для малых скоростей).

Тогда, спроецировав уравнение 3.1 на направление оси вращения, получим:

$$I\ddot{\alpha} = M + M_c = -k\alpha - h\dot{\alpha} \quad (3.2)$$

где  $k$  и  $h$  – размерные константы;  $I$  – момент инерции маятника.

Поделив левую и правую части уравнения 3.2 на  $I$  и перенеся все слагаемые в левую часть, получим дифференциальное уравнение, описывающее динамику собственных затухающих колебаний физического маятника.

$$\ddot{a} + 2\beta\dot{a} + \omega_0^2 a = 0 \quad (3.3)$$

где  $\beta = h/2I$  – коэффициент затухания;  $\omega_0 = (\frac{k}{I})^{1/2}$  – собственная частота колебаний маятника.

Решение уравнения 3.3 для случая малого сопротивления  $\omega_0 > \beta$  имеет вид:

$$a(t) = a_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.4)$$

где  $\omega$  – частота свободных затухающих колебаний маятника.

Как видно из уравнения (3.4) амплитуда углового смещения  $a_m$  будет уменьшаться (затухать) с течением времени по экспоненциальному закону:

$$a_m(t) = a_0 e^{-\beta t} \quad (3.5)$$

Коэффициент затухания определяет быстроту этого процесса. Он равен промежутку времени, по истечении которого амплитуда колебаний уменьшается в  $e = 2.73$  раз.

Колебания при наличии затухания не являются гармоническими и даже периодическими. Условно, за период слабо затухающих колебаний можно принять минимальный промежуток времени между двумя ближайшими локальными максимумами или минимумами функции  $a(t)$  – углового смещения маятника относительно положения равновесия (рисунок 3.2).

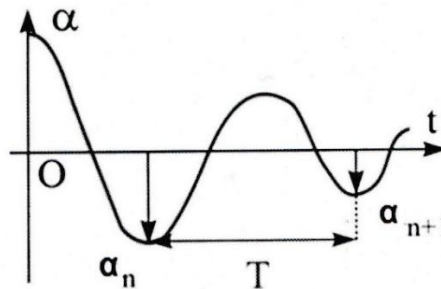


Рисунок 3.2 – Затухающие колебания при малом сопротивлении

Для характеристики интенсивности затухания используют понятие логарифмического декремента затухания. Пусть,  $T$  – условный период затухающих колебаний  $a_n$  и  $a_{n+1}$  – амплитудные значения отклонения  $a$  маятника от положения равновесия для двух его соседних максимумов или минимумов (рисунок 3.2). Величина  $d$ , равная

$$d = \ln\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right) \quad (3.6)$$

Называется логарифмическим декрементом затухания.

Можно показать, что  $d = \beta T$ , а величина  $1/d$  равна числу колебаний, по истечении которых их амплитуда уменьшается в  $e$  раз.

В случае большого трения, когда  $\omega_0 = \beta$  решение уравнения 3.3 имеет вид

$$a(t) = (a_0(1 + \beta t) + \dot{a}(0)t)e^{-\beta t} \quad (3.7)$$

где  $a_0$  и  $\dot{a}(0)$  – начальное угловое смещение и начальная угловая скорость соответственно.

Примерный вид зависимостей  $a(t)$  при разных начальных условиях для случая  $\omega_0 = \beta$  приведен на рисунке 3.3а. Особенностью таких колебаний, называемых критическими, является то, что описывающая их зависимость  $a(t)$  пересекает ось времени не более одного раза.

При очень сильном трении, когда  $\beta > \omega_0$  решение уравнения 3.3 представляет собой сумму двух убывающих с течением времени экспонент. При этом система колебаний как таковых не совершает (рисунок 3.3 б). В целом, кинетика процесса затухания похожа на зависимость 2, приведенную на рисунке 3.3 а, однако, поскольку трение больше, чем в критическом режиме, то возврат к положению равновесия происходит медленнее другими словами, будучи выведенной из положения равновесия, система без осцилляций очень медленно возвращается в равновесное состояние. Такой режим колебаний называется аperiодическим или закритическим.

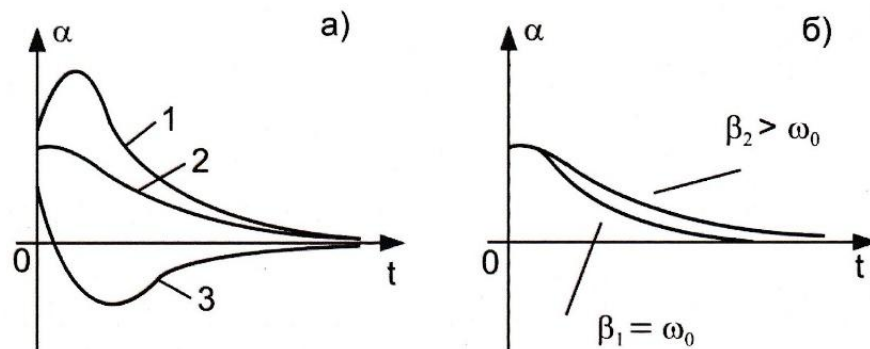


Рисунок 3.3 – Вид критических и ангармонических колебаний

а) критические колебания при различных начальных условиях

б) критические и аperiодические колебания при одинаковом начальном условии  $\dot{a}(0) = 0$

Для возбуждения в системе незатухающих колебаний, необходимо за счет внешних сил скомпенсировать потери энергии, обусловленные наличием сопротивления среды. Колебания, которые совершает система под действием внешней периодической силы, называются вынужденными.

Характер движения системы при этом зависит от особенностей внешней силы. Наиболее важным является случай гармонической внешней силы, а в случае крутильных колебаний – гармонического момента сил. Пусть на физический маятник, кроме возвращающего момента и момента сил сопротивления действует момент внешней силы, изменяющийся по гармоническому закону:

$$M = M_0 \cos(\omega t) \quad (3.8)$$

где  $M_0$  – амплитуда момента внешней силы;  $\omega$  – частота изменения момента внешней силы.

Согласно основному закону динамики вращательного движения имеем:

$$I\ddot{a} = -ka - h\dot{a} + M_0 \cos(\omega t) \quad (3.9)$$

Общее решение уравнения (2.9) можно представить в виде:

$$a(t) = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos[\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t + \varphi] + a_m \cdot \cos(\omega t + \psi) \quad (3.10)$$

где  $A_0$  и  $\varphi$  – постоянные величины, определяемые из начальных условий, т. е. начальных значений углового смещения и угловой скорости физического маятника;  $a_m$ ,  $\psi$  – постоянные величины (параметры вынужденных колебаний), которые определяются свойствами системы и внешним воздействием.

Первое слагаемое в выражении 3.10 описывает собственные затухающие колебания системы, а второе – гармонические колебания с амплитудой  $a$ , совершающиеся с частотой вынуждающей силы. Наложение этих колебаний создает результирующее движение, имеющее характер «биений». Биения проявляются в том, что колебания совершаются с изменяющейся амплитудой.

Графики биений имеют вид, представленный на рисунке 3.4.

Поскольку первое слагаемое в уравнении 3.10 экспоненциально затухает с течением времени, то через определенный временной интервал, называемый временем установления колебаний, собственные колебания системы прекратятся. Колебания, которые устанавливаются в системе после затухания амплитуды собственных колебаний, называются установившимися вынужденными колебаниями.

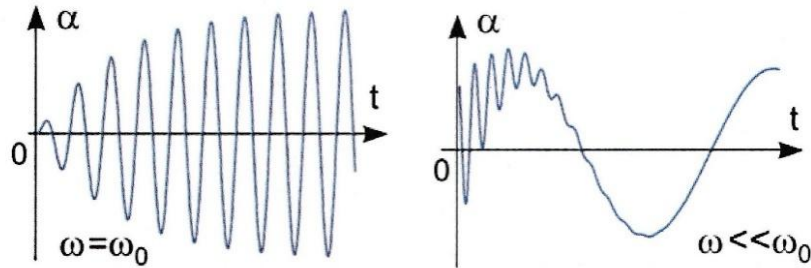


Рисунок 3.4 – Графики вынужденных колебаний для случаев  $\omega = \omega_0$  и  $\omega \ll \omega_0$

Установившиеся вынужденные колебания описываются уравнением:

$$a(t) = a_m \cos(\omega t + \psi) \quad (3.11)$$

где  $a_m$  – амплитуда установившихся вынужденных колебаний;  $\psi$  – сдвиг фаз между угловым смещением физического маятника и вынуждающей силой.

Из уравнения 3.8 и 3.11 следует, что движение физического маятника в установившемся режиме представляют собой гармонические колебания с частотой, равной частоте вынуждающей силы. Параметры вынужденных колебаний определяются, исходя из следующих уравнений:

$$a_m = \frac{M_0}{(I\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2})} \quad (3.12)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{-2\beta \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (3.13)$$

Амплитуда  $a_m$  и фаза вынужденных колебаний существенно зависят от отношения между частотой  $\omega$  изменения внешнего момента сил  $\bar{M}$  и собственной частотой  $\omega_0$  колебаний системы. На рисунке 3.5 изображены зависимости амплитуды углового смещения от частоты вынуждающей силы, соответствующие разным значениям коэффициентов затухания  $\beta$ . Из рисунка 3.5 видно, что при определенном значении частоты вынуждающей силы  $\omega_p$  амплитуда вынужденных колебаний достигает своего максимального значения, равного  $\omega_p$ . Такое явление называется резонансом, а частота, при которой оно происходит – резонансной частотой. Зависимость  $a_m = f(\omega)$  называется амплитудной резонансной кривой или амплитудно–частотной характеристикой маятника.

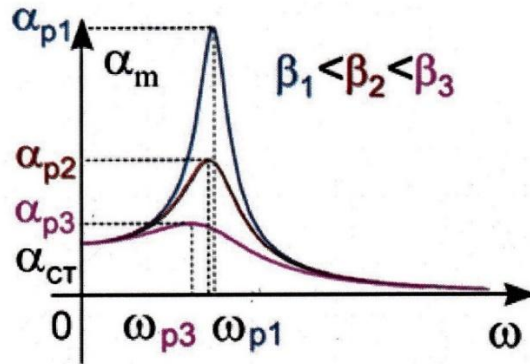


Рисунок 3.5 – Амплитудно–частотная характеристика

$a_m$  – амплитуда,  $a_p$  – резонансная амплитуда

Приравняв производную выражения 3.12 к нулю  $\frac{da_m}{d\omega} = 0$ , получим, что при малом сопротивлении среды амплитуда углового смещения  $a_p$  в резонансе равна

$$a_p = M_0 / (2I\beta_0) \quad (3.15)$$

Из уравнения 3.12 следует, что

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (3.14)$$

т.е.  $\omega_p$  зависит от свойств среды, в которой совершаются колебания.

Если  $\omega = 0$ , то амплитуда вынужденных колебаний оказывается равной величине статистического углового смещения  $a_{ст}$  системы под действием постоянного момента внешней силы. При частоте  $\omega$ , стремящейся к бесконечности, все амплитудные кривые асимптотически приближаются к нулю, так как в данном случае система не успевает отреагировать на действие вынуждающего момента внешних сил и остается в состоянии равновесия.

Как следует из уравнения (3.13), сдвиг по фазе между силой и угловым смещением зависит от соотношения частот собственной и вынуждающей силы, а также от коэффициента затухания (рисунок 3.6). При  $\omega = \omega_0$  смещение отстает от силы на  $\pi/2$ . Это означает, что в момент времени, когда момент внешней силы достигает своего максимального значения, угловое смещение равно нулю.

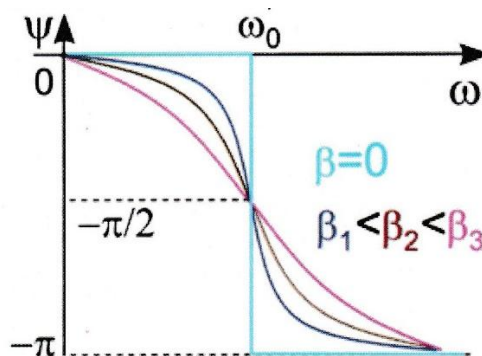


Рисунок 3.6 – Фазовые резонансные кривые маятника

С увеличением частоты изменения момента внешней силы отставание углового смещения от величины момента силы растет и при очень больших частотах  $\omega$  приближается к  $-\pi$ , т. е. момент силы и угловое смещение колеблются в противофазе.

Фазовые соотношения между угловым смещением и моментом внешней силы позволяют понять сущность явления резонанса с точки зрения энергетических

соображений. Покажем, что при  $\omega = \omega_0$  угловое смещение отстает по фазе от вынуждающего момента гармонической силы на  $\pi/2$ , т. е.

$$M = M_0 \cos(\omega_0 t); a = a_m \sin(\omega_0 t) \quad (3.16)$$

Согласно выражению 2.16 зависимость угловой скорости физического маятника от времени имеет вид:

$$\dot{a} = a_m \omega_0 \cos(\omega_0 t) \quad (3.17)$$

Из соотношений 3.16 и 3.17 видно, что скорость и внешняя сила колеблются в фазе. Следовательно, мощность, развиваемая внешней силой, положительна в любой момент времени, а энергия, передаваемая системе от внешнего источника максимальна (угловая скорость маятника при частоте вынуждающей силы, равной собственной частоте колебаний, максимальна). Работа внешнего момента сил в случае  $\omega = \omega_0$  направлена на преодоление сил трения.

## Оборудование и материалы

### 1. Стенд «Крутильный маятник Поля»

#### Описание установки

Симметричное тело (тонкий металлический диск) (2) скрепляется со спиральной пружиной (3). Диск отводится от положения равновесия, сжимая или растягивая пружину, после чего диск начинает совершать колебательное движение с периодом, зависящим от величины момента инерции диска и коэффициента затухания.

Вынужденные гармонические колебания диска создаются в системе путем соединения стрелки, на которую насажена пружина со скрепленным с ней диском, с двигателем (4) через штангу с валом, частоту оборотов которого можно изменить. (рисунок 3.7).

Коэффициент затухания в системе изменяется путем пропускания постоянного электрического тока через катушки индуктивности, в зазоре между которыми перемещается маятник (металлический диск). При движении диска в магнитном поле в нем индуцируются токи Фуко, что в итоге приводит к появлению дополнительного тормозящего момента сил.

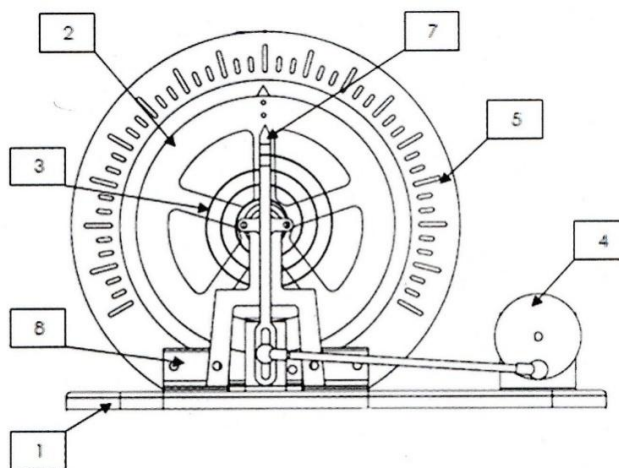


Рисунок 3.7 – Общий вид экспериментальной установки

1 – основание; 2 – колесо Поля; 3 – возвратная пружина; 4 – электродвигатель; 5 – линейка; 7 – стрелка; 8 – магниты

## Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

## Задания

### Упражнение 1

1. Соберите электрическую схему.
2. Не подключая источник питания к маятнику Поля, отклоните его на 10–20 делений (относительных единиц) шкалы транспортира, расположенного на установке, а затем отпустите диск маятника. Измерьте три раза период свободных колебаний маятника, а затем рассчитайте циклическую частоту затухающих колебаний.
3. Экспериментальным путем установите зависимость амплитуды углового смещения маятника от времени в режиме свободных колебаний. Для этого измеряйте угловую амплитуду через промежутки времени, кратные периоду колебаний. Результаты измерений занесите в таблицу 3.1.

Таблица 3.1

|   |  |  |  |  |  | ,с |  |  | $\ln \frac{a_{cp}}{a_0}$ | $t \ln \frac{a_{cp}}{a_0}$ |
|---|--|--|--|--|--|----|--|--|--------------------------|----------------------------|
|   |  |  |  |  |  |    |  |  |                          |                            |
| Т |  |  |  |  |  |    |  |  |                          |                            |
| Т |  |  |  |  |  |    |  |  |                          |                            |



1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие колебания называются свободными?
2. Запишите дифференциальное уравнение затухающих колебаний. проанализируйте его решение.
3. В чем заключается физический смысл коэффициента затухания?
4. Чем определяется собственная частота системы и частота затухающих колебаний?
5. Что такое критический и ангармонический режимы колебаний? Каковы их отличительные особенности?
6. Какие колебания называются вынужденными?
7. Запишите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний. Проанализируйте его решение.
8. Что такое переходной и установившийся режим вынужденных колебаний?
9. От чего зависит время установления колебаний?
10. От чего зависят амплитуда и частота установившихся вынужденных колебаний?
11. В чем заключается явление резонанса?
12. Что такое резонансная частота? От каких физических величин она зависит?
13. Чему равно статическое смещение маятника?
14. Дайте определение добротности системы. Как она связана с резонансной амплитудой и статическим смещением?
15. Что представляют собой установившиеся вынужденные колебания, происходящие под действием внешней гармонической силы?
16. Объясните, чему равен сдвиг фаз между смещением и вынужденной силой при резонансе.

## **Тема 4. Молекулярная физика и основы термодинамика**

### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7 МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ**

**Цель**-закрепить изученный материал по тематике «Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов. Статистический и термодинамический методы. Опытные законы идеального газа. Уравнение Клапейрона — Менделеева. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов. Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в то числе и самостоятельно.

**Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы

естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

**Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

**Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способностью к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности направления Химическая технология

## **Теоретическая часть**

### **1. Статистический и термодинамический методы. Опытные законы идеального газа**

**Статистический и термодинамический методы исследования.** Молекулярная физика и термодинамика — разделы физики, в которых изучаются **макроскопические процессы** в телах, связанные с огромным числом содержащихся в телах атомов и молекул. Для исследования этих процессов применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода: **статистический (молекулярно-кинетический)** и **термодинамический**. Первый лежит в основе молекулярной физики, второй — термодинамики.

**Молекулярная физика** — раздел физики, изучающий строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении.

Идея об атомном строении вещества высказана древнегреческим философом Демокритом (460—370 до н. э.). Атомистика возрождается вновь лишь в XVII в. и развивается в работах М. В. Ломоносова, взгляды которого на строение вещества и тепловые явления были близки к современным. Строгое развитие молекулярной теории относится к середине XIX в. и связано с работами немецкого физика Р. Клаузиуса (1822—1888), Дж. Максвелла и Л. Больцмана.

Процессы, изучаемые молекулярной физикой, являются результатом совокупного действия огромного числа молекул. Законы поведения огромного числа молекул, являясь статистическими закономерностями, изучаются с помощью **статистического метода**. Этот метод основан на том, что свойства макроскопической системы в конечном счете определяются свойствами частиц системы, особенностями их движения и *усредненными* значениями динамических характеристик этих частиц (скорости, энергии

и т. д.). Например, температура тела определяется скоростью хаотического движения его молекул, но так как в любой момент времени разные молекулы имеют различные скорости, то она может быть выражена только через среднее значение скорости движения молекул. Нельзя говорить о температуре одной молекулы. Таким образом, макроскопические характеристики тел имеют физический смысл лишь в случае большого числа молекул.

**Термодинамика** — раздел физики, изучающий общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями. Термодинамика не рассматривает микропроцессы, которые лежат в основе этих превращений. Этим **термодинамический метод** отличается от статистического. Термодинамика базируется на двух началах — фундаментальных законах, установленных в результате обобщения опытных данных.

Область применения термодинамики значительно шире, чем молекулярно-кинетической теории, ибо нет таких областей физики и химии, в которых нельзя было бы пользоваться термодинамическим методом. Однако, с другой стороны, термодинамический метод несколько ограничен: термодинамика ничего не говорит о микроскопическом строении вещества, о механизме явлений, а лишь устанавливает связи между макроскопическими свойствами вещества. Молекулярно-кинетическая теория и термодинамика взаимно дополняют друг друга, образуя единое целое, но differing различными методами исследования.

Термодинамика имеет дело с **термодинамической системой** — совокупностью макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой). Основа термодинамического метода — определение состояния термодинамической системы. Состояние системы задается **термодинамическими параметрами (параметрами состояния)** — совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Обычно в качестве параметров состояния выбирают температуру, давление и удельный объем.

Температура — одно из основных понятий, играющих важную роль не только в термодинамике, но и в физике в целом. **Температура** — физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы. В соответствии с решением XI Генеральной конференции по мерам и весам (1960) в настоящее время можно применять только две температурные шкалы — **термодинамическую** и **Международную практическую**, градуированные соответственно в кельвинах (К) и в градусах Цельсия (°С). В **Международной практической шкале** температура замерзания и кипения воды при давлении  $1,013 \cdot 10^5$  Па соответственно 0 и 100°С (**реперные точки**).

**Термодинамическая температурная шкала** определяется по одной реперной точке, в качестве которой взята **тройная точка воды** (температура, при которой лед, вода и насыщенный пар при давлении 609 Па находятся в термодинамическом равновесии). Температура этой точки по термодинамической шкале равна 273,16 К (точно). Градус Цельсия равен кельвину. В термодинамической шкале температура замерзания воды равна 273,15 К (при том же давлении, что и в Международной практической шкале), поэтому, по определению, термодинамическая температура и температура по Международной практической шкале связаны соотношением

$$T = 273,15 + t.$$

Температура  $T = 0$  К называется **нулем кельвин**. Анализ различных процессов показывает, что 0 К недостижим, хотя приближение к нему сколь угодно близко возможно.

**Удельный объем  $v$**  — это объем единицы массы. Когда тело однородно, т. е. его плотность  $\rho = \text{const}$ , то  $v = V/m = 1/\rho$ . Так как при постоянной массе удельный объем пропорционален общему объему, то макроскопические свойства однородного тела можно характеризовать объемом тела.

Параметры состояния системы могут изменяться. Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее термодинамических параметров, называется **термодинамическим процессом**. Макроскопическая система находится в **термодинамическом равновесии**, если ее состояние с течением времени не меняется (предполагается, что внешние условия рассматриваемой системы при этом не изменяются).

В молекулярно-кинетической теории пользуются *идеализированной моделью идеального газа*, согласно которой считают, что:

- 1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;
- 2) между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;
- 3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Модель идеального газа можно использовать при изучении реальных газов, так как они в условиях, близких к нормальным (например, кислород и гелий), а также при низких давлениях и высоких температурах близки по своим свойствам к идеальному газу. Кроме того, внося поправки, учитывающие собственный объем молекул газа и действующие молекулярные силы, можно перейти к теории реальных газов.

Рассмотрим законы, описывающие поведение идеальных газов.

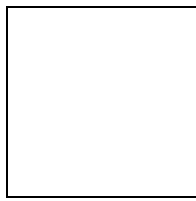
**Закон Бойля—Мариотта\***: для данной массы газа при постоянной температуре произведение давления газа на его объем есть величина постоянная:

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = - Q_2. \quad (41.1)$$

\* Р. Бойль (1627—1691)—английский ученый; Э. Мариотт (1620—1684) — французский физик.

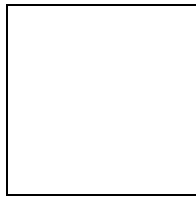
Кривая, изображающая зависимость между величинами  $p$  и  $V$ , характеризующими свойства вещества при постоянной температуре, называется **изотермой**. Изотермы представляют собой гиперболы, расположенные на графике тем выше, чем выше температура, при которой происходит процесс (рис. 60).

**Законы Гей-Люссака\***: 1) объем данной массы газа при постоянном давлении изменяется линейно с температурой:



$$(41.2)$$

2) давление данной массы газа при постоянном объеме изменяется линейно с температурой:



$$(41.3)$$

\* Ж. Гей-Люссак (1778—1850) — французский ученый.

В этих уравнениях  $t$  — температура по шкале Цельсия,  $p_0$  и  $V_0$  — давление и объем при  $0^\circ\text{C}$ , коэффициент  $\alpha = 1/273,15 \text{ K}^{-1}$ .

**Процесс**, протекающий при постоянном давлении, называется **изобарным**. На диаграмме в координатах  $V, t$  (рис. 61) этот процесс изображается прямой, называемой **изобарой**.

**Процесс**, протекающий при постоянном объеме, называется **изохорным**. На диаграмме в координатах  $p, t$  (рис. 62) он изображается прямой, называемой **изохорой**.

Из (41.2) и (41.3) следует, что изобары и изохоры пересекают ось температур в точке  $t = -1/\alpha = -273,15^\circ\text{C}$ , определяемой из условия  $1 + \alpha t = 0$ . Если перенести начало отсчета в эту точку, то происходит переход к шкале Кельвина (рис. 62), откуда

Вводя в формулы (41.2) и (41.3) термодинамическую температуру, законам Гей-Люссака можно придать более удобный вид:

где индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям, лежащим на одной изобаре или изохоре.

**Закон Авогадро\***: моли любых газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объемы. При нормальных условиях этот объем равен  $22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

---

\* А. Авогадро (1776—1856) — итальянский физик и химик.

По определению, в одном моле различных веществ содержится одно и то же число молекул, называемое **постоянной Авогадро**:

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

**Закон Дальтона\***: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений  $p_1, p_2, \dots, p_n$  входящих в нее газов:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n.$$

**Парциальное давление** — давление, которое производил бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал объем, равный объему смеси при той же температуре.

---

\* Дж. Дальтон (1766—1844) — английский химик и физик.

## 2. Уравнение Клапейрона — Менделеева

Как уже указывалось, состояние некоторой массы газа определяется тремя термодинамическими параметрами: давлением  $p$ , объемом  $V$  и температурой  $T$ . Между этими параметрами существует определенная связь, называемая **уравнением состояния**, которое в общем виде дается выражением

$$f(p, V, T) = 0,$$

где каждая из переменных является функцией двух других.

Французский физик и инженер Б. Клапейрон (1799—1864) вывел уравнение состояния идеального газа, объединив законы Бойля — Мариотта и Гей-Люссака. Пусть некоторая масса газа занимает объем  $V_1$ , имеет давление  $p_1$  и находится при температуре  $T_1$ . Эта же масса газа в другом произвольном состоянии характеризуется параметрами  $p_2, V_2, T_2$  (рис. 63). Переход из состояния 1 в состояние 2 осуществляется в виде двух процессов: 1) изотермического (изотерма  $1-1'$ ), 2) изохорного (изохора  $1'-2$ ).

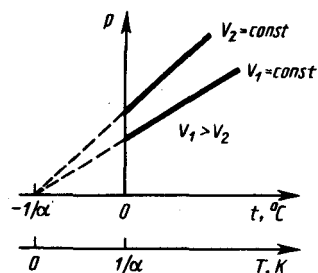


Рис. 62

- Почему термодинамический и статистический (молекулярно-кинетический) методы исследования макроскопических систем качественно различны и взаимно дополняют друг друга?
- Что такое термодинамические параметры? Какие термодинамические параметры вам известны?
- Как объяснить закон Бойля — Мариотта с точки зрения молекулярно-кинетической теории?

В соответствии с законами Бойля — Мариотта (41.1) и Гей-Люссака (41.5) запишем:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2, \quad (42.1)$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (42.2)$$

Исключив из уравнений (42.1) и (42.2)  $p_1$  получим

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Так как состояния 1 и 2 были выбраны произвольно, то для данной массы газа величина  $pV/T$  остается постоянной, т. е.

$$pV/T = B = \text{const}. \quad (42.3)$$

Выражение (42.3) является **уравнением Клапейрона**, в котором  $B$  — газовая постоянная, *различная для разных газов*.

Русский ученый Д. И. Менделеев (1834—1907) объединил уравнение Клапейрона с законом Авогадро, отнеся уравнение (42.3) к одному молю, используя молярный объем  $V_m$ . Согласно закону Авогадро, при одинаковых  $p$  и  $T$  моли всех газов занимают одинаковый молярный объем  $V_m$ , поэтому постоянная  $B$  будет *одинаковой для всех газов*. Эта общая для всех газов постоянная обозначается  $R$  и называется **молярной газовой постоянной**. Уравнению

$$pV_m = RT \quad (42.4)$$

удовлетворяет лишь идеальный газ, и оно является **уравнением состояния идеального газа**, называемым также **уравнением Клапейрона — Менделеева**.

Числовое значение молярной газовой постоянной определим из формулы (42.4), полагая, что моль газа находится при нормальных условиях ( $p_0 = 1,013 \cdot 10^5$  Па,  $T_0 = 273,15$  К,  $V_m = 22,41 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/моль):  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

От уравнения (42.4) для моля газа можно перейти к уравнению Клапейрона — Менделеева для произвольной массы газа. Если при некоторых заданных давлении и температуре один моль газа занимает молярный объем  $V_m$ , то при тех же условиях масса  $m$  газа займет объем  $V = (m/M)V_m$ , где  $M$  — **молярная масса** (масса одного моля вещества). Единица молярной массы — килограмм на моль (кг/моль). Уравнение Клапейрона — Менделеева для массы  $m$  газа

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT, \quad (42.5)$$

где  $\nu = m/M$  — **количество вещества**.

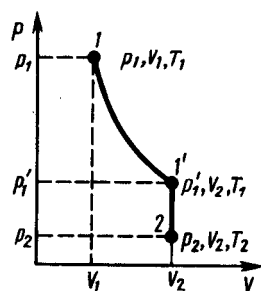


Рис. 63

- Какими законами описываются изобарные и изохорные процессы?
- Каков физический смысл постоянной Авогадро? числа Лошмидта?
- При некоторых значениях температуры и давления азот количеством вещества 1 моль занимает объем 20 л. Какой объем при этих же условиях займет водород количеством вещества 1 моль?

Часто пользуются несколько иной формой уравнения состояния идеального газа, вводя **постоянную Больцмана**:

$$k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Исходя из этого уравнение состояния (42.4) запишем в виде

$$p = RT/V_m = kN_A T/V_m = nkT,$$

где  $N_A/V_m = n$  — концентрация молекул (число молекул в единице объема). Таким образом, из уравнения

$$p = nkT \quad (42.6)$$

следует, что давление идеального газа при данной температуре прямо пропорционально концентрации его молекул (или плотности газа). При одинаковых температуре и давлении все газы содержат в единице объема одинаковое число молекул. Число молекул, содержащихся в 1 м<sup>3</sup> газа при *нормальных условиях*, называется **числом Лошмидта\***:

$$N_L = p_0/(kT_0) = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

\* И. Лошмидт (1821—1895) — австрийский химик и физик.

### 3. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

Для вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории рассмотрим одноатомный идеальный газ. Предположим, что молекулы газа движутся хаотически, число взаимных столкновений между молекулами газа пренебрежимо мало по сравнению с числом ударов о стенки сосуда, а соударения молекул со стенками сосуда абсолютно упругие. Выделим на стенке сосуда некоторую элементарную площадку  $\Delta S$  (рис. 64) и вычислим давление, оказываемое на эту площадку. При каждом соударении молекула, движущаяся перпендикулярно площадке, передает ей импульс  $m_0 v - (-m_0 v) = 2m_0 v$ , где  $m_0$  — масса молекулы,  $v$  — ее скорость. За время  $\Delta t$  площадки  $\Delta S$  достигнут только те молекулы, которые заключены в объеме цилиндра с основанием  $\Delta S$  и высотой  $v\Delta t$  (рис. 64). Число этих молекул равно  $n\Delta S v\Delta t$  ( $n$  — концентрация молекул).

Необходимо, однако, учитывать, что реально молекулы движутся к площадке  $\Delta S$  под разными углами и имеют различные скорости, причем скорость молекул при каждом соударении меняется. Для упрощения расчетов хаотическое движение молекул заменяют движением вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений, так что в любой момент времени вдоль каждого из них движется  $1/3$  молекул, причем половина молекул  $1/6$  движется вдоль данного направления в одну сторону, половина — в противоположную. Тогда число ударов молекул, движущихся в заданном направлении, о площадку  $\Delta S$  будет  $1/6 n\Delta S v\Delta t$ . При столкновении с площадкой эти молекулы передадут ей импульс

$$\Delta P = 2m_0 v \cdot 1/6 n\Delta S v\Delta t = 1/3 nm_0 v^2 \Delta S \Delta t.$$

Тогда давление газа, оказываемое им на стенку сосуда,

$$p = \Delta P / (\Delta t \Delta S) = \frac{1}{3} n m_0 v^2. \quad (43.1)$$

Если газ в объеме  $V$  содержит  $N$  молекул, движущихся со скоростями  $v_1, v_2, \dots, v_N$ , то целесообразно рассматривать **среднюю квадратную скорость**

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}, \quad (43.2)$$

характеризующую всю совокупность молекул газа.

Уравнение (43.1) с учетом (43.2) примет вид

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2. \quad (43.3)$$

Выражение (43.3) называется **основным уравнением молекулярно-кинетической теории идеальных газов**. Точный расчет с учетом движения молекул по всевозможным направлениям дает ту же формулу.

Учитывая, что  $n = N / V$ , получим

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2, \quad (43.4)$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E, \quad (43.5)$$

где  $E$  — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа.

Так как масса газа  $m = N m_0$ , то уравнение (43.4) можно переписать в виде

$$pV = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2.$$

Для одного моля газа  $m = M$  ( $M$  — молярная масса), поэтому

$$pV_m = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

где  $V_m$  — молярный объем. С другой стороны, по уравнению Клапейрона — Менделеева,  $pV_m = RT$ . Таким образом,

$$RT = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

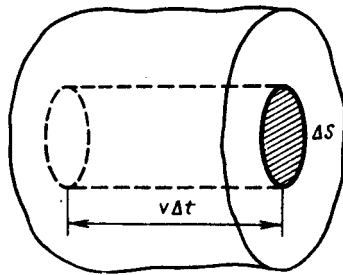


Рис. 64

- В чем заключается молекулярно-кинетическое толкование давления газа? термодинамической температуры?
- В чем содержание и какова цель вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов?

откуда

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (43.6)$$

Так как  $M = m_0 N_A$ , где  $m_0$  — масса одной молекулы, а  $N_A$  — постоянная Авогадро, то из уравнения (43.6) следует, что

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad (43.7)$$

где  $k=R/N_A$  — постоянная Больцмана. Отсюда найдем, что при комнатной температуре молекулы кислорода имеют среднюю квадратичную скорость 480 м/с, водорода — 1900 м/с. При температуре жидкого гелия те же скорости будут соответственно 40 и 160 м/с. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = E/N = m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 / 2 = 3/2 kT \quad (43.8)$$

(использовали формулы (43.5) и (43.7)) пропорциональна термодинамической температуре и зависит только от нее. Из этого уравнения следует, что при  $T=0$   $\langle \varepsilon_0 \rangle = 0$ , т. е. при 0К прекращается поступательное движение молекул газа, а следовательно, его давление равно нулю. Таким образом, термодинамическая температура является мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа, и формула (43.8) раскрывает молекулярно-кинетическое толкование температуры.

#### 4. Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения

При выводе основного уравнения молекулярно-кинетической теории молекулам задавали различные скорости. В результате многократных соударений скорость каждой молекулы изменяется по модулю и направлению. Однако из-за хаотического движения молекул все направления движения являются равновероятными, т. е. в любом направлении в среднем движется одинаковое число молекул.

По молекулярно-кинетической теории, как бы ни изменялись скорости молекул при столкновениях, средняя квадратичная скорость молекул массой  $m_0$  в газе, находящемся в состоянии равновесия при  $T = \text{const.}$  остается постоянной и равной  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{3kT/m_0}$ .

Это объясняется тем, что в газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям, которое подчиняется вполне определенному статистическому закону. Этот закон теоретически выведен Дж. Максвеллом.

При выводе закона распределения молекул по скоростям Максвелл предполагал, что газ состоит из очень большого числа  $N$  тождественных молекул, находящихся в состоянии беспорядочного теплового движения при одинаковой температуре. Предполагалось также, что силовые поля на газ не действуют.

Закон Максвелла описывается некоторой функцией  $f(v)$ , называемой **функцией распределения молекул по скоростям**. Если разбить диапазон скоростей молекул на малые интервалы, равные  $dv$ , то на каждый интервал скорости будет приходиться некоторое число молекул  $dN(v)$ , имеющих скорость, заключенную в этом интервале. Функция  $f(v)$  определяет относительное число молекул  $dN(v)/N$ , скорости которых лежат в интервале от  $v$  до  $v+dv$ , т. е.

$$dN(v)/N = f(v) dv,$$

откуда

$$f(v) = \frac{dN(v)}{N dv}.$$

Применяя методы теории вероятностей. Максвелл нашел функцию  $f(v)$  — **закон о распределении молекул идеального газа по скоростям**:

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp[-m_0 v^2 / (2kT)]. \quad (44.1)$$

Из (44.1) видно, что конкретный вид функции зависит от рода газа (от массы молекулы) и от параметра состояния (от температуры  $T$ ).

График функции (44.1) приведен на рис. 65. Так как при возрастании  $v$  множитель  $\exp[-m_0 v^2 / (2kT)]$  уменьшается быстрее, чем растет множитель  $v^2$ , то функция  $f(v)$ , начинаясь

от нуля, достигает максимума при  $v_B$ , и затем асимптотически стремится к нулю. Кривая несимметрична относительно  $v_B$ .

Относительное число молекул  $dN(v)/N$ , скорости которых лежат в интервале от  $v$  до  $v+dv$ , находится как площадь заштрихованной полоски на рис. 65. Площадь, ограниченная кривой распределения и осью абсцисс, равна единице. Это означает, что функция  $f(v)$  удовлетворяет условию нормировки

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1.$$

Скорость, при которой функция распределения молекул идеального газа по скоростям максимальна, называется **наиболее вероятной скоростью**. Значение наиболее вероятной скорости можно найти продифференцировав выражение (44.1) (постоянные множители опускаем) по аргументу  $v$ , приравняв результат нулю и используя условие для максимума выражения  $f(v)$ :

$$\frac{d}{dv} (v^2 \exp[-m_0 v^2 / (2kT)]) = 2v \left( 1 - \frac{m_0 v^2}{2kT} \right) \exp[-m_0 v^2 / (2kT)] = 0.$$

Значения  $v=0$  и  $v=\infty$  соответствуют минимумам выражения (44.1), а значение  $v$ , при котором выражение в скобках становится равным нулю, и есть искомая наиболее вероятная скорость  $v_B$ :

$$v_B = \sqrt{2kT/m_0} = \sqrt{2RT/M}. \quad (44.2)$$

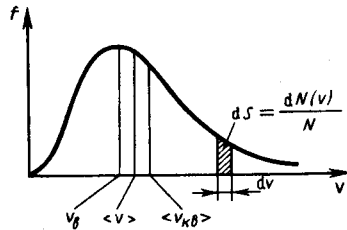


Рис. 65

- Каков физический смысл функции распределения молекул по скоростям? по энергиям?
- Как, зная функцию распределения молекул по скоростям, перейти к функции распределения по энергиям?

Из формулы (44.2) следует, что при повышении температуры максимум функции распределения молекул по скоростям (рис. 66) сместится вправо (значение наиболее вероятной скорости становится больше). Однако площадь, ограниченная кривой, остается неизменной, поэтому при повышении температуры кривая распределения молекул по скоростям будет растягиваться и понижаться.

**Средняя скорость молекулы  $\langle v \rangle$  (средняя арифметическая скорость)** определяется по формуле

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} v dN(v) = \int_0^{\infty} v f(v) dv.$$

Подставляя сюда  $f(v)$  и интегрируя, получаем

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_0)} = \sqrt{8RT/(\pi M)}. \quad (44.3)$$

Скорости, характеризующие состояние газа: 1) наиболее вероятная  $v_B = \sqrt{2RT/M}$ , 2) средняя  $\langle v \rangle = \sqrt{8RT/(\pi M)} = 1,13 v_B$ , 3) средняя квадратичная  $\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{3RT/M} = 1,22 v_B$  (рис. 65). Исходя из распределения молекул по скоростям

$$dN(v) = N \cdot 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)} dv, \quad (44.4)$$

можно найти распределение молекул газа по значениям кинетической энергии  $\varepsilon$ . Для этого перейдем от переменной  $v$  к переменной  $\varepsilon = m_0 v^2 / 2$ . Подставив в (44.4)  $v = \sqrt{2\varepsilon / m_0}$  и  $dv = (2m_0\varepsilon)^{-1/2} d\varepsilon$ , получим

$$dN(\varepsilon) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/(kT)} d\varepsilon = Nf(\varepsilon) d\varepsilon,$$

где  $dN(\varepsilon)$  — число молекул, имеющих кинетическую энергию поступательного движения, заключенную в интервале от  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$ .

Таким образом, **функция распределения молекул по энергиям теплового движения**

$$f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \varepsilon^{1/2} e^{-\varepsilon/(kT)}.$$

Средняя кинетическая энергия  $\langle \varepsilon \rangle$  молекулы идеального газа

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \int_0^{\infty} \varepsilon^{3/2} e^{-\varepsilon/(kT)} d\varepsilon = \frac{3}{2} kT,$$

т. е. получили результат, совпадающий с формулой (43.8).

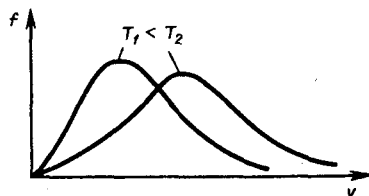


Рис. 66

- Как определяется наиболее вероятная скорость? средняя скорость?
- Во сколько раз и как изменится средняя скорость движения молекул при переходе от кислорода к водороду?

### Задания и вопросы

1. Начертить и объяснить графики изотермического и изобарного процессов в координатах  $p$  и  $V$ ,  $p$  и  $T$ ,  $T$  и  $V$ .
2. В сосуде при температуре  $t = 20^\circ\text{C}$  и давлении  $p = 0,2$  МПа содержится смесь газов — кислорода массой  $m_1 = 16$  г и азота массой  $m_2 = 21$  г. Определить плотность смеси. [ $2,5 \text{ кг/м}^3$ ]
3. Определить наиболее вероятную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 40 кПа составляет  $0,38 \text{ кг/м}^3$ . [ $478 \text{ м/с}$ ]
4. Используя закон о распределении молекул идеального газа по скоростям, найти закон, выражающий распределение молекул по относительным скоростям  $u$  ( $u = v/v_B$ ). [ $f(u) = 4\sqrt{\pi} e^{-u^2} u^2$ ]
5. Воспользовавшись законом распределения идеального газа по относительным скоростям (см. задачу 8.4), определить, какая доля молекул кислорода, находящегося при температуре  $t = 0^\circ\text{C}$ , имеет скорости от 100 до 110 м/с. [0,4]
6. На какой высоте плотность воздуха в два раза меньше, чем его плотность на уровне моря? Считать, что температура воздуха везде одинакова и равна 273 К. [5,5 км]
7. Определить среднюю продолжительность свободного пробега молекул водорода при температуре 300 К и давлении 5 кПа. Эффективный диаметр молекул принять равным 0,28 нм. [170 нс]
8. Коэффициенты диффузии и внутреннего трения при некоторых условиях равны соответственно  $1,42 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$  и  $8,5 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$ . Определить концентрацию молекул воздуха при этих условиях. [ $1,25 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ]

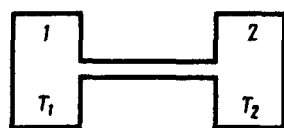


Рис. 75

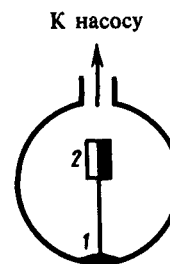


Рис. 76

## Увеличение внутренней энергии за счет механической работы

Цель работы:

1. Исследование зависимости температуры алюминиевого тела от работы сил трения.
2. Определение удельной теплоемкости алюминия.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

Внутренняя энергия системы (в данном случае алюминиевого тела) – это энергия хаотического (теплого) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов) и энергия взаимодействия этих частиц. Внутренняя энергия – однозначная функция термодинамического состояния системы, т.е. в каждом состоянии система обладает вполне определенным значением внутренней энергии. Изменить внутреннюю энергию системы (тела)  $\Delta U$  можно при теплообмене, сообщая системе количество теплоты  $Q$  или совершая работу  $A'$  над системой, т.е. можно говорить о двух формах передачи энергии от одних тел к другим: в форме работы и в форме теплоты. Другими словами энергия механического движения может превращаться в энергию теплового движения атомов и молекул и наоборот. При этих превращениях должен выполняться закон сохранения и превращения энергии. Первое начало термодинамики и является законом сохранения энергии применительно к термодинамическим процессам. Первое начало термодинамики – результат обобщения многовековых опытных данных. Многочисленные опыты показывают, что в соответствии с законом сохранения энергии при любом способе перехода системы из состояния с энергией  $U_1$  в состояние с энергией  $U_2$  изменение внутренней энергии  $\Delta U = U_2 - U_1$  будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты  $Q$ , полученным системой, и работой  $A$ , совершенной системой против внешних сил:

$$\Delta U = Q - A \quad (6.1)$$

или

$$Q = \Delta U + A \quad (6.2)$$

Уравнение 6.2 представляет собой математическое выражение первого начала термодинамики: теплота, сообщаемая системе, расходуется на увеличение ее внутренней

энергии и на совершение работы против внешних сил. Выражение 6.2 для малого изменения состояния системы будет иметь следующий вид:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A \quad (6.3)$$

где  $\Delta U$  – бесконечно малое изменение внутренней энергии системы. В этом выражении  $\Delta U$  является полным дифференциалом.  $\Delta Q$  – бесконечно малое количество теплоты,  $\Delta A$  – бесконечно малая работа.  $\Delta Q$  и  $\Delta A$  не являются полными дифференциалами, поскольку работа и количество теплоты не являются функциями состояния.

В данной лабораторной работе увеличение внутренней энергии алюминиевого тела происходит только за счет внешней механической работы ( $Q = 0$ ). Работа, совершаемая внешней силой  $A'$  над системой, будет численно равна работе, совершаемой системой, но взятой с противоположным знаком, т.е.  $A' = -A$ . Тогда уравнение 6.1 принимает следующий вид:

$$\Delta U = A \quad (6.4)$$

### Оборудование и материалы

1. Установка «Увеличение внутренней энергии за счёт механической работы»
2. Цифровой мультиметр
3. Набор грузов

#### *Описание экспериментальной установки*

Схема лабораторной установки «Увеличение внутренней энергии за счёт механической работы» показана на рисунке 6.1.

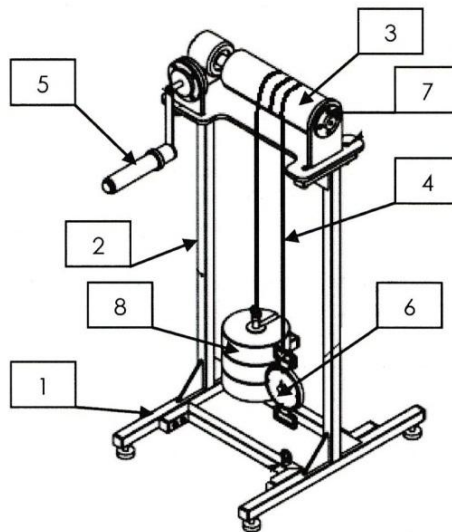


Рисунок 6.1 – Конструкция изделия

К основанию (1) прикреплена рама (2), на верхней балке которой расположена ось с закрепленным исследуемым алюминиевым цилиндрическим телом (3), внутрь которого встроен температурный датчик (7) (термопара), с помощью которого можно измерить температуру исследуемого тела. Бечёвка (4) намотана на цилиндрическое тело. Вращение оси происходит с помощью рукоятки (5). При вращении оси возникает трение бечевки (4), в результате чего происходит нагрев алюминиевого цилиндра. На концах бечевки закреплены грузы (8) для уравнивания силы трения. Измерение возникающей силы возможно за счет установленного динамометра (6). Показания с температурного датчика отображаются на дисплее мультиметра.

Видно, что один конец нити привязан к динамометру, который показывает натяжение нити  $T_2$ . На втором конце нити висит груз массой 2–10 кг, который создает постоянное натяжение нити  $T_1$  (см. рисунок 6.2).

Очевидно, что результирующая этих сил  $F = T_2 - T_1$  уравнивается силой трения, поэтому работа, совершаемая для преодоления силы трения за  $N$  оборотов алюминиевого цилиндра, составляет

$$A = F \cdot \pi \cdot d \cdot k \cdot N \quad (6.5)$$

где  $d = 37$  мм (диаметр цилиндрического тела),  $k$  – число витков бечевки,  $N$  – число оборотов алюминиевого тела. Работа сил трения переходит во внутреннюю энергию тела, т.е. повышается температура алюминиевого цилиндра с начального значения  $t_0$  до конечного значения  $t_n$ . Это соответствует увеличению внутренней энергии на величину

$$\Delta U = m \cdot c_{Al} \cdot (t_n - t_0) \quad (6.6)$$

где  $m$  – масса тела,  $c_{Al}$  – удельная теплоемкость алюминия.

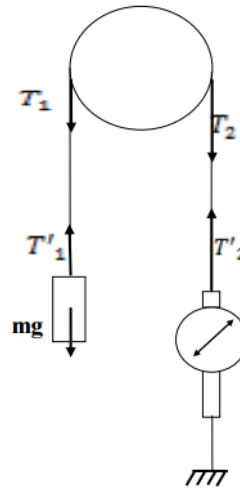


Рисунок 6.2 – Схема установки

На основании закона сохранения энергии можно записать:

$$m \cdot c_{Al} \cdot (t_n - t_0) = F \cdot \pi \cdot d \cdot k \cdot N \quad (6.7)$$

или

$$m \cdot c_{Al} \cdot (t_n - t_0) = A \quad (6.8)$$

Преобразовав выражение 1.8, получим:

$$t_n = t_0 + \frac{1}{m \cdot c_{Al}} \cdot A \quad (6.9)$$

Наличие пропорциональности между изменением температуры системы  $\Delta t$  и совершенной работой является доказательством справедливости первого закона термодинамики. По наклону этой прямой (рисунок 6.3) можно определить также удельную теплоемкость алюминия.

Из формулы 6.9 видно, что

$$c_{Al} = \frac{1}{m} \cdot \frac{A}{\Delta t} = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} \quad (6.10)$$

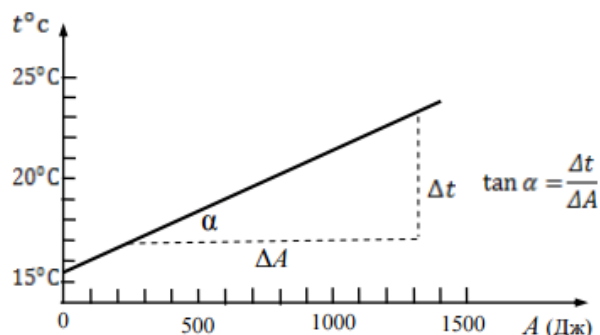


Рисунок 6.3 – График зависимости температуры от совершенной работы

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломки оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

Определение коэффициента трения покоя

1. Медленно поворачивая рукоятку, добейтесь проскальзывания бечевки, а потом, плавно вращая рукоятку, сделайте 10 оборотов.
2. Во время вращения рукоятки запишите показание динамометра. Надо учесть, что динамометр проградуирован в кГс (килограмм– сила).  $1\text{ кГс} \sim 10\text{ Н}$ .
3. Подождите примерно 1 минуту, пока температура выровняется и показания прибора перестанут изменяться. Запишите эти показания, а затем сделайте еще 10 оборотов, подождите 1 минуту и запишите второе значение. Продолжайте опыт, пока не получите 6–7 значений сопротивления датчика.
4. Результаты измерений занесите в таблице 6.1.

Таблица 6.1

| № | Число оборотов шкива N | Показание динамометра $T_2$ | Показание датчика (кОм) | Температура $t$ °C | Работа А |
|---|------------------------|-----------------------------|-------------------------|--------------------|----------|
|   |                        |                             |                         |                    |          |
|   |                        |                             |                         |                    |          |
|   |                        |                             |                         |                    |          |
|   |                        |                             |                         |                    |          |

5. Переведите значения сопротивления в температуру.
6. По формуле 6.5 рассчитайте совершаемую работу.
7. Постройте график зависимости температуры  $t$  от совершаемой работы А (смотрите рисунок 6.3).
8. Найдите по графику  $\text{tg}\alpha$ .
9. Зная массу цилиндра и тангенс угла наклона прямой, по формуле 6.10 определите удельную теплоемкость алюминия, где  $m = 450\text{ г}$  (масса алюминиевого цилиндра).

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. Что такое внутренняя энергия тела?
2. От чего зависит внутренняя энергия тела?
3. Как можно изменить внутреннюю энергию тела?
4. В чем отличие внутренней энергии тела  $U$  от  $Q$  и  $A$ ?
5. Как формулируется первый закон термодинамики?
6. Как определяется работа внешних сил в этом опыте?
7. Как осуществляется проверка первого закона термодинамики в этом опыте?
8. Как определяется удельная теплоемкость алюминия?

## Тема 5. Основы электродинамики. Электромагнетизм.

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8-9 ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

**Цель-**закрепить изученный материал по тематике «Основы термодинамики. Число степеней свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Первое начало термодинамики. Теплоемкость».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в то числе и самостоятельно.

**Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

**Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

**Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способностью к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности направления Химическая технология

### Теоретическая часть

#### 1. Число степеней свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул

Важной характеристикой термодинамической системы является ее **внутренняя энергия**  $U$  — энергия хаотического (теплого) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц. Из этого

определения следует, что к внутренней энергии не относятся кинетическая энергия движения системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях.

Внутренняя энергия — *однозначная функция* термодинамического состояния системы, т. е. в каждом состоянии система обладает вполне определенной внутренней энергией (она не зависит от того, как система пришла в данное состояние). Это означает, что при переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

В 1 было введено понятие числа степеней свободы: это число независимых переменных (координат), полностью определяющих положение системы в пространстве. В ряде задач молекулу одноатомного газа (рис. 77, а) рассматривают как материальную точку, которой приписывают три степени свободы поступательного движения. При этом энергию вращательного движения можно не учитывать ( $r \rightarrow 0$ ,  $J = mr^2 \rightarrow 0$ ,  $T_{\text{вр}} = J\omega^2/2 \rightarrow 0$ ).

В классической механике молекула двухатомного газа в первом приближении рассматривается как совокупность двух материальных точек, жестко связанных недеформируемой связью (рис. 77, б). Эта система кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения. Вращение вокруг третьей оси (оси, проходящей через оба атома) лишено смысла. Таким образом, двухатомный газ обладает пятью степенями свободы ( $i = 5$ ). Трехатомная (рис. 77, в) и многоатомная нелинейные молекулы имеют шесть степеней свободы: три поступательных и три вращательных. Естественно, что жесткой связи между атомами не существует. Поэтому для реальных молекул необходимо учитывать также степени свободы колебательного движения.

Независимо от общего числа степеней свободы молекул три степени свободы всегда поступательные. Ни одна из поступательных степеней свободы не имеет преимущества перед другими, поэтому на каждую из них приходится в среднем одинаковая энергия, равная  $1/3$  значения  $\langle \varepsilon_0 \rangle$  в (43.8):

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{\langle \varepsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2} kT.$$

В классической статистической физике выводится **закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул**: для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная  $kT/2$ , а на каждую колебательную степень свободы — в среднем энергия, равная  $kT$ . Колебательная степень «обладает» вдвое большей энергией потому, что на нее приходится не только кинетическая энергия (как в случае поступательного и вращательного движений), но и потенциальная, причем средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы. Таким образом, средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где  $i$  — сумма числа поступательных, числа вращательных в удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}.$$

В классической теории рассматривают молекулы с жесткой связью между атомами; для них  $i$  совпадает с числом степеней свободы молекулы.

Так как в идеальном газе взаимная потенциальная энергия молекул равна нулю (молекулы между собой не взаимодействуют), то внутренняя энергия, отнесенная к одному молю газа, будет равна сумме кинетических энергий  $N_A$  молекул:

$$U_m = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT. \quad (50.1)$$

Внутренняя энергия для произвольной массы  $m$  газа.

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \nu \frac{i}{2} RT,$$

где  $M$  — молярная масса,  $\nu$  — количество вещества.

## 2. Первое начало термодинамики

Рассмотрим термодинамическую систему, для которой механическая энергия не изменяется, а изменяется лишь ее внутренняя энергия. Внутренняя энергия системы может изменяться в результате различных процессов, например совершения над системой работы или сообщения ей теплоты. Так, вдвигая поршень в цилиндр, в котором находится газ, мы сжимаем этот газ, в результате чего его температура повышается, т. е. тем самым изменяется (увеличивается) внутренняя энергия газа. С другой стороны, температуру газа и его внутреннюю энергию можно увеличить за счет сообщения ему некоторого количества теплоты — энергии, переданной системе внешними телами путем теплообмена (процесс обмена внутренними энергиями при контакте тел с разными температурами).

Таким образом, можно говорить о двух формах передачи энергии от одних тел к другим: работе и теплоте. Энергия механического движения может превращаться в энергию теплового движения, и наоборот. При этих превращениях соблюдается закон сохранения и превращения энергии; применительно к термодинамическим процессам этим законом и является первое начало термодинамики, установленное в результате обобщения многовековых опытных данных.

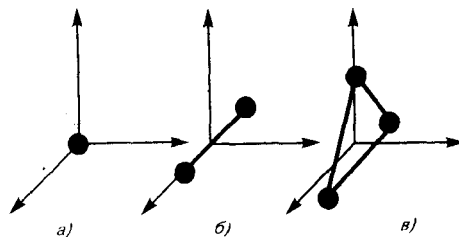


Рис. 77

- В чем суть закона Больцмана о равнораспределении энергии по степеням свободы молекул?
- Почему колебательная степень свободы обладает вдвое большей энергией, чем поступательная и вращательная?

Допустим, что некоторая система (газ, заключенный в цилиндр под поршнем), обладая внутренней энергией  $U_1$ , получила некоторое количество теплоты  $Q$  и, перейдя в новое состояние, характеризующееся внутренней энергией  $U_2$ , совершила работу  $A$  над внешней средой, т. е. против внешних сил. Количество теплоты считается положительным, когда оно подводится к системе, а работа — положительной, когда система совершает ее против внешних сил. Опыт показывает, что в соответствии с законом сохранения энергии при любом способе перехода системы из первого состояния во второе изменение внутренней энергии  $\Delta U = U_2 - U_1$  будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты  $Q$ , полученным системой, и работой  $A$ , совершенной системой против внешних сил:

$$\Delta U = Q - A,$$

или

$$Q = \Delta U + A. \quad (51.1)$$

Уравнение (51.1) выражает **первое начало термодинамики**: теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил. Выражение (51.1) в дифференциальной форме будет иметь вид

$$dQ = dU + dA,$$

или в более корректной форме

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (51.2)$$

где  $dU$  — бесконечно малое изменение внутренней энергии системы,  $\delta A$  — элементарная работа,  $\delta Q$  — бесконечно малое количество теплоты. В этом выражении  $dU$  является полным дифференциалом, а  $\delta A$  и  $\delta Q$  таковыми не являются. В дальнейшем будем использовать запись первого начала термодинамики в форме (51.2).

Из формулы (51.1) следует, что в СИ количество теплоты выражается в тех же единицах, что работа и энергия, т. е. в джоулях (Дж).

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение ее внутренней энергии  $\Delta U=0$ . Тогда, согласно первому началу термодинамики,

$$A=Q,$$

**т. е. вечный двигатель первого рода** — периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, — невозможен (одна из формулировок первого начала термодинамики).

### 3. Теплоемкость

**Удельная теплоемкость вещества** — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}.$$

Единица удельной теплоемкости — джоуль на килограмм-кельвин (Дж/(кг · К)).

**Молярная теплоемкость** — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моль вещества на 1 К:

$$C_m = \frac{\delta Q}{\nu dT},$$

$$(53.1)$$

где  $\nu=m/M$  — количество вещества.

Единица молярной теплоемкости — джоуль на моль-кельвин (Дж/(моль · К)).

Удельная теплоемкость  $c$  связана с молярной  $C_m$ , соотношением

$$C_m = cM,$$

$$(53.2)$$

где  $M$  — молярная масса вещества.

Различают теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении, если в процессе нагревания вещества его объем или давление поддерживается постоянным.

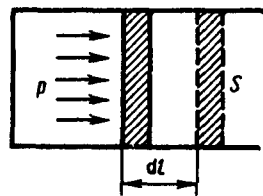


Рис. 78

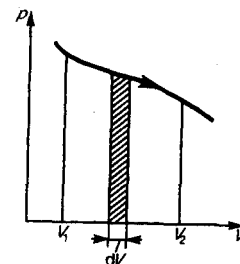


Рис. 79

Запишем выражение первого начала термодинамики (51.2) для 1 моль газа с учетом формул (52.1) и (53.1):

$$C_m dT = dU_m + p dV_m. \quad (53.3)$$

Если газ нагревается при постоянном объеме, то работа внешних сил равна нулю (см. (52.1)) и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии:

$$C_V = \frac{dU_m}{dT}, \quad (53.4)$$

т. е. молярная теплоемкость газа при постоянном объеме  $C_V$  равна изменению внутренней энергии 1 моль газа при повышении его температуры на 1 К. Согласно формуле (50.1),  $dU_m = \frac{i}{2} R dT$ , тогда

$$C_V = iR/2. \quad (53.5)$$

Если газ нагревается при постоянном давлении, то выражение (53.3) можно записать в виде

$$C_p = \frac{dU_m}{dT} + \frac{p dV_m}{dT}.$$

Учитывая, что  $\frac{dU_m}{dT}$  не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального газа не зависит ни от  $p$ , ни от  $V$ , а определяется лишь температурой  $T$ ) и всегда равна  $C_V$  (см. (53.4)), и дифференцируя уравнение Клапейрона — Менделеева  $pV_m = RT$  (42.4) по  $T$  ( $p = \text{const}$ ), получаем

$$C_p = C_V + R. \quad (53.6)$$

Выражение (53.6) называется **уравнением Майера**; оно показывает, что  $C_p$  всегда больше  $C_V$  на величину молярной газовой постоянной. Это объясняется тем, что при нагревании газа *при постоянном давлении* требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа. Используя (53.5), выражение (53.6) можно записать в виде

$$C_p = \frac{i + 2}{2} R. \quad (53.7)$$

При рассмотрении термодинамических процессов важно знать характерное для каждого газа отношение  $C_p$  к  $C_V$ :

$$\gamma = C_p/C_V = (i + 2)/i. \quad (53.8)$$

Из формул (53.5) и (53.7) следует, что молярные теплоемкости определяются лишь числом степеней свободы и не зависят от температуры. Это утверждение молекулярно-кинетической теории справедливо в довольно широком интервале температур лишь для одноатомных газов. Уже у двухатомных газов число степеней свободы, проявляющееся в теплоемкости, зависит от температуры. Молекула двухатомного газа обладает тремя поступательными, двумя вращательными и одной колебательной степенями свободы.

По закону равномерного распределения энергии по степеням свободы (см. 50), для комнатных температур  $C_V = \frac{7}{2} R$ . Из качественной экспериментальной зависимости молярной теплоемкости  $C_V$  водорода (рис. 80) следует, что  $C_V$  зависит от температуры: при низкой температуре ( $\approx 50$  К)  $C_V = \frac{3}{2} R$ , при комнатной —  $C_V = \frac{5}{2} R$  (вместо расчетных  $\frac{7}{2} R$ ) и при очень высокой —  $C_V = \frac{7}{2} R$ . Это можно объяснить, предположив, что при низких температурах наблюдается только поступательное движение молекул, при комнатных — добавляется их вращение, а при высоких — к этим двум видам движения добавляются еще колебания молекул.

Расхождение теории и эксперимента нетрудно объяснить. Дело в том, что при вычислении теплоемкости надо учитывать квантование энергии вращения и колебаний молекул (возможны не любые вращательные и колебательные энергии, а лишь определенный дискретный ряд значений энергий). Если энергия теплового движения недостаточна, например, для возбуждения колебаний, то эти колебания не вносят своего вклада в

теплоемкость (соответствующая степень свободы «замораживается» — к ней неприменим закон равномерного распределения энергии). Этим объясняется, что теплоемкость моля двухатомного газа — водорода — при комнатной температуре равна  $\frac{5}{2}R$  вместо  $\frac{7}{2}R$ . Аналогично можно объяснить уменьшение теплоемкости при низкой температуре («замораживаются» вращательные степени свободы) и увеличение при высокой («возбуждаются» колебательные степени свободы).

#### 4. Второе начало термодинамики

Первое начало термодинамики, выражая закон сохранения и превращения энергии, не позволяет установить направление протекания термодинамических процессов. Кроме того, можно представить множество процессов, не противоречащих первому началу, в которых энергия сохраняется, а в природе они не осуществляются. Появление второго начала термодинамики связано с необходимостью дать ответ на вопрос, какие процессы в природе возможны, а какие нет. Второе начало термодинамики определяет направление протекания термодинамических процессов.

Используя понятие энтропии и неравенство Клаузиуса (см. 57), **второе начало термодинамики** можно сформулировать как **закон возрастания энтропии** замкнутой системы при необратимых процессах: *любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает.*

- 
- Возможен ли процесс, при котором теплота, взятая от нагревателя, полностью преобразуется в работу?
  - В каком направлении может изменяться энтропия замкнутой системы? незамкнутой системы?
  - Дайте понятие энтропии (определение, размерность и математическое выражение энтропии для различных процессов).
  - Изобразите в системе координат  $T, S$  изотермический и адиабатический процессы.

Можно дать более краткую формулировку второго начала термодинамики: *в процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывает.* Здесь существенно, что речь идет о замкнутых системах, так как в незамкнутых системах энтропия может вести себя любым образом (убывать, возрастать, оставаться постоянной). Кроме того, отметим еще раз, что энтропия остается постоянной в замкнутой системе только при обратимых процессах. При необратимых процессах в замкнутой системе энтропия всегда возрастает.

Формула Больцмана (57.8) позволяет объяснить постулируемое вторым началом термодинамики возрастание энтропии в замкнутой системе при необратимых процессах: *возрастание энтропии* означает переход системы из менее вероятных в более вероятные состояния. Таким образом, формула Больцмана позволяет дать статистическое толкование второго начала термодинамики. Оно, являясь статистическим законом, описывает закономерности хаотического движения большого числа частиц, составляющих замкнутую систему.

Укажем еще две формулировки второго начала термодинамики:

- 1) **по Кельвину:** *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу;*
- 2) **по Клаузиусу:** *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.*

Можно довольно просто доказать (предоставим это читателю) эквивалентность формулировок Кельвина и Клаузиуса. Кроме того, показано, что если в замкнутой системе провести воображаемый процесс, противоречащий второму началу термодинамики в формулировке Клаузиуса, то он сопровождается уменьшением энтропии. Это же доказывает эквивалентность формулировки Клаузиуса (а следовательно, и Кельвина) и статистической формулировки, согласно которой энтропия замкнутой системы не может убывать.

В середине XIX в. возникла проблема так называемой **тепловой смерти Вселенной**. Рассматривая Вселенную как замкнутую систему и применяя к ней второе начало термодинамики, Клаузиус свел его содержание к утверждению, что энтропия Вселенной должна достигнуть своего максимума. Это означает, что со временем все формы движения должны перейти в тепловую. Переход же теплоты от горячих тел к холодным приведет к тому, что температура всех тел во Вселенной сравняется, т. е. наступит полное тепловое равновесие и все процессы во Вселенной прекратятся — наступит тепловая смерть Вселенной. Ошибочность вывода о тепловой смерти заключается в том, что бессмысленно применять второе начало термодинамики к незамкнутым системам, например к такой безграничной и бесконечно развивающейся системе, как Вселенная.

Первые два начала термодинамики дают недостаточно сведений о поведении термодинамических систем при нуле Кельвина. Они дополняются **третьим началом термодинамики**, или **теоремой Нернста\*** — **Планка**: *энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина*:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0.$$

---

\*В. Ф. Г. Нернст (1864—1941) — немецкий физик и химик.

Так как энтропия определяется с точностью до аддитивной постоянной, то эту постоянную удобно взять равной нулю. Отметим, однако, что это произвольное допущение, поскольку энтропия по своей *сущности* всегда определяется с точностью до аддитивной постоянной. Из теоремы Нернста — Планка следует, что теплоемкости  $C_p$  и  $C_V$  при 0 К равны нулю.

## 5. Тепловые двигатели и холодильные машины. Цикл Карно и его к. п. д. для идеального газа

Из формулировки второго начала термодинамики по Кельвину следует, что **вечный двигатель второго рода** — периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет охлаждения одного источника теплоты, — невозможен. Для иллюстрации этого положения рассмотрим работу теплового двигателя (исторически второе начало термодинамики и возникло из анализа работы тепловых двигателей).

Принцип действия теплового двигателя приведен на рис. 85. От термостата\* с более высокой температурой  $T_1$ , называемого **нагревателем**, за цикл отнимается количество теплоты  $Q_1$ , а термостату с более низкой температурой  $T_2$ , называемому **холодильником**, за цикл передается количество теплоты  $Q_2$ , при этом совершается работа  $A = Q_1 - Q_2$ .

---

\*Термодинамическая система, которая может обмениваться теплотой с телами без изменения температуры.

Чтобы термический коэффициент полезного действия теплового двигателя (56.2) был равен 1, необходимо выполнение условия  $Q_2 = 0$ , т. е. тепловой двигатель должен иметь один источник теплоты, а это невозможно. Так, французский физик и инженер Н. Л. С. Карно (1796 — 1832) показал, что для работы теплового двигателя необходимо не менее двух источников теплоты с различными температурами, иначе это противоречило бы второму началу термодинамики.

Двигатель второго рода, будь он возможен, был бы практически вечным. Охлаждение, например, воды океанов на  $1^\circ$  дало бы огромную энергию. Масса воды в Мировом океане составляет примерно  $10^{18}$  т, при охлаждении которой на  $1^\circ$  выделилось бы примерно  $10^{24}$  Дж теплоты, что эквивалентно полному сжиганию  $10^{14}$  т угля. Железнодорожный состав, нагруженный этим количеством угля, растянулся бы на расстояние  $10^{10}$  км, что приблизительно совпадает с размерами Солнечной системы!

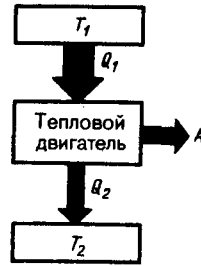


Рис. 85

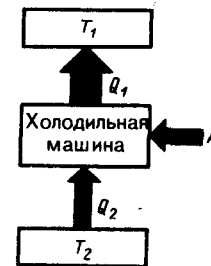


Рис. 86

Процесс, обратный происходящему в тепловом двигателе, используется в холодильной машине, принцип действия которой представлен на рис. 86. Системой за цикл от термостата с более низкой температурой  $T_2$  отнимается количество теплоты  $Q_2$  и отдается термостату с более высокой температурой  $T_1$  количество теплоты  $Q_1$ . Для кругового процесса, согласно (56.1),  $Q=A$ , но, по условию,  $Q = Q_2 - Q_1 < 0$ , поэтому  $A < 0$  и  $Q_2 - Q_1 = -A$ , или  $Q_1 = Q_2 + A$ , т. е. количество теплоты  $Q_1$ , отданное системой источнику теплоты при более высокой температуре  $T_1$  больше количества теплоты  $Q_2$ , полученного от источника теплоты при более низкой температуре  $T_2$ , на величину работы, совершенной над системой. Следовательно, *без совершения работы нельзя отбирать теплоту от менее нагретого тела и отдавать ее более нагретому*. Это утверждение есть не что иное, как второе начало термодинамики в формулировке Клаузиуса.

Однако второе начало термодинамики не следует представлять так, что оно совсем запрещает переход теплоты от менее нагретого тела к более нагретому. Ведь именно такой переход осуществляется в холодильной машине. Но при этом надо помнить, что внешние силы совершают работу над системой, т. е. этот переход не является единственным результатом процесса.

Основываясь на втором начале термодинамики, Карно вывел теорему, носящую теперь его имя: из всех периодически действующих тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей ( $T_1$ ) и холодильников ( $T_2$ ), наибольшим к. п. д. обладают обратимые машины; при этом к. п. д. обратимых машин, работающих при одинаковых температурах нагревателей ( $T_1$ ) и холодильников ( $T_2$ ), равны друг другу и не зависят от природы рабочего тела (тела, совершающего круговой процесс и обменивающегося энергией с другими телами), а определяются только температурами нагревателя и холодильника.

Карно теоретически проанализировал обратимый наиболее экономичный цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Его называют **циклом Карно**. Рассмотрим *прямой цикл* Карно, в котором в качестве рабочего тела используется идеальный газ, заключенный в сосуд с подвижным поршнем.

Цикл Карно изображен на рис. 87, где изотермические расширение и сжатие заданы соответственно кривыми 1—2 и 3—4, а адиабатические расширение и сжатие — кривыми 2—3 и 4—1. При изотермическом процессе  $U=\text{const}$ , поэтому, согласно (54.4), количество теплоты  $Q_1$ , полученное газом от нагревателя, равно работе расширения  $A_{12}$ , совершаемой газом при переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1.$$

(59.1)

При адиабатическом расширении 2—3 теплообмен с окружающей средой отсутствует и работа расширения  $A_{23}$  совершается за счет изменения внутренней энергии (см. (55.1) и (55.8)):

$$A_{23} = - \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1).$$



Рис. 87

- Представив цикл Карно на диаграмме  $p, V$  графически, укажите, какой площадью определяется: 1) работа, совершенная над газом; 2) работа, совершенная самим расширяющимся газом.
- Представьте графически цикл Карно в переменных  $T, S$ .

Количество теплоты  $Q_2$ , отданное газом холодильнику при изотермическом сжатии, равно работе сжатия  $A_{34}$ :

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2. \quad (59.2)$$

Работа адиабатического сжатия

$$A_{41} = -\frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}.$$

Работа, совершаемая в результате кругового процесса,

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 - A_{23} = Q_1 - Q_2$$

и, как можно показать, определяется площадью, заштрихованной на рис. 87. Термический к. п. д. цикла Карно, согласно (56.2),

$$\eta = A/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1.$$

Применив уравнение (55.5) для адиабат 2—3 и 4—1, получим

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},$$

откуда

$$V_2/V_1 = V_3/V_4.$$

$$(59.3)$$

Подставляя (59.1) и (59.2) в формулу (56.2) и учитывая (59.3), получаем

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (59.4)$$

т. е. для цикла Карно к. п. д. действительно определяется только температурами нагревателя и холодильника. Для его повышения необходимо увеличивать разность температур нагревателя и холодильника. Например, при  $T_1 = 400$  К и  $T_2 = 300$  К  $\eta = 0,25$ . Если же температуру нагревателя повысить на 100 К, а температуру холодильника понизить на 50 К, то  $\eta = 0,5$ . К. п. д. всякого реального теплового двигателя из-за трения и неизбежных тепловых потерь гораздо меньше вычисленного для цикла Карно.

**Обратный цикл Карно** положен в основу действия **тепловых насосов**. В отличие от холодильных машин тепловые насосы должны как можно больше тепловой энергии отдавать горячему телу, например системе отопления. Часть этой энергии отбирается от окружающей среды с более низкой температурой, а часть — получается за счет механической работы, производимой, например, компрессором.

Теорема Карно послужила основанием для установления **термодинамической шкалы температур**. Сравнив левую и правую части формулы (59.4), получим

$$T_2/T_1 = Q_2/Q_1, \quad (59.5)$$

т. е. для сравнения температур  $T_1$  и  $T_2$  двух тел необходимо осуществить обратимый цикл Карно, в котором одно тело используется в качестве нагревателя, другое — холо-

дильника. Из равенства (59.5) видно, что отношение температур тел равно отношению отданного в этом цикле количества теплоты к полученному. Согласно теореме Карно, химический состав рабочего тела не влияет на результаты сравнения температур, поэтому такая термодинамическая шкала не связана со свойствами какого-то определенного термометрического тела. Отметим, что практически таким образом сравнивать температуры трудно, так как реальные термодинамические процессы, как уже указывалось, являются необратимыми.

### Задания и вопросы

1. Азот массой 1 кг находится при температуре 280 К. Определить: 1) внутреннюю энергию молекул азота; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекул азота. Газ считать идеальным. [1) 208 кДж; 2) 83,1 кДж]
2. Определить удельные теплоемкости  $c_V$  и  $c_p$ , некоторого двухатомного газа, если плотность этого газа при нормальных условиях  $1,43 \text{ кг/м}^3$ . [ $c_V = 660 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ ,  $c_p = 910 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ ]
3. Водород массой  $m = 20 \text{ г}$  был нагрет на  $\Delta T = 100 \text{ К}$  при постоянном давлении. Определить: 1) количество теплоты  $Q$ , переданное газу; 2) приращение  $\Delta U$  внутренней энергии газа; 3) работу  $A$  расширения. [1) 29,3 кДж; 2) 20,9 кДж; 3) 8,4 кДж]
4. Кислород объемом 2 л находится под давлением 1 МПа. Определить, какое количество теплоты необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его давление вдвое в результате изохорного процесса. [5 кДж]
5. Некоторый газ массой 2 кг находится при температуре 300 К и под давлением 0,5 МПа. В результате изотермического сжатия давление газа увеличилось в три раза. Работа, затраченная на сжатие,  $A = -1,37 \text{ кДж}$ . Определить: 1) какой это газ; 2) первоначальный удельный объем газа. [1) гелий; 2)  $1,25 \text{ м}^3/\text{кг}$ ]
6. Двухатомный идеальный газ занимает объем  $V_1 = 1 \text{ л}$  и находится под давлением  $p_1 = 0,1 \text{ МПа}$ . После адиабатического сжатия газ характеризуется объемом  $V_2$  и давлением  $p_2$ . В результате последующего изохорного процесса газ охлаждается до первоначальной температуры, а его давление  $p_3 = 0,2 \text{ МПа}$ . Определить: 1) объем  $V_2$ , 2) давление  $p_2$ . Представить эти процессы графически. [1) 0,5 л; 2) 0,26 МПа]
7. Идеальный газ количеством вещества  $\nu = 2$  моль сначала изобарно нагрели так, что его объем увеличился в  $n = 2$  раза, а затем изохорно охладили так, что давление газа уменьшилось в  $n = 2$  раза. Определить приращение энтропии в ходе указанных процессов. [11,5 Дж/К]
8. Тепловая машина, совершая обратимый цикл Карно, за один цикл совершает работу 1 кДж. Температура нагревателя 400 К, а холодильника 300 К. Определить: 1) к. п. д. машины; 2) количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя за цикл; 3) количество теплоты, отдаваемое холодильнику за цикл. [1) 25%; 2) 4 кДж; 3) 3 кДж]
9. Идеальный газ совершает цикл Карно, термический к. п. д. которого равен 0,3. Определить работу изотермического сжатия газа, если работа изотермического расширения составляет 300 Дж. [–210 Дж].

### Лабораторная работа 5. Преобразование сопротивления с помощью трансформатора

Цель работы: ознакомление с понятием коэффициент трансформации, проведение экспериментов по определению коэффициента трансформации для различных вариантов количества витков в первичных и вторичных катушках.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

Отношение числа витков первичной обмотки к числу витков вторичной обмотки трансформатора называют коэффициентом трансформации. Отношение чисел витков соответствует отношению первичного напряжения к вторичному при отсутствии нагрузки (холостом ходе) трансформатора и отношению вторичного тока к первичному при коротком замыкании.

В идеальном трансформаторе (при отсутствии потерь, при  $K_{св} \rightarrow 1$  и бесконечно больших индуктивностях обмоток  $L_1$  и  $L_2$ ) при любой нагрузке:

$$K_{ТР} = W_1 / W_2 = U_1 / U_2 = I_2 / I_1 \quad 10.1)$$

### Оборудование и материалы

1. Лабораторная установка «Трансформаторы»
2. Трансформаторы (100 и 300 витков)

#### Описание экспериментальной установки

Состав комплекта лабораторного оборудования «Трансформаторы» представлен на рисунке 10.1.

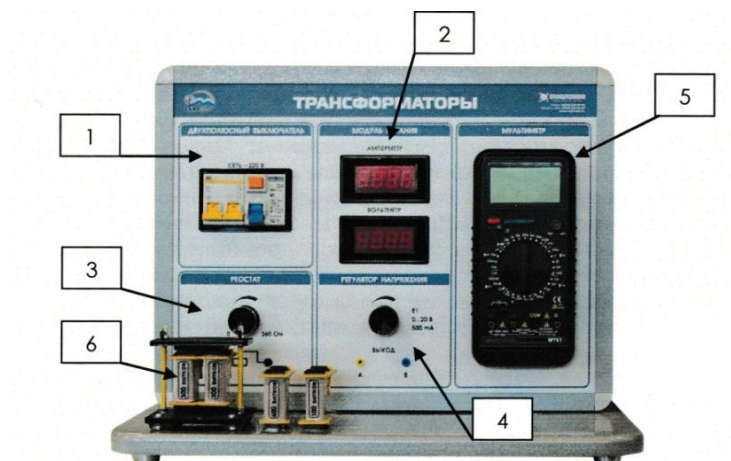


Рисунок 10.1 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Трансформаторы» включает в себя следующие блоки: двухполюсный выключатель(1) предназначен для подачи питания на установку; модуль питания(2) имеет два цифровых индикатора для отображения значений  $U$  и  $I$ , снимаемых с обмотки трансформатора(6); реостат(3) служит активной нагрузкой; регулятор напряжения(4) служит для изменения значений напряжения; мультиметр(5) предназначен для измерения параметров  $U$  и  $I$ .

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.

- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

Измеряя напряжения и токи, определите коэффициенты трансформации при различных числах витков обмоток.

1. Соберите первичную (300 витков) и вторичную (100 витков) обмотки на разъемном сердечнике.
2. Подключите источник питания к выводам первичной обмотки и установите напряжение  $U_1 = 10\text{--}20\text{ В}$ .
3. Измерьте вторичные напряжения  $U_2$  на выводах вторичных обмоток с количеством витков 100, 300 при холостом ходе. Занесите результаты в таблицу 10.1.

Таблица 10.1

| $W_1$ | $W_2$ | $U_1, \text{В}$ | $U_2, \text{В}$ | $K_{\text{ТР}}$ |
|-------|-------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 300   | 100   | 20              |                 |                 |
| 300   | 300   | 20              |                 |                 |
|       |       |                 |                 |                 |

4. Вычислите значения коэффициента трансформации по формуле:  $K_{\text{ТР}} = U_1 / U_2$
5. Сформируйте отчет и сделайте выводы.

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.

3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое трансформатор? Его назначение и принципы действия.
2. Что такое коэффициент трансформации? Как его определить опытным путём?
3. Поясните принцип работы трансформатора.
4. В чем заключается явление электромагнитной индукции? Индукционный ток. Правило Ленца.
5. Где и для чего используют трансформаторы?

## **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 10 ЭЛЕКТРОСТАТИКА**

**Цель-**закрепить изученный материал по тематике «Электростатика. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции электростатических полей. Поле диполя. Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков. Проводники в электростатическом поле. Конденсаторы».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в то числе и самостоятельно.

#### **Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

#### **Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

#### **Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способностью к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и

технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности направления Химическая технология

## Теоретическая часть

### 1. Закон сохранения электрического заряда

Еще в глубокой древности было известно, что янтарь, потертый о шерсть, притягивает легкие предметы. Английский врач Джильберт (конец XVI в.) назвал тела, способные после натирания притягивать легкие предметы, наэлектризованными. Сейчас мы говорим, что тела при этом приобретают электрические заряды. Несмотря на огромное разнообразие веществ в природе, существует только *два типа электрических зарядов*: заряды, подобные возникающим на стекле, потертом о кожу (их назвали *положительными*), и заряды, подобные возникающим на эбоните, потертом о мех (их назвали *отрицательными*), одноименные заряды друг от друга отталкиваются, разноименные — притягиваются.

Опытным путем (1910—1914) американский физик Р. Милликен (1868—1953) показал, что электрический заряд **дискретен**, т. е. заряд любого тела составляет целое кратное от **элементарного электрического заряда**  $e$  ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл). **Электрон** ( $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  кг) и **протон** ( $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг) являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

Из обобщения опытных данных был установлен *фундаментальный закон природы*, экспериментально подтвержденный в 1843 г. английским физиком М. Фарадеем (1791—1867), — **закон сохранения заряда**: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы (системы, не обменивающейся зарядами с внешними телами) остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы.

Электрический заряд — величина релятивистски инвариантная, т. е. не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

### 2. Закон Кулона

Закон взаимодействия *неподвижных точечных* электрических зарядов установлен в 1785 г. Ш. Кулоном с помощью крутильных весов, подобных тем, которые (см. 22) использовались Г. Кавендишем для определения гравитационной постоянной (ранее этот закон был открыт Г. Кавендишем, однако его работа оставалась неизвестной более 100 лет). **Точечным** называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Понятие точечного заряда, как и материальной точки, является *физической абстракцией*.

**Закон Кулона**: сила взаимодействия  $F$  между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися *в вакууме*, пропорциональна зарядам  $Q_1$  и  $Q_2$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними:

$$F = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2},$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Сила  $F$  направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению ( $F < 0$ ) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ( $F > 0$ ) в случае одноименных зарядов. Эта сила называется **кулоновской силой**. В векторной форме закон Кулона имеет вид

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r}, \quad (78.1)$$

где  $\mathbf{F}_{12}$  — сила, действующая на заряд  $Q_1$  со стороны заряда  $Q_2$ ,  $\mathbf{r}_{12}$  — радиус-вектор, соединяющий заряд  $Q_2$  с зарядом  $Q_1$ ,  $r = |\mathbf{r}_{12}|$  (рис. 117). На заряд  $Q_2$  со стороны заряда  $Q_1$  действует сила  $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$ .

В СИ коэффициент пропорциональности равен

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0).$$

Тогда закон Кулона запишется в окончательном виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}. \quad (78.2)$$

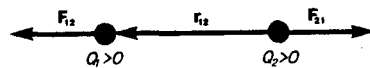


Рис. 117

● В чем заключается закон сохранения заряда? Приведите примеры проявления закона.

Величина  $\epsilon_0$  называется электрической постоянной; она относится к числу *фундаментальных физических постоянных* и равна

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2), \text{ или } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad (78.3)$$

где **фарад (Ф)** — единица электрической емкости (см. 93). Тогда

$$1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}.$$

### 3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

Если в пространство, окружающее электрический заряд, внести другой заряд, то на него будет действовать кулоновская сила; значит, в пространстве, окружающем электрические заряды, существует **силовое поле**. Согласно представлениям современной физики, поле реально существует и наряду с веществом является одной из форм существования материи, посредством которого осуществляются определенные взаимодействия между макроскопическими телами или частицами, входящими в состав вещества. В данном случае говорят об электрическом поле — поле, посредством которого взаимодействуют электрические заряды. Мы будем рассматривать электрические поля, которые создаются неподвижными электрическими зарядами и называются **электростатическими**.

Для обнаружения и опытного исследования электростатического поля используется *пробный точечный положительный заряд* — такой заряд, который не искажает исследуемое поле (не вызывает перераспределения зарядов, создающих поле). Если в поле, создаваемое зарядом  $Q$ , поместить пробный заряд  $Q_0$ , то на него действует сила  $\mathbf{F}$ , различная в разных точках поля, которая, согласно закону Кулона (78.2), пропорциональна пробному заряду  $Q_0$ . Поэтому отношение  $F/Q_0$  не зависит от  $Q_0$  и характеризует электростатическое поле в той точке, где пробный заряд находится. Эта величина называется **напряженностью** и является *силовой характеристикой электростатического поля*.

**Напряженность электростатического поля** в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на пробный единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/Q_0. \quad (79.1)$$

Как следует из формул (79.1) и (78.1), напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \text{ или } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (79.2)$$

Направление вектора  $\mathbf{E}$  совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то вектор  $\mathbf{E}$  направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор  $\mathbf{E}$  направлен к заряду (рис. 118).

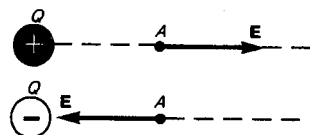


Рис. 118

● Запишите, сформулируйте и объясните закон Кулона.

Из формулы (79.1) следует, что единица напряженности электростатического поля — ньютон на кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н; 1 Н/Кл = 1 В/м, где В (вольт) — единица потенциала электростатического поля (см. 84).

Графически электростатическое поле изображают с помощью **линий напряженности** — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\mathbf{E}$  (рис. 119). Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в каждой данной точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются. Для **однородного поля** (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по величине и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности. Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис. 120, а), и входящие в него, если заряд отрицателен (рис. 120, б). Вследствие большой наглядности графический способ представления электростатического поля широко применяется в электротехнике.

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, условились проводить их с определенной густотой (см. рис. 119): число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора  $\mathbf{E}$ . Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , нормаль  $\mathbf{n}$  которой образует угол  $\alpha$  с вектором  $\mathbf{E}$ , равно  $E dS \cos \alpha = E_n dS$ , где  $E_n$  — проекция вектора  $\mathbf{E}$  на нормаль  $\mathbf{n}$  к площадке  $dS$  (рис. 121). Величина

$$d\Phi_E = E_n dS = \mathbf{E} d\mathbf{S}$$

называется **поток вектора напряженности** через площадку  $dS$ . Здесь  $d\mathbf{S} = dS \mathbf{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с направлением нормали  $\mathbf{n}$  к площадке. Выбор направления вектора  $\mathbf{n}$  (а следовательно, и  $d\mathbf{S}$ ) условен, так как его можно направить в любую сторону. Единица потока вектора напряженности электростатического поля — 1 В·м.

Для произвольной замкнутой поверхности  $S$  поток вектора  $\mathbf{E}$  сквозь эту поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S}, \quad (79.3)$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности  $S$ . Поток вектора  $\mathbf{E}$  является *алгебраической величиной*: зависит не только от конфигурации поля  $\mathbf{E}$ , но и от выбора направления  $\mathbf{n}$ . Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали

принимается *внешняя нормаль*, т. е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

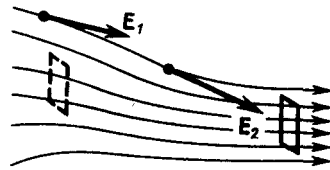


Рис. 119

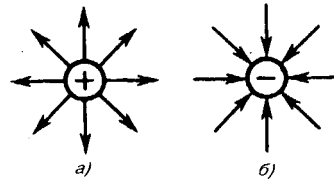


Рис. 120

В истории развития физики имела место борьба двух теорий: дальнего действия и ближнего действия. В теории **дальнего действия** принимается, что электрические явления определяются мгновенным взаимодействием зарядов на любых расстояниях. Согласно теории **ближнего действия**, все электрические явления определяются изменениями полей зарядов, причем эти изменения распространяются в пространстве от точки к точке с конечной скоростью. Применительно к электростатическим полям обе теории дают одинаковые результаты, хорошо согласующиеся с опытом. Переход же к явлениям, обусловленным движением электрических зарядов, приводит к несостоятельности теории дальнего действия, поэтому современной теорией взаимодействия заряженных частиц является *теория ближнего действия*.

#### 4. Принцип суперпозиции электростатических полей. Поле диполя

Рассмотрим метод определения модуля и направления вектора напряженности  $\mathbf{E}$  в каждой точке электростатического поля, создаваемого системой неподвижных зарядов  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ .

Опыт показывает, что к кулоновским силам применим рассмотренный в механике принцип независимости действия сил (см. 6), т. е. результирующая сила  $\mathbf{F}$ , действующая со стороны поля на пробный заряд  $Q_0$ , равна векторной сумме сил  $\mathbf{F}_i$ , приложенных к нему со стороны каждого из зарядов  $Q_i$ :

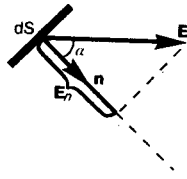
$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i. \quad (80.1)$$

Согласно (79.1),  $\mathbf{F} = Q_0 \mathbf{E}$  и  $\mathbf{F}_i = Q_0 \mathbf{E}_i$ , где  $\mathbf{E}$  — напряженность результирующего поля, а  $\mathbf{E}_i$  — напряженность поля, создаваемого зарядом  $Q_i$ . Подставляя последние выражения в (80.1), получаем

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i. \quad (80.2)$$

Формула (80.2) выражает **принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей**, согласно которому напряженность  $\mathbf{E}$  результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна *геометрической сумме* напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

Принцип суперпозиции позволяет рассчитать электростатические поля любой системы неподвижных зарядов, поскольку если заряды не точечные, то их можно всегда свести к совокупности точечных зарядов.



- Какие поля называют электростатическими?
- Что такое напряженность  $E$  электростатического поля?
- Каково направление вектора напряженности  $E$ ? Единица напряженности в СИ?

Принцип суперпозиции применим для расчета электростатического поля электрического диполя. **Электрический диполь** — система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов  $(+Q, -Q)$ , расстояние  $l$  между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля. Вектор, направленный по оси диполя (прямой, проходящей через оба заряда) от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между ними, называется **плечом диполя**  $l$ . Вектор

$$\mathbf{p} = |Q|l, \quad (80.3)$$

совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению заряда  $|Q|$  на плечо  $l$ , называется **электрическим моментом диполя** или **дипольным моментом** (рис. 122).

Согласно принципу суперпозиции (80.2), напряженность  $E$  поля диполя в произвольной точке

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-,$$

где  $E_+$  и  $E_-$  — напряженности полей, создаваемых соответственно положительным и отрицательным зарядами. Воспользовавшись этой формулой, рассчитаем напряженность поля в произвольной точке на продолжении оси диполя и на перпендикуляре к середине его оси.

1. Напряженность поля на продолжении оси диполя в точке А (рис. 123). Как видно из рисунка, напряженность поля диполя в точке А направлена по оси диполя и по модулю равна

$$E_A = E_+ - E_-.$$

Обозначив расстояние от точки А до середины оси диполя через  $r$ , на основании формулы (79.2) для вакуума можно записать

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{Q}{(r-l/2)^2} - \frac{Q}{(r+l/2)^2} \right] = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r+l/2)^2 - (r-l/2)^2}{(r-l/2)^2 (r+l/2)^2}.$$

Согласно определению диполя,  $l/2 \ll r$ , поэтому

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}.$$

2. Напряженность поля на перпендикуляре, восставленном к оси из его середины, в точке В (рис. 123). Точка В равноудалена от зарядов, поэтому

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(r')^2 + l^2/4} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(r')^2}, \quad (80.4)$$

где  $r'$  — расстояние от точки В до середины плеча диполя. Из подобия равнобедренных треугольников, опирающихся на плечо диполя и вектор  $EB$ , получим

$$\frac{E_B}{E_+} = \frac{l}{\sqrt{(r')^2 + (l/2)^2}} \approx \frac{l}{r'},$$

откуда

$$E_B = E_+ l / r'. \quad (80.5)$$



Рис. 122

- Что такое поток вектора  $E$ ? Единица его в СИ?

Подставив в выражение (80.5) значение (80.4), получим

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ql}{(r')^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{(r')^3}.$$

Вектор  $E_B$  имеет направление, противоположное вектору электрического момента диполя (вектор  $p$  направлен от отрицательного заряда к положительному).

## 5. Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков

Диэлектрик (как и всякое вещество) состоит из атомов и молекул. Так как положительный заряд всех ядер молекулы равен суммарному заряду электронов, то молекула в целом электрически нейтральна. Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным зарядом  $+Q$ , находящимся в центре «тяжести» положительных зарядов, а заряд всех электронов — суммарным отрицательным зарядом  $-Q$ , находящимся в центре «тяжести» отрицательных зарядов, то молекулу можно рассматривать как электрический диполь с электрическим моментом, определяемым формулой (80.3).

Первую группу диэлектриков ( $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $CH_4$ , ...) составляют вещества, молекулы которых имеют симметричное строение, т. е. центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и, следовательно, дипольный момент молекулы  $p$  равен нулю. **Молекулы** таких диэлектриков называются **неполярными**. Под действием внешнего электрического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные по полю, отрицательные против поля) и молекула приобретает дипольный момент.

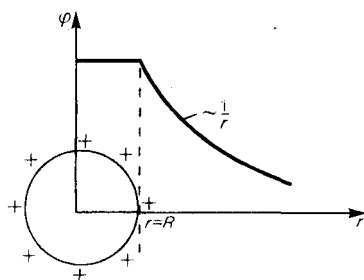


Рис. 134

● Чему равна работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности?

Вторую группу диэлектриков ( $H_2O$ ,  $NH_3$ ,  $SO_2$ ,  $CO$ , ...) составляют вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение, т. е. центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Таким образом, эти молекулы в отсутствие внешнего электрического поля обладают дипольным моментом. **Молекулы** таких диэлектриков называются **полярными**. При отсутствии внешнего поля, однако, дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы в пространстве хаотично и их результирующий момент равен нулю. Если такой диэлектрик поместить во внешнее поле, то силы этого поля будут стремиться повернуть диполи вдоль поля и возникает отличный от нуля результирующий момент.

Третью группу диэлектриков ( $NaCl$ ,  $KCl$ ,  $KBr$ , ...) составляют вещества, молекулы которых имеют ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. В этих кристаллах нельзя выделить отдельные молекулы, а рассматривать их можно как систему двух вдвинутых одна в другую ионных подрешеток. При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит некоторая деформация кристаллической решетки или относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольных моментов.

Таким образом, внесение всех трех групп диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического момента диэлектрика, или, иными словами, к поляризации диэлектрика. **Поляризацией**

диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появления под воздействием внешнего электрического поля ориентированных по полю диполей.

Соответственно трем группам диэлектриков различают три вида поляризации:

**электронная, или деформационная, поляризация** диэлектрика с неполярными молекулами, заключающаяся в возникновении у атомов индуцированного дипольного момента за счет деформации электронных орбит;

**ориентационная, или дипольная, поляризация** диэлектрика с полярными молекулами, заключающаяся в ориентации имеющихся дипольных моментов молекул по полю. Естественно, что тепловое движение препятствует полной ориентации молекул, но в результате совместного действия обоих факторов (электрическое поле и тепловое движение) возникает преимущественная ориентация дипольных моментов молекул по полю. Эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и ниже температура;

**ионная поляризация** диэлектриков с ионными кристаллическими решетками, заключающаяся в смещении подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных — против поля, приводящем к возникновению дипольных моментов.

## 6. Проводники в электростатическом поле

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться. Перемещение зарядов (ток) продолжается до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль. Это происходит в течение очень короткого времени. В самом деле, если бы поле не было равно нулю, то в проводнике возникло бы упорядоченное движение зарядов без затраты энергии от внешнего источника, что противоречит закону сохранения энергии. Итак, напряженность поля во всех точках внутри проводника равна нулю:

$$\mathbf{E} = 0.$$

Отсутствие поля внутри проводника означает, согласно (85.2), что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен ( $\varphi = \text{const}$ ), т. е. поверхность проводника в электростатическом поле является *эквипотенциальной* (см. 85). Отсюда же следует, что вектор напряженности поля на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой точке его поверхности. Если бы это было не так, то под действием касательной составляющей  $\mathbf{E}$  заряды начали бы по поверхности проводника перемещаться, что, в свою очередь, противоречило бы равновесному распределению зарядов.

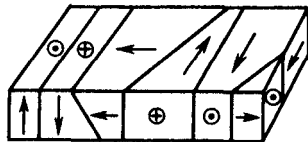


Рис. 139

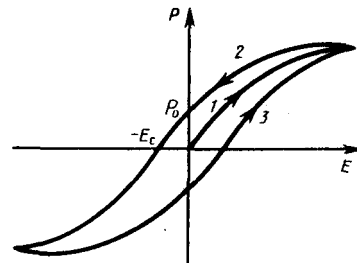


Рис. 140

Если проводнику сообщить некоторый заряд  $Q$ , то нескомпенсированные заряды располагаются *только на поверхности* проводника. Это следует непосредственно из теоремы Гаусса (89.3), согласно которой заряд  $Q$ , находящийся внутри проводника в некотором объеме, ограниченном произвольной замкнутой поверхностью, равен

$$Q = \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S D_n \cdot dS = 0,$$

так как во всех точках внутри поверхности  $D=0$ .

Найдем взаимосвязь между напряженностью  $E$  поля вблизи поверхности заряженного проводника и поверхностной плотностью  $\sigma$  зарядов на его поверхности. Для этого применим теорему Гаусса к бесконечно малому цилиндру с основаниями  $\Delta S$ , пересекающему границу проводник — диэлектрик. Ось цилиндра ориентирована вдоль вектора  $E$  (рис. 141). Поток вектора электрического смещения через внутреннюю часть цилиндрической поверхности равен нулю, так как внутри проводника  $E_1$  (а следовательно, и  $D_1$ ) равен нулю, поэтому поток вектора  $D$  сквозь замкнутую цилиндрическую поверхность определяется только потоком сквозь наружное основание цилиндра. Согласно теореме Гаусса (89.3), этот поток ( $D\Delta S$ ) равен сумме зарядов ( $Q=\sigma\Delta S$ ), охватываемых поверхностью:  $D\Delta S=\sigma\Delta S$  т.е.

$$D=\sigma$$

$$(92.1)$$

или

$$E=\sigma/(\epsilon_0\epsilon),$$

$$(92.2)$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

Таким образом, напряженность электростатического поля у поверхности проводника определяется поверхностной плотностью зарядов. Можно показать, что соотношение (92.2) задает напряженность электростатического поля вблизи поверхности проводника *любой формы*.

Если во внешнее электростатическое поле внести нейтральный проводник, то свободные заряды (электроны, ионы) будут перемещаться: положительные — по полю, отрицательные — против поля (рис. 142, а). На одном конце проводника будет скапливаться избыток положительного заряда, на другом — избыток отрицательного. Эти заряды называются **индуцированными**. Процесс будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника — перпендикулярными его поверхности (рис. 142, б). Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных. Индуцированные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется **электростатической индукцией**.

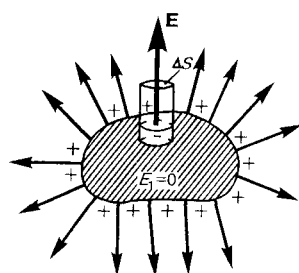


Рис. 141

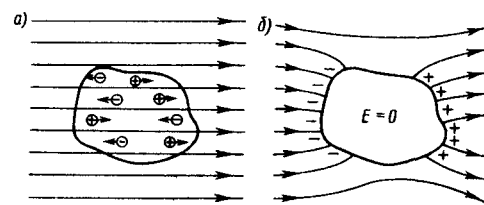


Рис. 142

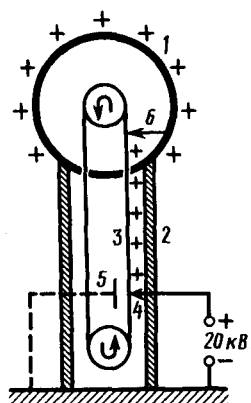
Из рис. 142, б следует, что индуцированные заряды появляются на проводнике вследствие *смещения* их под действием поля, т. е.  $\sigma$  является поверхностной плотностью смещенных зарядов. По (92.1), электрическое смещение  $D$  вблизи проводника численно равно поверхностной плотности смещенных зарядов. Поэтому вектор  $D$  получил название вектора электрического смещения.

Так как в состоянии равновесия внутри проводника заряды отсутствуют, то создание внутри него полости не повлияет на конфигурацию расположения зарядов и тем самым на электростатическое поле. Следовательно, внутри полости поле будет отсутствовать.

Если теперь этот проводник с полостью заземлить, то потенциал во всех точках полости будет нулевым, т. е. полость полностью изолирована от влияния внешних электростатических полей. На этом основана **электростатическая защита** — экранирование тел, например измерительных приборов, от влияния внешних электростатических полей. Вместо сплошного проводника для защиты может быть использована густая металлическая сетка, которая, кстати, является эффективной при наличии не только постоянных, но и переменных электрических полей.

Свойство зарядов располагаться на внешней поверхности проводника используется для устройства **электростатических генераторов**, предназначенных для накопления больших зарядов и достижения разности потенциалов в несколько миллионов вольт. Электростатический генератор, изобретенный американским физиком Р. Ван-де-Граафом (1901—1967), состоит из шарообразного полого проводника 1 (рис. 143), укрепленного на изоляторах 2. Движущаяся замкнутая лента 3 из прорезиненной ткани заряжается от источника напряжения с помощью системы острий 4, соединенных с одним из полюсов источника, второй полюс которого заземлен. Заземленная пластина 5 усиливает стекание зарядов с острий на ленту. Другая система острий 6 снимает заряды с ленты и передает их полному шару, и они переходят на его внешнюю поверхность. Таким образом, сфере передается постепенно большой заряд и удается достичь разности потенциалов в несколько миллионов вольт. Электростатические генераторы применяются в высоковольтных ускорителях заряженных частиц, а также в слаботочной высоковольтной технике.

Рис. 143



- Каковы напряженность и потенциал поля, а также распределение зарядов внутри и на поверхности заряженного проводника?
- На чем основана электростатическая защита?

## 7. Конденсаторы

Как видно из 93, для того чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь очень большие размеры. На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды, иными словами, обладать большой емкостью. Эти устройства получили название **конденсаторов**.

Если к заряженному проводнику приближать другие тела, то на них возникают индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды, причем ближайшими к наводящему заряду  $Q$  будут заряды противоположного знака. Эти заряды, естественно, ослабляют поле, создаваемое зарядом  $Q$ , т. е. понижают потенциал проводника, что приводит (см. (93.1)) к повышению его электроемкости.

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют (см. 82): 1) две плоские пластины; 2) два коаксиальных цилиндра; 3) две концентрические сферы. Поэтому в зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на **плоские, цилиндрические и сферические**.

Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и кончаются на другой, поэтому свободные заряды, возникающие на разных обкладках, являются равными по модулю разноименными зарядами. Под **емкостью конденсатора** понимается физическая величина, равная отношению заряда  $Q$ , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) между его обкладками:

$$C = Q/(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (94.1)$$

Рассчитаем емкость плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных металлических пластин площадью  $S$  каждая, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга и имеющих заряды  $+Q$  и  $-Q$ . Если расстояние между пластинами мало по сравнению с их линейными размерами, то краевыми эффектами можно пренебречь и поле между обкладками считать однородным. Его можно рассчитать используя формулы (86.1) и (94.1). При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов между ними, согласно (86.1),

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sigma d / (\epsilon_0 \epsilon), \quad (94.2)$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость. Тогда из формулы (94.1), заменяя  $Q = \sigma S$ , с учетом (94.2) получим выражение для емкости плоского конденсатора:

$$C = \epsilon_0 \epsilon S / d. \quad (94.3)$$

Для определения емкости цилиндрического конденсатора, состоящего из двух полых коаксиальных цилиндров с радиусами  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_2 > r_1$ ), вставленных один в другой, опять пренебрегая краевыми эффектами, считаем поле радиально-симметричным и сосредоточенным между цилиндрическими обкладками. Разность потенциалов между обкладками вычислим по формуле (86.3) для поля равномерно заряженного бесконечного цилиндра с линейной плотностью  $\tau = Q/l$  ( $l$  — длина обкладок). При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon l} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (94.4)$$

Подставив (94.4) в (94.1), получим выражение для емкости цилиндрического конденсатора:

$$C = 2\pi\epsilon_0\epsilon l / \ln(r_2/r_1). \quad (94.5)$$

Для определения емкости сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических обкладок, разделенных сферическим слоем диэлектрика, используем формулу (86.2) для разности потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_2 > r_1$ ) от центра заряженной сферической поверхности. При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (94.6)$$

Подставив (94.6) в (94.1), получим

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}.$$

Если  $d = r_2 - r_1 \ll r_1$ , то  $r_2 \approx r_1 \approx r$  и  $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r^2/d$ . Так как  $4\pi r^2$  — площадь сферической обкладки, то получаем формулу (94.3). Таким образом, при малой величине зазора по сравнению с радиусом сферы выражения для емкости сферического и плоского конденсаторов совпадают. Этот вывод справедлив и для цилиндрического конденсатора: при малом зазоре между цилиндрами по сравнению с их радиусами в

формуле (94.5)  $\ln(r_2/r_1)$  можно разложить в ряд, ограничиваясь только членом первого порядка. В результате опять приходим к формуле (94.3).

Из формул (94.3), (94.5) и (94.7) вытекает, что емкость конденсаторов любой формы прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками. Поэтому применение в качестве прослойки сегнетоэлектриков значительно увеличивает емкость конденсаторов.

Конденсаторы характеризуются пробивным напряжением — разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при которой происходит пробой — электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединения.

1. Параллельное соединение конденсаторов (рис. 144). У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна  $\varphi_A - \varphi_B$ . Если емкости отдельных конденсаторов  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , то, согласно (94.1), их заряды равны

$$Q_1 = C_1 (\varphi_A - \varphi_B),$$

$$Q_2 = C_2 (\varphi_A - \varphi_B),$$

$$\vdots$$

$$Q_n = C_n (\varphi_A - \varphi_B),$$

а заряд батареи конденсаторов

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) (\varphi_A - \varphi_B).$$

Полная емкость батареи

$$C = Q/(\varphi_A - \varphi_B) = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i,$$

т. е. при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

2. Последовательное соединение конденсаторов (рис. 145). У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i,$$

где для любого из рассматриваемых конденсаторов  $\Delta\varphi_i = Q/C_i$ . С другой стороны,

$$\Delta\varphi = Q/C = Q \sum_{i=1}^n (1/C_i),$$

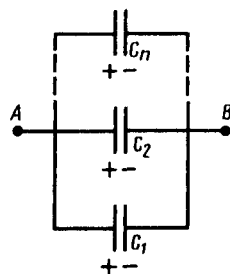


Рис. 144

- Три одинаковых конденсатора один раз соединены последовательно, другой — параллельно. Во сколько раз и когда емкость батареи будет больше?
- Может ли электростатика ответить на вопрос: где локализована энергия и что является ее носителем — заряды или поле? Почему?

откуда

$$1/C = \sum_{i=1}^n (1/C_i),$$

т. е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям. Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов

результатирующая емкость  $C$  всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

### Задания и вопросы

1. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью  $0,8 \text{ г/см}^3$ . Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и керосине был один и тот же? Диэлектрическая проницаемость керосина  $\varepsilon=2$ . [ $1,6 \text{ г/см}^3$ ]
2. На некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью  $\sigma = 1,5 \text{ нКл/см}^2$  расположена круглая пластинка. Плоскость пластинки составляет с линиями напряженности угол  $\alpha=45^\circ$ . Определить поток вектора напряженности через эту пластинку, если ее радиус  $r=10 \text{ см}$ . [ $1,88 \text{ кВ}\cdot\text{м}$ ]
3. Кольцо радиусом  $r=10 \text{ см}$  из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью  $\tau=10 \text{ нКл/м}$ . Определить напряженность поля на оси, проходящей через центр кольца в точке  $A$ , удаленной на расстояние  $a=20 \text{ см}$  от центра кольца. [ $1 \text{ кВ/м}$ ]
4. Шар радиусом  $R=10 \text{ см}$  заряжен равномерно с объемной плотностью  $\rho=5 \text{ нКл/м}^3$ . Определить напряженность электростатического поля: 1) на расстоянии  $r_1=2 \text{ см}$  от центра шара; 2) на расстоянии  $r_2=12 \text{ см}$  от центра шара. Построить зависимость  $E(r)$ . [ $1) 3,77 \text{ В/м}$ ;  $2) 13,1 \text{ В/м}$ ]
5. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью  $\tau=1 \text{ нКл/см}$ . Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния  $r_1=2,5 \text{ см}$  до  $r_2=1,5 \text{ см}$ ? [ $18 \text{ Мм/с}$ ]
6. Электростатическое поле создается сферой радиусом  $R=4 \text{ см}$ , равномерно заряженной с поверхностной плотностью  $\sigma=1 \text{ нКл/м}^2$ . Определить разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях  $r_1=6 \text{ см}$  и  $r_2=10 \text{ см}$ . [ $1,2 \text{ В}$ ]
7. Определить линейную плотность бесконечно длинной заряженной нити, если работа сил поля по перемещению заряда  $Q=1 \text{ нКл}$  с расстояния  $r_1=10 \text{ см}$  до  $r_2=5 \text{ см}$  в направлении, перпендикулярном нити, равна  $0,1 \text{ мДж}$ . [ $8 \text{ мКл/м}$ ]
8. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено парафином ( $\varepsilon=2$ ). Расстояние между пластинами  $d=8,85 \text{ мм}$ . Какую разность потенциалов необходимо подать на пластины, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на парафине составляла  $0,05 \text{ нКл/см}^2$ ? [ $500 \text{ В}$ ]
9. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью  $\rho=10 \text{ нКл/м}^3$  по шару радиусом  $R=5 \text{ см}$  из однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon=6$ . Определить напряженности электростатического поля на расстояниях  $r_1=2 \text{ см}$  и  $r_2=10 \text{ см}$  от центра шара. [ $E_1=1,25 \text{ В/м}$ ;  $E_2=23,5 \text{ В/м}$ ]
10. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом ( $\varepsilon=7$ ). Расстояние между пластинами  $d=5 \text{ мм}$ , разность потенциалов  $U=500 \text{ В}$ . Определить энергию поляризованной стеклянной пластины, если ее площадь  $S=50 \text{ см}^2$ . [ $6,64 \text{ мкДж}$ ]
11. Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C=10 \text{ пФ}$  заряжен до разности потенциалов  $U=1 \text{ кВ}$ . После отключения конденсатора от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в два раза. Определить: 1) разность потенциалов на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу внешних сил по раздвижению пластин. [ $1) 2 \text{ кВ}$ ;  $2) 5 \text{ мкДж}$ ]
12. Разность потенциалов между пластинами конденсатора  $U=200 \text{ В}$ . Площадь каждой пластины  $S=100 \text{ см}^2$ , расстояние между пластинами  $d=1 \text{ мм}$ , пространство между ними заполнено парафином ( $\varepsilon=2$ ). Определить силу притяжения пластин друг к другу. [ $3,54 \text{ мН}$ ]

## Тема 6 .Волновая оптика

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 11-12 КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

#### Глава Механические и электромагнитные колебания

**Цель-**закрепить изученный материал по тематике «КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. Механические и электромагнитные колебания. Гармонические колебания и их характеристики. Механические гармонические колебания

Свободные гармонические колебания в колебательном контуре. Амплитуда и фаза вынужденных колебаний (механических и электромагнитных). Резонанс».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в то числе и самостоятельно.

#### Теоретическая часть

##### 1. Гармонические колебания и их характеристики

**Колебаниями** называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. Колебательные процессы широко распространены в природе и технике, например качание маятника часов, переменный электрический ток и т. д. При колебательном движении маятника изменяется координата его центра масс, в случае переменного тока колеблются напряжение и ток в цепи. Физическая природа колебаний может быть разной, поэтому различают колебания механические, электромагнитные и др. Однако различные колебательные процессы описываются одинаковыми характеристиками и одинаковыми уравнениями. Отсюда следует целесообразность *единого подхода* к изучению колебаний *различной физической природы*. Например, единый подход к изучению механических и электромагнитных колебаний применялся английским физиком Д. У. Рэлеем (1842—1919), А. Г. Столетовым, русским инженером-экспериментатором П. Н. Лебедевым (1866—1912). Большой вклад в развитие теории колебаний внесли Л. И. Мандельштам (1879—1944) и его ученики.

**Колебания** называются **свободными** (или **собственными**), если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему (систему, совершающую колебания). Простейшим типом колебаний являются **гармонические колебания** — колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса (косинуса). Рассмотрение гармонических колебаний важно по двум причинам: 1) колебания, встречающиеся в природе и технике, часто имеют характер, близкий к гармоническому; 2) различные **периодические процессы** (процессы, повторяющиеся через равные промежутки времени) можно представить как наложение гармонических колебаний. Гармонические колебания величины  $s$  описываются уравнением типа

$$s = A \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

(140.1)

где  $A$  — максимальное значение колеблющейся величины, называемое **амплитудой колебания**,  $\omega_0$  — **круговая (циклическая) частота**,  $\varphi$  — **начальная фаза колебания** в момент времени  $t=0$ ,  $(\omega_0 t + \varphi)$  — **фаза колебания** в момент времени  $t$ . Фаза колебания определяет значение колеблющейся величины в данный момент времени. Так как косинус изменяется в пределах от +1 до -1, то  $s$  может принимать значения от  $+A$  до  $-A$ .

Определенные состояния системы, совершающей гармонические колебания, повторяются через промежуток времени  $T$ , называемый **периодом колебания**, за который фаза колебания получает приращение  $2\pi$ , т. е.

$$\omega_0(t+T) + \varphi = (\omega_0 t + \varphi) + 2\pi,$$

откуда

$$T = 2\pi/\omega_0. \quad (140.2)$$

Величина, обратная периоду колебаний,

$$\nu = 1/T, \quad (140.3)$$

т. е. число полных колебаний, совершаемых в единицу времени, называется **частотой колебаний**. Сравнивая (140.2) и (140.3), получим

$$\omega_0 = 2\pi\nu.$$

Единица частоты — **герц (Гц)**: 1 Гц — частота периодического процесса, при которой за 1 с совершается один цикл процесса.

Запишем первую и вторую производные по времени от гармонически колеблющейся величины  $s$ :

$$\frac{ds}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2); \quad (140.4)$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi), \quad (140.5)$$

т. е. имеем гармонические колебания с той же циклической частотой. Амплитуды величин (140.4) и (140.5) соответственно равны  $A\omega_0$  и  $A\omega_0^2$ . Фаза величины (140.4) отличается от фазы величины (140.1) на  $\pi/2$ , а фаза величины (140.5) отличается от фазы величины (140.1) на  $\pi$ . Следовательно, в моменты времени, когда  $s=0$ ,  $ds/dt$  приобретает наибольшие значения; когда же  $s$  достигает максимального отрицательного значения, то  $d^2s/dt^2$  приобретает наибольшее положительное значение (рис. 198).

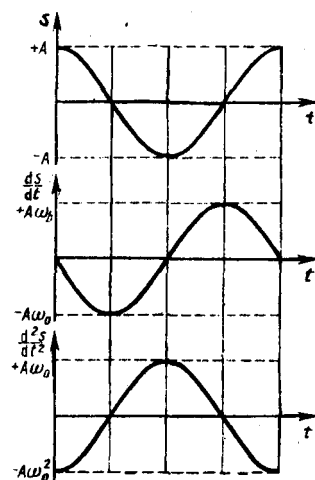


Рис. 198

- Какова связь амплитуды и фазы смещения, скорости и ускорения при прямолинейных гармонических колебаниях?
- Что такое колебания? свободные колебания? гармонические колебания? периодические процессы?
- Дайте определения амплитуды, фазы, периода, частоты, циклической частоты колебания.

Из выражения (140.5) следует дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0 \quad (140.6)$$

(где  $s = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ). Решением этого уравнения является выражение (140.1).

Гармонические колебания изображаются графически **методом вращающегося вектора амплитуды**, или **методом векторных диаграмм**. Для этого из произвольной точки  $O$ , выбранной на оси  $x$ , под углом  $\varphi$ , равным начальной фазе колебания, откладывается вектор  $A$ , модуль которого равен амплитуде  $A$  рассматриваемого колебания (рис. 199). Если этот вектор привести во вращение с угловой скоростью  $\omega_0$ , равной циклической частоте колебаний, то проекция конца вектора будет перемещаться по оси  $x$  и принимать значения от  $-A$  до  $+A$ , а колеблющаяся величина будет изменяться со временем по закону  $s=A \cos (\omega_0 t+\varphi)$ . Таким образом, гармоническое колебание можно представить проекцией на некоторую произвольно выбранную ось вектора амплитуды  $A$ , отложенного из произвольной точки оси под углом  $\varphi$ , равным начальной фазе, и вращающегося с угловой скоростью  $\omega_0$  вокруг этой точки.

В физике часто применяется другой метод, который отличается от метода вращающегося вектора амплитуды лишь по форме. В этом методе колеблющуюся величину представляют **комплексным числом**. Согласно формуле Эйлера, для комплексных чисел

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha, \quad (140.7)$$

где  $i = \sqrt{-1}$  — мнимая единица. Поэтому уравнение гармонического колебания (140.1) можно записать в комплексной форме:

$$\tilde{s} = A e^{i(\omega_0 t + \varphi)}. \quad (140.8)$$

Вещественная часть выражения (140.8)

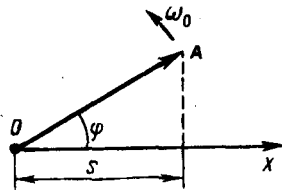
$$\operatorname{Re}(\tilde{s}) = A \cos (\omega_0 t + \varphi) = s$$

представляет собой гармоническое колебание. Обозначение  $\operatorname{Re}$  вещественной части условимся опускать и (140.8) будем записывать в виде

$$s = A e^{i(\omega_0 t + \varphi)}.$$

В теории колебаний принимается, что колеблющаяся величина  $s$  равна *вещественной части* комплексного выражения, стоящего в этом равенстве справа.

Рис. 199



- В чем заключается идея метода вращающегося вектора амплитуды?
- Выведите формулы для скорости и ускорения гармонически колеблющейся точки как функции времени.

## 2. Механические гармонические колебания

Пусть материальная точка совершает прямолинейные гармонические колебания вдоль оси координат  $x$  около положения равновесия, принятого за начало координат. Тогда зависимость координаты  $x$  от времени  $t$  задается уравнением, аналогичным уравнению (140.1), где  $s=x$ :

$$x = A \cos (\omega_0 t + \varphi). \quad (141.1)$$

Согласно выражениям (140.4) в (140.5), скорость  $v$  и ускорение  $a$  колеблющейся точки соответственно равны

$$\begin{aligned} v &= -A\omega_0 \sin (\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos (\omega_0 t + \varphi + \pi/2); \\ a &= -A\omega_0^2 \cos (\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos (\omega_0 t + \varphi + \pi). \end{aligned} \quad (141.2)$$

Сила  $F=ma$ , действующая на колеблющуюся материальную точку массой  $m$ , с учетом (141.1) и (141.2) равна

$$F = -m\omega_0^2 x.$$

Следовательно, сила пропорциональна смещению материальной точки из положения равновесия и направлена в противоположную сторону (к положению равновесия).

**Кинетическая энергия** материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания, равна

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi),$$

(141.3)

или

$$T = \frac{mA^2\omega_0^2}{4} [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi)].$$

(141.4)

**Потенциальная энергия** материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы  $F$ , равна

$$\Pi = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi),$$

(141.5)

или

$$\Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{4} [1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi)].$$

(141.6)

Сложив (141.3) и (141.5), получим формулу для **полной энергии**:

$$E = T + \Pi = mA^2\omega_0^2/2.$$

(141.7)

Полная энергия остается постоянной, так как при гармонических колебаниях справедлив закон сохранения механической энергии, поскольку упругая сила консервативна.

Из формул (141.4) и (141.6) следует, что  $T$  и  $\Pi$  изменяются с частотой  $2\omega_0$ , т. е. с частотой, которая в два раза превышает частоту гармонического колебания. На рис. 200 представлены графики зависимости  $x$ ,  $T$  и  $\Pi$  от времени. Так как  $\langle \sin^2 \alpha \rangle = \langle \cos^2 \alpha \rangle = 1/2$ , то из формул (141.3), (141.5) и (141.7) следует, что  $\langle T \rangle = \langle \Pi \rangle = \frac{1}{2} E$ .

### 3. Свободные гармонические колебания в колебательном контуре

Среди различных электрических явлений особое место занимают электромагнитные колебания, при которых электрические величины (заряды, токи) периодически изменяются и которые сопровождаются взаимными превращениями электрического и магнитного полей. Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний используется **колебательный контур** — цепь, состоящая из включенных последовательно катушки индуктивностью  $L$ , конденсатора емкостью  $C$  и резистора сопротивлением  $R$ .

Рассмотрим последовательные стадии колебательного процесса в идеализированном контуре, сопротивление которого пренебрежимо мало ( $R \approx 0$ ). Для возбуждения в контуре колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды  $\pm Q$ . Тогда в начальный момент времени  $t=0$  (рис. 202, а) между обкладками конденсатора возникнет электрическое поле, энергия которого  $\frac{1}{2C} Q^2$  (см. (95.4)). Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, он начнет разряжаться, и в контуре потечет возрастающий со временем ток  $I$ . В результате энергия электрического поля будет уменьшаться, а энергия магнитного поля катушки (она равна  $\frac{1}{2} L \dot{Q}^2$ ) — возрастать.

Так как  $R \approx 0$ , то, согласно закону сохранения энергии, полная энергия

$$W = \frac{Q^2}{2C} + \frac{L\dot{Q}^2}{2} = \text{const},$$

так как она на нагревание не расходуется. Поэтому в момент  $t=1/4T$ , когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля обращается в нуль, а энергия магнитного поля (а следовательно, и ток) достигает наибольшего значения (рис. 202, б). Начиная с этого момента ток в контуре будет убывать; следовательно, начнет ослабевать магнитное поле катушки, и в ней индуцируется ток, который течет (согласно правилу Ленца) в том же направлении, что и ток разрядки конденсатора. Конденсатор начнет перезаряжаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток, который в конце концов обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума (рис. 202, в). Далее те же процессы начнут протекать в обратном направлении (рис. 202, г) и система к моменту времени  $t=T$  придет в первоначальное состояние (рис. 202, а). После этого начнется повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора. Если бы потерь энергии не было, то в контуре совершались бы периодические незатухающие колебания, т.е. периодически изменялись (колебались) бы заряд  $Q$  на обкладках конденсатора, напряжение  $U$  на конденсаторе и сила тока  $I$ , текущего через катушку индуктивности. Следовательно, в контуре возникают электрические колебания, причем колебания сопровождаются превращениями энергий электрического и магнитного полей.

### Задания и вопросы

1. Материальная точка, совершающая гармонические колебания с частотой  $\nu = 2$  Гц, в момент времени  $t=0$  проходит положение, определяемое координатой  $x_0 = 6$  см, со скоростью  $v_0 = 14$  см/с. Определить амплитуду колебания. [6,1 см]
2. Полная энергия гармонически колеблющейся точки равна 30 мкДж, а максимальная сила, действующая на точку, равна 1,5 мН. Написать уравнение движения этой точки, если период колебаний равен 2 с, а начальная фаза  $\pi/3$ . [ $x = 0,04 \cos(\pi t + \pi/3)$ ]
3. При подвешивании грузов массами  $m_1 = 500$  г и  $m_2 = 400$  г к свободным пружинам последние удлинились одинаково ( $\Delta l = 15$  см). Пренебрегая массой пружин, определить: 1) периоды колебаний грузов; 2) который из грузов при одинаковых амплитудах обладает большей энергией и во сколько раз. [1) 0,78 с; 2) 1,25]
4. Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень длиной 25 см. Определить, на каком расстоянии от центра масс должна быть точка подвеса, чтобы частота колебаний была максимальной. [7,2 см]
5. Два математических маятника, длины которых отличаются на  $\Delta l = 16$  см, совершают за одно и то же время: один  $n_1 = 10$  колебаний, другой  $n_2 = 6$  колебаний. Определить длины маятников  $l_1$  и  $l_2$ . [ $l_1 = 9$  см,  $l_2 = 25$  см]
6. Колебательный контур содержит катушку с общим числом витков, равным 50, индуктивностью 5 мкГн и конденсатор емкостью 2 нФ. Максимальное напряжение на обкладках конденсатора составляет 150 В. Определить максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку. [0,3 мкВб]
7. Разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода, равного 8 с, и одинаковой амплитуды 2 см составляет  $\pi/4$ . Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения этих колебаний, если начальная фаза одного из них равна нулю. [ $x = 0,037 \cos(\pi t/4 + \pi/8)$ ]
8. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями  $x = \cos \pi t$  и  $y = \cos \pi t/2$ . Определить уравнение траектории точки и вычертить ее с нанесением масштаба. [ $2y^2 - x = 1$ ]
9. За время, за которое система совершает 100 полных колебаний, амплитуда уменьшается в три раза. Определить добротность системы. [286]

10. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью 25 мГн, конденсатор емкостью 10 мкФ и резистор сопротивлением 1 Ом. Заряд на обкладках конденсатора  $Q_m=1$  мКл. Определить: 1) период колебаний контура; 2) логарифмический декремент затухания колебаний; 3) уравнение зависимости изменения напряжения на обкладках конденсатора от времени. [1) 3,14 мс; 2) 0,06; 3)  $U=100e^{-20t}\cos 636\pi t$ ]
11. Последовательно соединенные резистор с сопротивлением 110 Ом и конденсатор подключены к внешнему переменному напряжению с амплитудным значением 110 В. Оказалось, что амплитудное значение установившегося тока в цепи 0,5 А. Определить разность фаз между током и внешним напряжением. [ $60^\circ$ ]
12. В цепь переменного тока частотой 50 Гц включена катушка длиной 50 см и площадью поперечного сечения 10 см<sup>2</sup>, содержащая 3000 витков. Определить активное сопротивление катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током составляет  $60^\circ$ . [4,1 Ом]
13. Генератор, частота которого составляет 32 кГц и амплитудное значение напряжения равно 120 В, включен в резонирующую цепь, емкость которой 1 нФ. Определить амплитудное значение напряжения на конденсаторе, если активное сопротивление цепи 5 Ом. [119 кВ]
14. Колебательный контур содержит катушку индуктивностью 5 мГн и конденсатор емкостью 2 мкФ. Для поддержания в колебательном контуре незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе 1 В необходимо подводить среднюю мощность 0,1 мВт. Считая затухание колебаний в контуре достаточно малым, определить добротность данного контура. [100]

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 13-14 ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ЭЛЕКТРОННОЙ ОПТИКИ

**Цель-**закрепить изученный материал по тематике «Элементы геометрической и электронной оптики Основные законы оптики. Полное отражение. Тонкие линзы. Изображение предметов с помощью линз. Аберрации (погрешности) оптических систем».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в то числе и самостоятельно.

**Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

**Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий

физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

**Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способность к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности направления Химическая технология

## Теоретическая часть

### 1. Основные законы оптики. Полное отражение

Еще до установления природы света были известны следующие основные законы оптики: закон прямолинейного распространения света в оптически однородной среде; закон независимости световых пучков (справедлив только в линейной оптике); закон отражения света; закон преломления света.

**Закон прямолинейного распространения света:** свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

Доказательством этого закона является наличие тени с резкими границами от непрозрачных предметов при освещении их точечными источниками света (источники, размеры которых значительно меньше освещаемого предмета и расстояния до него). Тщательные эксперименты показали, однако, что этот закон нарушается, если свет проходит сквозь очень малые отверстия, причем отклонение от прямолинейности распространения тем больше, чем меньше отверстия.

**Закон независимости световых пучков:** эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки или они устранены. Разбивая световой поток на отдельные световые пучки (например, с помощью диафрагм), можно показать, что действие выделенных световых пучков независимо.

Если свет падает на границу раздела двух сред (двух прозрачных веществ), то падающий луч  $I$  (рис. 229) разделяется на два — отраженный  $II$  и преломленный  $III$ , направления которых задаются законами отражения и преломления.

**Закон отражения:** отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол  $i'_1$  отражения равен углу  $i_1$  падения:

$$i'_1 = i_1.$$

**Закон преломления:** луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред:

$$\sin i_1 / \sin i_2 = n_{21},$$

(165.1)

где  $n_{21}$  — **относительный показатель преломления** второй среды относительно первой. Индексы в обозначениях углов  $i_1$ ,  $i'_1$ ,  $i_2$  указывают, в какой среде (первой или второй) идет луч.

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления:

$$n_{21} = n_2 / n_1.$$

(165.2)

**Абсолютным показателем преломления** среды называется величина  $n$ , равная отношению скорости  $c$  электромагнитных волн в вакууме к их фазовой скорости  $v$  в среде:

$$n = c/v. \quad (165.3)$$

Сравнение с формулой (162.3) дает, что  $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ , где  $\varepsilon$  и  $\mu$  — соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды. Учитывая (165.2), закон преломления (165.1) можно записать в виде

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (165.4)$$

Из симметрии выражения (165.4) вытекает обратимость световых лучей. Если обратить луч III (рис.229), заставив его падать на границу раздела под углом  $i_2$ , то преломленный луч в первой среде будет распространяться под углом  $i_1$ , т. е. пойдет в обратном направлении вдоль луча I.

Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления  $n_1$  (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления  $n_2$  (оптически менее плотную) ( $n_1 > n_2$ ), например из стекла в воду, то, согласно (165.4),

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} > 1.$$

Отсюда следует, что преломленный луч удаляется от нормали и угол преломления  $i_2$  больше, чем угол падения  $i_1$  (рис. 230, а). С увеличением угла падения увеличивается угол преломления (рис. 230, б, в) до тех пор, пока при некотором угле падения ( $i_1 = i_{\text{пр}}$ ) угол преломления не окажется равным  $\pi/2$ . Угол  $i_{\text{пр}}$  называется **предельным углом**. При углах падения  $i_1 > i_{\text{пр}}$  весь падающий свет полностью отражается (рис. 230, г).

По мере приближения угла падения к предельному интенсивность преломленного луча уменьшается, а отраженного — растет (рис. 230, а—в). Если  $i_1 = i_{\text{пр}}$ , то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего (рис. 230, г). Таким образом, при углах падения в пределах от  $i_{\text{пр}}$  до  $\pi/2$  луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы. Это явление называется **полным отражением**.

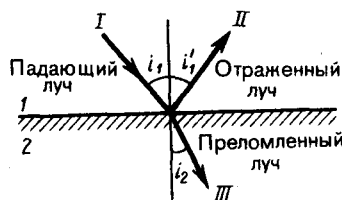


Рис. 229

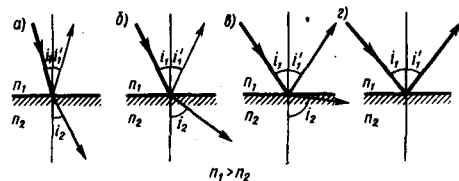


Рис. 230

Предельный угол  $i_{\text{пр}}$  определим из формулы (165.4) при подстановке в нее  $i_2 = \pi/2$ . Тогда

$$\sin i_{\text{пр}} = n_2/n_1 = n_{21}. \quad (165.5)$$

Уравнение (165.5) удовлетворяет значениям угла  $i_{\text{пр}}$  при  $n_2 \leq n_1$ . Следовательно, явление полного отражения имеет место только при падении света из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную.

Явление полного отражения используется в призмах полного отражения. Показатель преломления стекла равен  $n \approx 1,5$ , поэтому предельный угол для границы стекло — воздух равен  $i_{\text{пр}} = \arcsin(1/1,5) = 42^\circ$ . Поэтому при падении света на границу стекло—

воздух при  $i > 42^\circ$  всегда будет иметь место полное отражение. На рис. 231, а—в показаны призмы полного отражения, позволяющие: а) повернуть луч на  $90^\circ$ ; б) повернуть изображение; в) обернуть лучи. Такие призмы применяются в оптических приборах (например, в биноклях, перископах), а также в рефрактометрах, позволяющих определять показатели преломления тел (по закону преломления, измеряя  $i_{\text{пр}}$ , находим относительный показатель преломления двух сред, а также абсолютный показатель преломления одной из сред, если показатель преломления другой среды известен).

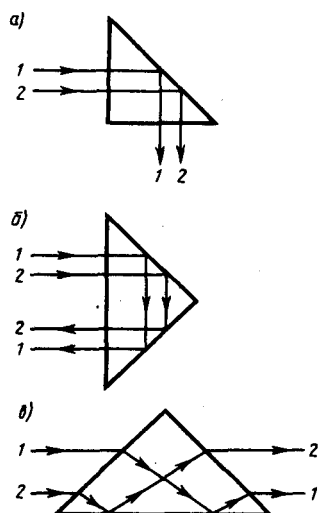


Рис. 231

- Может ли возникнуть явление полного отражения, если свет проходит из воды в стекло?
- Сформулируйте и поясните основные законы оптики.
- В чем заключается физический смысл абсолютного показателя преломления среды? Что такое относительный показатель преломления?
- При каком условии наблюдается полное отражение?
- В чем заключается принцип работы световодов?

Явление полного отражения используется также в **световодах (светопроводах)**, представляющих собой тонкие, произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала. В волоконных деталях применяют стеклянное волокно, световедущая жила (сердцевина) которого окружается стеклом — оболочкой из другого стекла с меньшим показателем преломления. Свет, падающий на торец световода под углами, большими предельного, претерпевает на поверхности раздела сердцевины и оболочки полное отражение и распространяется только по световедущей жиле.

Таким образом, с помощью световодов можно как угодно искривлять путь светового пучка. Диаметр световедущих жил лежит в пределах от нескольких микрон до нескольких миллиметров. Для передачи изображений, как правило, применяются многожильные световоды. Вопросы передачи световых волн и изображений изучаются в специальном разделе оптики — **волоконной оптике**, возникшей в 50-е годы XX столетия. Световоды используются в электронно-лучевых трубках, в электронно-счетных машинах, для кодирования информации, в медицине (например, диагностика желудка), для целей интегральной оптики и т. д.

## 2. Тонкие линзы. Изображение предметов с помощью линз

Раздел оптики, в котором законы распространения света рассматриваются на основе представления о световых лучах, называется **геометрической оптикой**. Под **световыми лучами** понимают нормальные к волновым поверхностям линии, вдоль которых распространяется поток световой энергии. Геометрическая оптика, оставаясь приближенным методом построения изображений в оптических системах, позволяет разобрать основные явления, связанные с прохождением через них света, и является поэтому основой теории оптических приборов.

**Линзы** представляют собой прозрачные тела, ограниченные двумя поверхностями (одна из них обычно сферическая, иногда цилиндрическая, а вторая — сферическая или плоская), преломляющими световые лучи, способные формировать оптические изображения предметов. Материалом для линз служат стекло, кварц, кристаллы, пластмас-

сы и т. п. По внешней форме (рис. 232) линзы делятся на: 1) двояковыпуклые; 2) плосковыпуклые; 3) двояковогнутые; 4) плосковогнутые; 5) выпукло-вогнутые; 6) вогнуто-выпуклые. По оптическим свойствам **линзы** делятся на собирающие и рассеивающие.

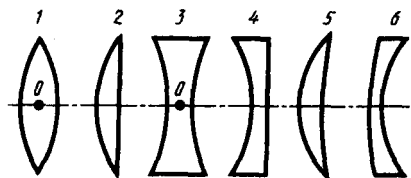


Рис. 232

- Поясните, что вы понимаете под световым лучом?
- Что такое линза? Какие они бывают?

Линза называется **тонкой**, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с радиусами поверхностей, ограничивающих линзу. Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется **главной оптической осью**. Для всякой линзы существует точка, называемая **оптическим центром линзы**, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее не преломляясь. Оптический центр  $O$  линзы для простоты будем считать совпадающим с геометрическим центром средней части линзы (это справедливо только для двояковыпуклой и двояковогнутой линз с одинаковыми радиусами кривизны обеих поверхностей; для плосковыпуклых и плосковогнутых линз оптический центр  $O$  лежит на пересечении главной оптической оси со сферической поверхностью).

Для вывода формулы тонкой линзы — соотношения, связывающего радиусы кривизны  $R_1$  и  $R_2$  поверхностей линзы с расстояниями  $a$  и  $b$  от линзы до предмета и его изображения, — воспользуемся **принципом Ферма**,\* или **принципом наименьшего времени**: действительный путь распространения света (траектория светового луча) есть путь, для прохождения которого свету требуется минимальное время по сравнению с любым другим мыслимым путем между теми же точками.

\* П. Ферма (1601—1665) — французский математик и физик.

Рассмотрим два световых луча (рис. 233) — луч, соединяющий точки  $A$  и  $B$  (луч  $AOB$ ), и луч, проходящий через край линзы (луч  $ACB$ ), — воспользовавшись условием равенства времени прохождения света вдоль  $AOB$  и  $ACB$ . Время прохождения света вдоль  $AOB$

$$t_1 = \frac{a + N(e + d) + b}{c},$$

где  $N = n/n_1$  — относительный показатель преломления ( $n$  и  $n_1$  — соответственно абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды). Время прохождения света вдоль  $ACB$  равно

$$t_2 = \frac{\sqrt{(a+e)^2 + h^2} + \sqrt{(b+d)^2 + h^2}}{c}.$$

Так как  $t_1 = t_2$ , то

$$a + N(e + d) + b = \sqrt{(a+e)^2 + h^2} + \sqrt{(b+d)^2 + h^2}. \quad (166.1)$$

Рассмотрим **параксиальные (приосевые) лучи**, т. е. лучи, образующие с оптической осью малые углы. Только при использовании параксиальных лучей получается **стигматическое изображение**, т. е. все лучи параксиального пучка, исходящего из точки  $A$ , пересекают оптическую ось в одной и той же точке  $B$ . Тогда  $h \ll (a+e)$ ,  $h \ll (b+d)$  и

$$\sqrt{(a+e)^2 + h^2} = (a+e) \sqrt{1 + \frac{h^2}{(a+e)^2}} = (a+e) \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a+e} \right)^2 \right] = a+e + \frac{h^2}{2(a+e)}.$$

Аналогично,

$$\sqrt{(b+d)^2 + h^2} = b+d + \frac{h^2}{2(b+d)}.$$

Подставив найденные выражения в (166.1), получим

$$(N-1)(e+d) = \frac{h^2}{2} \left( \frac{1}{a+e} + \frac{1}{b+d} \right). \quad (166.2)$$

Для тонкой линзы  $e \ll a$  и  $d \ll b$ , поэтому (166.2) можно представить в виде

$$(N-1)(e+d) = \frac{h^2}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$

Учитывая, что  $e = R_2 - \sqrt{R_2^2 - h^2} = R_2 - R_2 \sqrt{1 - h^2/R_2^2} = R_2 - R_2 [1 - \frac{1}{2} (h/R_2)^2] = h^2/(2R_2)$  и

соответственно  $d = h^2/(2R_1)$ , получим

$$(N-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \quad (166.3)$$

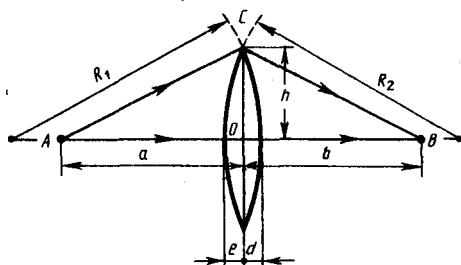


Рис. 233

- В чем заключается принцип Ферма?
- Выведите формулу тонкой линзы.
- Что такое фокусное расстояние линзы? оптическая сила линзы? фокальная плоскость линзы?

Выражение (166.3) представляет собой **формулу тонкой линзы**. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы считается положительным, вогнутой — отрицательным.

Если  $a = \infty$ , т. е. лучи падают на линзу параллельным пучком (рис. 234, а), то

$$\frac{1}{b} = (N-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Соответствующее этому случаю расстояние  $b = OF = f$  называется **фокусным расстоянием линзы**, определяемым по формуле

$$f = \frac{1}{(N-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

Оно зависит от относительного показателя преломления и радиусов кривизны.

Если  $b = \infty$ , т. е. изображение находится в бесконечности и, следовательно, лучи выходят из линзы параллельным пучком (рис. 234, б), то  $a = OF = f$ . Таким образом, фокусные расстояния линзы, окруженной с обеих сторон одинаковой средой, равны. Точки  $F$ , лежащие по обе стороны линзы на расстоянии, равном фокусному, называются **фокусами линзы**. Фокус — это точка, в которой после преломления собираются все лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси.

Величина

$$(N-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f} = \Phi \quad (166.4)$$

называется **оптической силой линзы**. Ее единица — диоптрия (дптр). Диоптрия — оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м: 1 дптр = 1/м.

Линзы с **положительной** оптической силой являются **собирающими**, с **отрицательной** — **рассеивающими**. Плоскости, проходящие через фокусы линзы перпендикулярно ее

главной оптической оси, называются **фокальными плоскостями**. В отличие от собирающей рассеивающая линза имеет мнимые фокусы. В мнимом фокусе сходятся (после преломления) воображаемые продолжения лучей, падающих на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси (рис. 235).

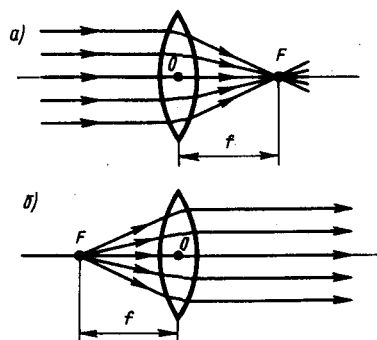


Рис. 234

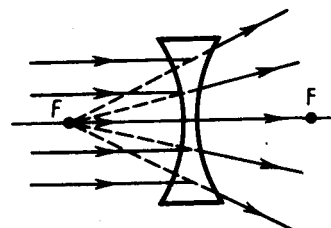


Рис. 235

Учитывая (166.4), формулу линзы (166.3) можно записать в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Для рассеивающей линзы расстояния  $f$  и  $b$  надо считать отрицательными.

Построение изображения предмета в линзах осуществляется с помощью следующих лучей:

- 1) луча, проходящего через оптический центр линзы и не изменяющего своего направления;
- 2) луча, идущего параллельно главной оптической оси; после преломления в линзе этот луч (или его продолжение) проходит через второй фокус линзы;
- 3) луча (или его продолжения), проходящего через первый фокус линзы; после преломления в ней он выходит из линзы параллельно ее главной оптической оси.

Для примера приведены построения изображений в собирающей (рис. 236) и в рассеивающей (рис. 237) линзах: действительное (рис. 236, а) и мнимое (рис. 236, б) изображения — в собирающей линзе, мнимое — в рассеивающей.

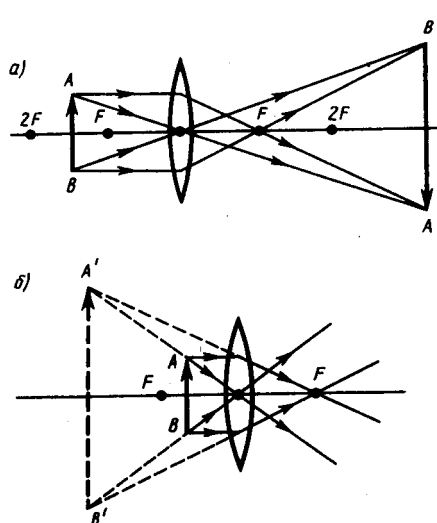
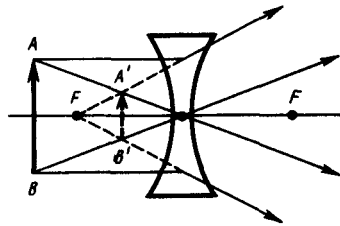


Рис. 236

Отношение линейных размеров изображения и предмета называется **линейным увеличением линзы**. Отрицательным значениям линейного увеличения соответствует действительное изображение (оно перевернутое), положительным — мнимое изобра-

жение (оно прямое). Комбинации собирающих и рассеивающих линз применяются в оптических приборах, используемых для решения различных научных и технических задач.

Рис. 237



● Как осуществляется построение изображения предметов в линзах?

### 3. Аберрации (погрешности) оптических систем

Рассматривая прохождение света через тонкие линзы, мы ограничивались параксиальными лучами (см. 166). Показатель преломления материала линзы считали не зависящим от длины волны падающего света, а падающий свет — монохроматическим. Так как в реальных оптических системах эти условия не выполняются, то в них возникают искажения изображения, называемые аберрацией» (или погрешностями).

- 1. Сферическая аберрация.** Если расходящийся пучок света падает на линзу, то параксиальные лучи после преломления пересекаются в точке  $S'$  (на расстоянии  $OS'$  от оптического центра линзы), а лучи, более удаленные от оптической оси, — в точке  $S''$ , ближе к линзе (рис. 238). В результате изображение светящейся точки на экране, перпендикулярном оптической оси, будет в виде расплывчатого пятна. Этот вид погрешности, связанный со сферичностью преломляющих поверхностей, называется сферической аберрацией. Количественной мерой сферической аберрации является отрезок  $\delta = OS'' - OS'$ . Применяя диафрагмы (ограничиваясь параксиальными лучами), можно сферическую аберрацию уменьшить, однако при этом уменьшается светосила линзы. Сферическую аберрацию можно практически устранить, составляя системы из собирающих ( $\delta < 0$ ) и рассеивающих ( $\delta > 0$ ) линз. Сферическая аберрация является частным случаем астигматизма.
- 2. Кома.** Если через оптическую систему проходит широкий пучок от светящейся точки, расположенной не на оптической оси, то получаемое изображение этой точки будет в виде освещенного пятнышка, напоминающего кометный хвост. Такая погрешность называется поэтому комой. Устранение комы производится теми же приемами, что и сферической аберрации.
- 3. Дисторсия.** Погрешность, при которой при больших углах падения лучей на линзу линейное увеличение для точек предмета, находящихся на разных расстояниях от главной оптической оси, несколько различается, называется дисторсией. В результате нарушается геометрическое подобие между предметом (прямоугольная сетка, рис. 239, а) и его изображением (рис. 239, б — подушкообразная дисторсия, рис. 239, в — бочкообразная дисторсия). Дисторсия особенно опасна в тех случаях, когда оптические системы применяются для съемок, например при аэрофотосъемке, в микроскопии и т.д. Дисторсию исправляют соответствующим подбором составляющих частей оптической системы.
- 4. Хроматическая аберрация.** До сих пор мы предполагали, что коэффициенты преломления оптической системы постоянны. Однако это утверждение справедливо лишь для освещения оптической системы монохроматическим светом ( $\lambda = \text{const}$ ); при сложном составе света необходимо учитывать зависимость коэффициента преломления вещества линзы (и окружающей среды, если это не воздух) от длины волны (явление дисперсии). При падении на оптическую систему белого света отдельные составляющие его монохроматические лучи фокусируются в разных точках

(наибольшее фокусное расстояние имеют красные лучи, наименьшее — фиолетовые), поэтому изображение размыто и по краям окрашено. Это явление называется хроматической aberrацией. Так как разные сорта стекол обладают различной дисперсией, то, комбинируя собирающие и рассеивающие линзы из различных стекол, можно совместить фокусы двух (**ахроматы**) и трех (**апохроматы**) различных цветов, устранив тем самым хроматическую aberrацию. Системы, исправленные на сферическую и хроматическую aberrации, называются **апланатами**.

- 5. Астигматизм.** Погрешность, обусловленная неодинаковостью кривизны оптической поверхности в разных плоскостях сечения падающего на нее светового пучка, называется астигматизмом. Так, изображение точки, удаленной от главной оптической оси, наблюдается на экране в виде расплывчатого пятна эллиптической формы. Это пятно в зависимости от расстояния экрана до оптического центра линзы вырождается либо в вертикальную, либо в горизонтальную прямую. Астигматизм исправляется подбором радиусов кривизны преломляющих поверхностей и их фокусных расстояний. Системы, исправленные на сферическую и хроматическую aberrации и астигматизм, называются анастигматами.

Устранение aberrаций возможно лишь подбором специально рассчитанных сложных оптических систем. Одновременное исправление всех погрешностей—задача крайне сложная, а иногда даже неразрешимая. Поэтому обычно устраняются полностью лишь те погрешности, которые в том или ином случае особенно вредны.

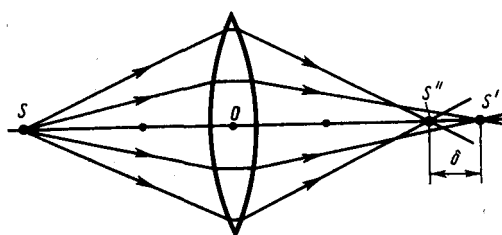


Рис. 238

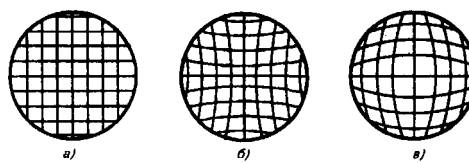


Рис. 239

### Задания и вопросы

1. На плоскопараллельную стеклянную пластинку ( $n = 1,5$ ) толщиной 6 см падает под углом  $35^\circ$  луч света. Определить боковое смещение луча, прошедшего сквозь эту пластинку. [1,41 см]
2. Необходимо изготовить плосковыпуклую линзу с оптической силой 6 дптр. Определить радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если показатель преломления материала линзы равен 1,6. [10 см]
3. Определить, на какую высоту необходимо повесить лампочку мощностью 300 Вт, чтобы освещенность расположенной под ней доски была равна 50 лк. Наклон доски составляет  $35^\circ$ , а световая отдача лампочки равна 15 лм/Вт. Принять, что полный световой поток, испускаемый изотропным точечным источником света,  $\Phi_0 = 4\pi I$ . [2,42 м]

**Цель работы:** ознакомиться с принципом работы интерферометра; измерить показатель преломления воздуха при нормальных условиях.

## 19.1 Оборудование и материалы

1. Шахтный интерферометр ШИ-5.
2. Сильфон – газовый резервуар переменного объема.
3. Водяной U-образный манометр.
4. Источник монохроматического света.

## 19.2 Теоретическое введение

Показатель преломления – физическая величина, показывающая, во сколько раз скорость света в среде (веществе) меньше, чем скорость света в вакууме

$$n = \frac{c}{v}, \quad (19.1)$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в вакууме;

$v$  – скорость света в данной среде.

Показатель преломления зависит от частоты излучения света, а также зависит от условий, при которых находится вещество (температуры, плотности, давления и т.д.).

Согласно электронной теории дисперсии показатель преломления  $n$  связан с плотностью вещества  $\rho$  формулой

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = R_1, \quad (19.2)$$

где  $R_1$  – некая константа, которая называется удельной рефракцией вещества.

Для газов при нормальных условиях  $n$  немного больше единицы. Например, для кислорода для желтой линии натрия ( $\lambda = 589,3$  нм)  $n = 1,000272$ . Таким образом, показатель преломления для газов можно представить в виде:  $n = 1 + \alpha$ , где  $\alpha \ll 1$ . Преобразуем (19.2)

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = \frac{(n-1) \cdot (n+1)}{(n^2 + 2) \cdot \rho} = \frac{(n-1) \cdot (1 + \alpha + 1)}{((1 + \alpha)^2 + 2) \cdot \rho} \approx \frac{2 \cdot (n-1)}{3} \cdot \frac{1}{\rho}.$$

Тогда

$$\frac{n-1}{\rho} = R_2, \quad (19.3)$$

где  $R_2$  – некоторая константа.

Так как при постоянной температуре плотность газа пропорциональна давлению, то можем записать

$$\frac{n-1}{P} = C, \quad (19.4)$$

где  $C$  – некоторая константа;

$n$  – показатель преломления вещества (газа);

$P$  – давление газа.

Отсюда

$$n - l = C \cdot P.$$

Чтобы найти постоянную  $C$  запишем (19.5) для двух состояний газа при разных давлениях и постоянной температуре

$$n_1 - l = C \cdot P_1;$$

$$n_2 - l = C \cdot P_2;$$

$$n_2 - n_1 = C \cdot (P_2 - P_1);$$

$$\Delta n = C \cdot \Delta P. \quad (19.6)$$

Из уравнения (19.6) следует

$$C = \frac{\Delta n}{\Delta P}. \quad (19.7)$$

Тогда, подставив (19.7) в (19.5), получим

$$n - l = \frac{\Delta n}{\Delta P} \cdot P. \quad (19.8)$$

Если начальное измерение проводить при  $P = P_0$ , где  $P_0 = 1 \text{ атм.} = 760 \text{ мм.рт.ст.} = 101 \text{ кПа}$  – нормальное атмосферное давление, то можно записать

$$n = l + \frac{\Delta n}{\Delta P} \cdot P_0, \quad (19.9)$$

$$n = l + C \cdot P_0. \quad (19.10)$$

Таким образом, используя (19.9), можно найти показатель преломления  $n$  при давлении  $P_0$ . Но сначала необходимо определить константу  $C$ .

### 19.3 Методика эксперимента

Константу  $C$ , необходимую для расчета по (19.10), можно определить, построив график зависимости  $\Delta n = f(\Delta P)$ . При изменении давления газа показатель преломления будет изменяться, причем на очень маленькую величину. Поэтому зафиксировать данное изменение можно лишь с помощью интерферометра.

При наложении двух (или нескольких) когерентных лучей возникает интерференция – устойчивое распределение энергии колебаний в пространстве. Для видимого света это проявляется в чередовании светлых и темных участков на экране. Светлые участки – максимумы (*max*), темные – минимумы (*min*). Результат интерференции в данной точке пространства – (*max* или *min*) зависит от разности хода лучей от источника в данную точку.

Условие интерференционного *max* имеет вид

$$n_1 \cdot L_1 - n_2 \cdot L_2 = m \cdot \lambda, \quad (19.11)$$

$n_1$  – показатель преломления среды, в которой идет первый луч;

$L_1$  – геометрическая длина пути первого луча;

$n_2$  и  $L_2$  – соответствующие параметры для второго луча;

$m = 0; 1; 2; \dots$  – любое целое число.

Условие *min* имеет вид

$$n_1 \cdot L_1 - n_2 \cdot L_2 = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (19.12)$$

Если  $L_1 = L_2 = L$ , то

$$(n_1 - n_2) \cdot L = m \cdot \lambda \text{ – условие } max; \quad (19.13)$$

$$(n_1 - n_2) \cdot L = (2 \cdot m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \text{ – условие } min. \quad (19.14)$$

Таким образом, если на пути когерентных лучей поставить кюветы с воздухом и затем изменить давление в одной из кювет, то будет наблюдаться сдвиг интерференционной картины за счет изменения оптической разности хода между лучами, прошедшими разными кюветы.

Следовательно, в одной и той же точке экрана при плавном изменении давления (а, значит, и показателя преломления) будут поочередно наблюдаться *max* и *min*. Подсчитав количество сменившихся максимумов (минимумов), можно определить  $\Delta n = n_1 - n_2$ .

Смещение интерференционной картины на одну полосу (*max* или *min*) соответствует изменению разности хода на одну длину волны, смещение на  $m$  полос – на  $m$  длин волн. Тогда из (19.13) следует

$$\Delta n = \frac{m \cdot \lambda}{L}, \quad (19.15)$$

где  $m = 1, 2 \dots$  – число смещенных полос;

$L$  – длина хода луча в кювете.

Изменение давления  $\Delta P$  можно измерить с помощью водяного манометра.

#### 19.4 Схема установки

Для изучения зависимости  $\Delta n = f(\Delta P)$  используем шахтный интерферометр ШИ-5, принципиальная схема которого представлена на рисунке 19.1 (интерферометр Рэлея).

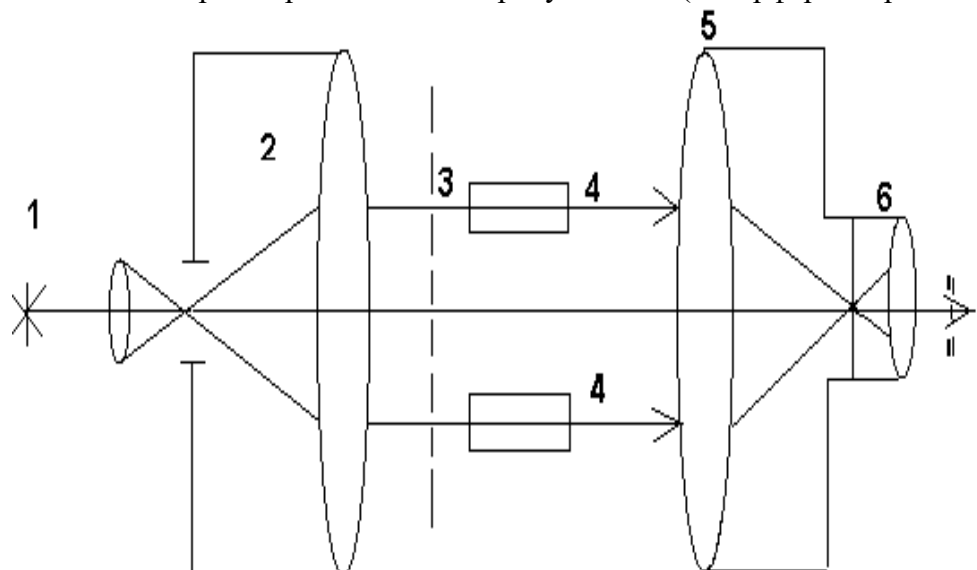


Рисунок 19.1 – Принципиальная схема интерферометра ШИ-5

Свет от источника 1 проходит через коллиматор 2 и выходит оттуда параллельным пучком. Диафрагма 3 делит пучок на два когерентных луча, которые проходят через кюветы 4. Далее лучи собираются в фокальной плоскости линзы 5, где и наблюдается интерференционная картина с помощью окуляра 6.

Рабочая схема ШИ-5 представлена на рисунке 19.2.

Свет от лампы 1 (может быть заменена источником монохроматического излучения) проходит через конденсор 2, падает на стеклянную плоскопараллельную пластину, на которой происходит разделение одного луча на два. Лучи, отраженные от верхней и от нижней граней пластины, попадают в разные кюветы *A* и *B*. В кювете *B* давление можно изменять с помощью сильфонного вентиля (рисунок 19.3), который представляет собой резервуар переменного объема.

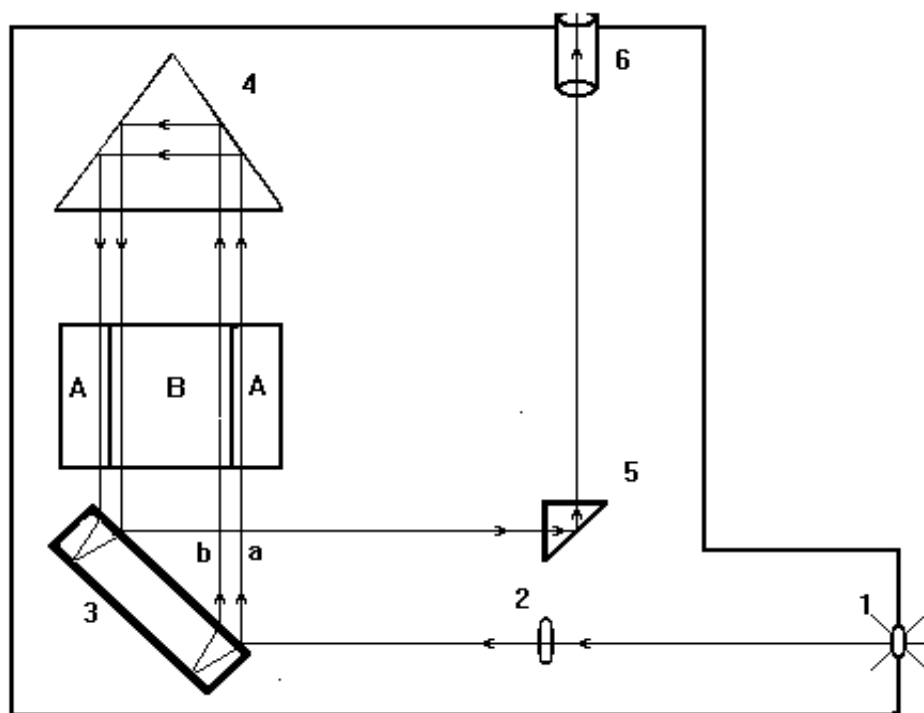


Рисунок 19.2 – Рабочая схема интерферометра ШИ-5

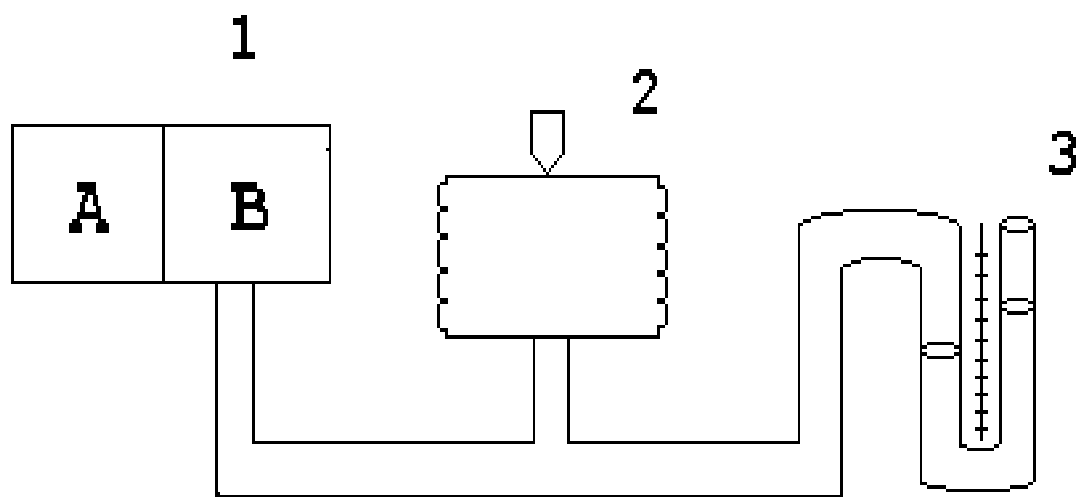


Рисунок 19.3 – Принципиальная схема регулирования и измерения давления: 1 – кюветы; 2 – сильфон с вентилем; 3 – манометр (водяной)

При отражении от верхней и нижней граней пластины 3 между лучами  $a$  и  $b$  возникает разность хода, которую убирают таким образом. На пути лучей ставится призма 4, которая поворачивает лучи на  $180^\circ$ , и эти лучи, пройдя кюветы  $A$  и  $B$ , снова попадают на пластину 3. Причем в результате отражения от нижней и верхней граней (рисунок 19.2) лучи  $a$  и  $b$  теряют возникшую в результате первого отражения разность хода. Далее лучи идут вдоль одной прямой и попадают на поворотную призму 5, с помощью которой можно смещать положение интерференционной картины в поле зрения окуляра 6. Ручка поворота призмы 5 находится на левой стенке прибора ШИ-5. Поворачивая эту ручку, можно установить один из минимумов интерференционной картины на нуль шкалы (или на любое другое деление).

Следует отметить, что применение поворотной призмы 4 вдвое увеличивает длину хода лучей в кюветах – вдвое увеличивается и чувствительность прибора.

### 19.5 Задание и порядок выполнения работы

1. Включить осветитель (вместо осветителя и светофильтра может быть применен монохроматор, дающий свет большой монохроматичности).
2. Вращением ручки сильфона установить одинаковое давление в обеих кюветах (при этом уровень воды в левом и правом коленах манометра должен быть одинаков).
3. Установить подвижной призмой 5 один из  $\min$  на нуль шкалы (или на любое другое деление).
4. Изменять давление в кювете  $B$  с помощью сильфонного вентиля до тех пор, пока следующий  $\min$ , вследствие сдвига интерференционной картины, не установится на нуль шкалы (или на любое другое первоначально выбранное деление). Этот сдвиг происходит вследствие изменения оптической разности хода на одну длину волны  $\lambda$  излучения. Примечание: изменение давления в кювете  $B$  производить медленно, чтобы процесс сжатия можно было считать изотермическим. Вращение ручки сильфонного вентиля производить по часовой стрелке, во избежание попадания воды в кювету  $B$ .
5. Произвести 3 – 5 измерений, постепенно увеличивая разность давлений в кюветах  $B$  и  $A$ .

6. Полученные данные занести в таблицу 19.1.

Таблица 19.1 – Результаты измерений

| Порядок <i>tin</i> | Давление по манометру |                    |            |    | Разность показателей преломления, Δn | $C = \frac{\Delta n}{\frac{\Delta P}{\frac{1}{\text{Па}}}}$ , |
|--------------------|-----------------------|--------------------|------------|----|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
|                    | Левое колено, мм.     | Правое колено, мм. | ΔP         |    |                                      |                                                               |
|                    |                       |                    | мм.вод.ст. | Па |                                      |                                                               |
| 1.                 |                       |                    |            |    |                                      |                                                               |
| 2.                 |                       |                    |            |    |                                      |                                                               |
| 3.                 |                       |                    |            |    |                                      |                                                               |
| 4.                 |                       |                    |            |    |                                      |                                                               |
| 5.                 |                       |                    |            |    |                                      |                                                               |

7. Вычислить разность давлений  $\Delta P$  в левом и правом колене манометра и  $\Delta n$  по формуле 19.15.

8. Построить график  $\Delta n = f(\Delta P)$ .

9. По графику определить отношение  $C = \frac{\Delta n}{\Delta m}$ .

10. Рассчитать приборную погрешность по формуле

$$\varepsilon = \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta(\Delta P)}{\Delta P}, \quad (19.16)$$

где  $\Delta m = 0$ ,

$\Delta \lambda$  и  $\lambda$ ,  $\Delta L$  и  $L$  даны в дополнительных указаниях к работе;

$\Delta(\Delta P) = 1 + 1 = 2$  мм водного столба;

$\Delta P$  – наименьшее значение разности давлений в опыте, в мм водного столба.

11. Определить абсолютную погрешность  $\Delta C = \varepsilon \cdot C = \dots$

12. Рассчитать показатель преломления воздуха при нормальных условиях по формуле (19.10). Ответ предоставить в виде

$$n = 1 + (C \cdot P_0 \pm \Delta C \cdot P_0) = \dots, \quad \varepsilon = \dots$$

### 19.6 Контрольные вопросы

1. В чем заключается явление интерференции?
2. Какие источники света называются когерентными?
3. Какой вид будет иметь интерференционная картина в белом свете? Почему? Почему нулевая полоса не имеет радужной окраски?
4. Почему в эксперименте при изменении давления происходит сдвиг интерференционной картины?
5. Объяснить роль пластины 3 в интерферометре ШИ-5.
6. Объяснить работу ШИ-5.
7. Вывести формулу 19.16.
8. Какую часть от нормального атмосферного давления составляет максимальная разность давлений в кюветах при эксперименте?

### Содержание отчета

1. Лабораторная работа № ...
2. Наименование работы.
3. Цель работы.
4. Приборы и материалы.
5. Чертеж или схема установки (если требуется).
6. Формулы искомых величин и их погрешностей.
7. Таблица с результатами измерений и вычислений погрешностей (если требуется).
8. Вычисления результатов.
9. Окончательный результат, вывод и прочее (согласно цели работы).

В выводе необходимо ответить на вопросы:

- что вы делали, в чём цель вашей работы;
  - какие результаты вы ожидали получить;
- совпали ли результаты вашей работы с ожидаемыми

## **Тема 7. Основы квантовой оптики**

### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 15-16 КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ**

**Цель**-закрепить изученный материал по тематике «Квантовая природа излучения. Тепловое излучение и его характеристики. Закон Кирхгофа. Законы Стефана — Больцмана и смещения Вина. Формулы Рэлея — Джинса и Планка. Виды фотоэлектрического эффекта. Законы внешнего фотоэффекта».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в то числе и самостоятельно.

#### **Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

#### **Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

#### **Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способностью к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей

профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности направления Химическая технология

## Теоретическая часть

### 1. Тепловое излучение и его характеристики

Тела, нагретые до достаточно высоких температур, светятся. Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется **тепловым (температурным) излучением**. Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т. е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше 0 К. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких — преимущественно длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение — практически единственный вид излучения, который может быть **равновесным**. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит равновесие, т. е. тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать. Допустим, что равновесие между телом и излучением по какой-либо причине нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура тела начнет понижаться (или повышаться). В результате будет ослабляться (или возрастать) количество излучаемой телом энергии, пока, наконец, не установится равновесие. Все другие виды излучения неравновесны.

Количественной характеристикой теплового излучения служит **спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела** — мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{изл}}}{d\nu},$$

где  $dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{изл}}$  — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения) с единицы площади поверхности тела в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu+d\nu$ .

Единица спектральной плотности энергетической светимости ( $R_{\nu,T}$ ) — **джоуль на метр в квадрате (Дж/м<sup>2</sup>)**.

Записанную формулу можно представить в виде функции длины волны:

$$dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{изл}} = R_{\nu,T}d\nu = R_{\lambda,T}d\lambda.$$

Так как  $c = \lambda \nu$ , то

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c},$$

где знак минус указывает на то, что с возрастанием одной из величин ( $\nu$  или  $\lambda$ ) другая величина убывает. Поэтому в дальнейшем знак минус будем опускать. Таким образом,

$$R_{\nu,T} = R_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{c}.$$

$$(197.1)$$

С помощью формулы (197.1) можно перейти от  $R_{\nu,T}$  к  $R_{\lambda,T}$  и наоборот.

Зная спектральную плотность энергетической светимости, можно вычислить **интегральную энергетическую светимость (интегральную излучательность)** (ее называют просто энергетической светимостью тела), просуммировав по всем частотам:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu,T} d\nu.$$

(197.2)

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется **спектральной поглотительной способностью**

$$A_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,T}^{\text{погл}}}{dW_{\nu,T}},$$

показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от  $\nu$  до  $\nu+d\nu$ , поглощается телом. Спектральная поглотительная способность — величина безразмерная. Величины  $R_{\nu,T}$  и  $A_{\nu,T}$  зависят от природы тела, его термодинамической температуры и при этом различаются для излучений с различными частотами. Поэтому эти величины относят к определенным  $T$  и  $\nu$  (вернее, к достаточно узкому интервалу частот от  $\nu$  до  $\nu+d\nu$ ).

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты, называется черным. Следовательно, спектральная поглотительная способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице ( $A_{\nu,T}^{\text{ч}} \equiv 1$ ). Абсолютно черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа, платиновая чернь, черный бархат и некоторые другие, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к ним.

Идеальной моделью черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием  $O$ , внутренняя поверхность которой зачернена (рис. 286). Луч света, попавший внутрь такой полости, испытывает многократные отражения от стенок, в результате чего интенсивность вышедшего излучения оказывается практически равной нулю. Опыт показывает, что при размере отверстия, меньшего 0,1 диаметра полости, падающее излучение всех частот полностью поглощается. Вследствие этого открытые окна домов со стороны улицы кажутся черными, хотя внутри комнат достаточно светло из-за отражения света от стен.

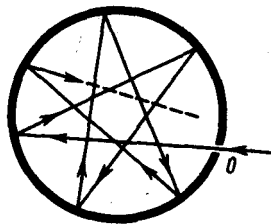


Рис. 286

- На фарфоровой тарелке на светлом фоне имеется темный рисунок. Почему, если ее быстро вынуть из печи, где она нагрелась до высокой температуры, и рассматривать в темноте, наблюдается светлый рисунок на темном фоне?
- Чем отличается серое тело от черного?

Наряду с понятием черного тела используют понятие **серого тела** — тела, поглотительная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела. Таким образом, для серого тела  $A_{\nu,T}^{\text{с}} = A_T = \text{const} < 1$ .

Исследование теплового излучения сыграло важную роль в создании квантовой теории света, поэтому необходимо рассмотреть законы, которым оно подчиняется.

## 2. Закон Кирхгофа

Кирхгоф, опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условия равновесного излучения в изолированной системе тел, установил количественную связь между спектральной плотностью энергетической светимости и спектральной поглотительной способностью тел. Отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглотительной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры (**закон Кирхгофа**):

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}. \quad (198.1)$$

Для черного тела  $A_{\nu,T}^{\text{ч}} \equiv 1$ , поэтому из закона Кирхгофа (см. (198.1)) вытекает, что  $R_{\nu,T}$  для черного тела равна  $r_{\nu,T}$ . Таким образом, **универсальная функция Кирхгофа**  $r_{\nu,T}$  есть не что иное, как *спектральная плотность энергетической светимости черного тела*. Следовательно, согласно закону Кирхгофа, для всех тел отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности равно спектральной плотности энергетической светимости черного тела *при той же температуре и частоте*.

Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность энергетической светимости любого тела в любой области спектра всегда меньше спектральной плотности энергетической светимости черного тела (при тех же значениях  $T$  и  $\nu$ ), так как  $A_{\nu,T} < 1$  и поэтому  $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$ . Кроме того, из (198.1) вытекает, что если тело при данной температуре  $T$  не поглощает электромагнитные волны в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu+d\nu$ , то оно их в этом интервале частот при температуре  $T$  и не излучает, так как при  $A_{\nu,T}=0$   $R_{\nu,T}=0$ .

Используя закон Кирхгофа, выражение для энергетической светимости тела (197.2) можно записать в виде

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu.$$

Для серого тела

$$R_T^{\text{с}} = A_T \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = A_T R_e, \quad (198.2)$$

где

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu$$

— **энергетически светимость черного тела** (зависит только от температуры).

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение, являясь настолько характерным для него, что может служить надежным критерием для определения природы излучения. Излучение, которое закону Кирхгофа не подчиняется, не является тепловым.

### 3. Законы Стефана — Больцмана и смещения Вина

Из закона Кирхгофа (см. (198.1)) следует, что спектральная плотность энергетической светимости черного тела является универсальной функцией, поэтому нахождение ее явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

Австрийский физик И. Стефан (1835—1893), анализируя экспериментальные данные (1879), и Л. Больцман, применяя термодинамический метод (1884), решили эту задачу лишь частично, установив зависимость энергетической светимости  $R_e$  от температуры. Согласно **закону Стефана — Больцмана**,

$$R_e = \sigma T^4, \quad (199.1)$$

т.е. энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана: ее экспериментальное значение равно  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$ .

Закон Стефана — Больцмана, определяя зависимость  $R_e$  от температуры, не дает ответа относительно спектрального состава излучения черного тела. Из экспериментальных

кривых зависимости функции  $r_{\lambda,T}$  от длины волны  $\lambda$  ( $r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^5} r_{\nu,T}$ ) при различных температурах (рис. 287) следует, что распределение энергии в спектре черного тела является неравномерным. Все кривые имеют явно выраженный максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких волн. Площадь, ограниченная кривой зависимости  $r_{\lambda,T}$  от  $\lambda$  и осью абсцисс, пропорциональна энергетической светимости  $R_e$  черного тела и, следовательно, по закону Стефана — Больцмана, четвертой степени температуры.

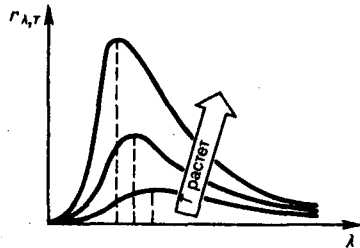


Рис. 287

- В чем заключается физический смысл универсальной функции Кирхгофа?
- Как и во сколько раз изменится энергетическая светимость черного тела, если его термодинамическая температура уменьшится вдвое?
- Как сместится максимум спектральной плотности энергетической светимости  $r_{\nu,T}$  черного тела с повышением температуры?

Немецкий физик В. Вин (1864—1928), опираясь на законы термо- и электродинамики, установил зависимость длины волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующей максимуму функции  $r_{\lambda,T}$ , от температуры  $T$ . Согласно **закону смещения Вина**,

$$\lambda_{\max} = b/T, \quad (199.2)$$

т. е. длина волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости  $r_{\lambda,T}$  черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре,  $b$  — постоянная Вина; ее экспериментальное значение равно  $2,9 \cdot 10^{-3}$  м·К. Выражение (199.2) потому называют *законом смещения Вина*, что оно показывает смещение положения максимума функции  $r_{\lambda,T}$  по мере возрастания температуры в область коротких длин волн. Закон Вина объясняет, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например, переход белого каления в красное при остывании металла).

#### 4. Формулы Рэлея — Джинса и Планка

Из рассмотрения законов Стефана — Больцмана и Вина следует, что термодинамический подход к решению задачи о нахождении универсальной функции Кирхгофа  $r_{\nu,T}$  не дал желаемых результатов. Следующая строгая попытка теоретического вывода зависимости  $r_{\nu,T}$  принадлежит английским ученым Д. Рэлею и Д. Джинсу (1877—1946), которые применили к тепловому излучению методы статистической физики, воспользовавшись классическим законом равномерного распределения энергии по степеням свободы.

**Формула Рэлея — Джинса** для спектральной плотности энергетической светимости черного тела имеет вид

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (200.1)$$

где  $\langle \varepsilon \rangle = kT$  — средняя энергия осциллятора с собственной частотой  $\nu$ . Для осциллятора, совершающего колебания, средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы (см. 50), поэтому средняя энергия каждой колебательной степени свободы  $\langle \varepsilon \rangle = kT$ .

Как показал опыт, выражение (200.1) согласуется с экспериментальными данными *только* в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула Рэлея — Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом

смещения Вина (рис. 288). Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана — Больцмана (см. (199.1)) из формулы Рэля — Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная с использованием (200.1) энергетическая светимость черного тела (см. (198.3))

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty,$$

в то время как по закону Стефана — Больцмана  $R_e$  пропорциональна четвертой степени температуры. Этот результат получил название «ультрафиолетовой катастрофы». Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

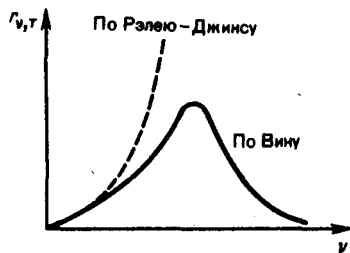


Рис. 288

- Нарисуйте и сопоставьте кривые  $r_{\nu,T}$  и  $r_{\lambda,T}$ .
- Используя формулу Планка, найдите постоянную Стефана — Больцмана.
- При каких условиях из формулы Планка получаются закон смещения Вина и формула Рэля — Джинса?

В области больших частот хорошее согласие с опытом дает **формула Вина** (закон **излучения Вина**), полученная им из общих теоретических соображений:

$$r_{\nu,T} = C\nu^3 A e^{-A\nu/T},$$

где  $r_{\nu,T}$  — спектральная плотность энергетической светимости черного тела,  $C$  и  $A$  — постоянные величины. В современных обозначениях с использованием постоянной Планка, которая в то время еще не была известна, закон излучения Вина может быть записан в виде

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/(kT)}.$$

Правильное, согласующееся с опытными данными выражение для спектральной плотности энергетической светимости черного тела было найдено в 1900 г. немецким физиком М. Планком. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться *непрерывно*, т. е. может принимать любые сколь угодно близкие значения. Согласно выдвинутой Планком **квантовой гипотезе**, атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями — квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебания (см. (170.3)):

$$\varepsilon_0 = h\nu = hc/\lambda, \quad (200.2)$$

где  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·с — **постоянная Планка**. Так как излучение испускается порциями, то энергия осциллятора  $\varepsilon$  может принимать лишь определенные *дискретные значения*, кратные целому числу элементарных порций энергии  $\varepsilon_0$ :

$$\varepsilon = n h \nu \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

В данном случае среднюю энергию  $\langle \varepsilon \rangle$  осциллятора нельзя принимать равной  $kT$ . В приближении, что распределение осцилляторов по возможным дискретным состояниям подчиняется распределению Больцмана (45), средняя энергия осциллятора

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1},$$

а спектральная плотность энергетической светимости черного тела

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}.$$

Таким образом, Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1},$$

(200.3)

Из формулы Планка, зная универсальные постоянные  $h$ ,  $k$  и  $c$ , можно вычислить постоянные Стефана — Больцмана  $\sigma$  и Вина  $b$ . С другой стороны, зная экспериментальные значения  $\sigma$  и  $b$ , можно вычислить значения  $h$  и  $k$  (именно так и было впервые найдено числовое значение постоянной Планка).

Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит в себе частные законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основной Задания и вопросы теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

## 5. Виды фотоэлектрического эффекта. Законы внешнего фотоэффекта

Гипотеза Планка, блестяще решившая задачу теплового излучения черного тела, получила подтверждение и дальнейшее развитие при объяснении фотоэффекта — явления, открытие и исследование которого сыграло важную роль в становлении квантовой теории. Различают фотоэффект внешний, внутренний и вентильный. **Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом)** называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения. Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация). Фотоэффект обнаружен (1887 г.) Г. Герцем, наблюдавшим усиление процесса разряда при облучении искрового промежутка ультрафиолетовым излучением.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены русским ученым А. Г. Столетовым. Принципиальная схема для исследования фотоэффекта приведена на рис. 289. Два электрода (катод  $K$  из исследуемого металла и анод  $A$  — в схеме Столетова применялась металлическая сетка) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра  $R$  можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко), измеряется включенным в цепь миллиамперметром. Облучая катод светом различных длин волн, Столетов установил следующие закономерности, не утратившие своего значения до нашего времени: 1) наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение; 2) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды; 3) сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его интенсивности.

Дж. Дж. Томсон в 1898 г. измерил удельный заряд испускаемых под действием света частиц (по отклонению в электрическом и магнитном полях). Эти измерения показали, что под действием света вырываются электроны.

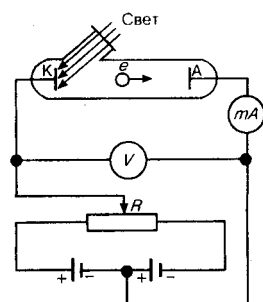


Рис. 289

- Почему фотоэлектрические измерения весьма чувствительны к природе и состоянию поверхности фотокатода?
- Может ли золотая пластинка служить фотосопротивлением?
- Как при заданной частоте света изменится фототок насыщения с уменьшением освещенности катода?
- Как из опытов по фотоэффекту определяется постоянная Планка?

**Внутренний фотоэффект** — это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению **фотопроводимости** (повышению электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению э.д.с.

**Вентильный фотоэффект**, являющийся разновидностью внутреннего фотоэффекта, — возникновение э.д.с. (фото-э.д.с.) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект открывает, таким образом, пути для прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

На рис. 289 приведена экспериментальная установка для исследования **вольт-амперной характеристики фотоэффекта** — зависимости фототока  $I$ , образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения  $U$  между электродами. Такая зависимость, соответствующая двум различным освещенностям  $E$ , катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис. 290. По мере увеличения  $U$  фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями. Максимальное значение тока  $I_{\text{нас}}$  — **фототок насыщения** — определяется таким значением  $U$ , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{\text{нас}} = en,$$

где  $n$  — число электронов, испускаемых катодом в 1 с.

(202.1)

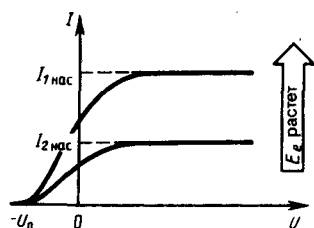


Рис. 290

- При замене одного металла другим длина волны, соответствующая красной границе, уменьшается. Что можно сказать о работе выхода этих металлов?
- Как с помощью уравнения Эйнштейна объяснить I и II законы фотоэффекта?
- Нарисуйте и объясните вольт-амперные характеристики, соответствующие двум различным освещенностям катода при заданной частоте света и двум различным частотам при заданной освещенности.

Из вольт-амперной характеристики следует, что при  $U=0$  фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью  $v$ , а значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить **задерживающее напряжение**  $U_0$ . При  $U=U_0$  ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью  $v_{\text{max}}$ , не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$mv_{\text{max}}^2/2 = eU_0,$$

т. е., измерив задерживающее напряжение  $U_0$ , можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектронов.

При изучении вольт-амперных характеристик разнообразных материалов (важна чистота поверхности, поэтому измерения проводятся в вакууме и на свежих поверхностях) при различных частотах падающего на катод излучения и различных энергетических освещенностях катода и обобщения полученных данных были установлены следующие **три закона внешнего фотоэффекта**.

**I. Закон Столетова:** при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности  $E_e$  катода).

- II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой  $\nu$ .
- III. Для каждого вещества существует *красная граница* фотоэффекта, т. е. минимальная частота  $\nu_0$  света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

Качественное объяснение фотоэффекта с волновой точки зрения на первый взгляд не должно было бы представлять трудностей. Действительно, под действием поля световой волны в металле возникают вынужденные колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл; тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия вырываемого из металла электрона должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с увеличением последней электрону передавалась бы большая энергия. Однако этот вывод противоречит II закону фотоэффекта. Так как, по волновой теории, энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла; иными словами, красной границы фотоэффекта не должно быть, что противоречит III закону фотоэффекта. Кроме того, волновая теория не смогла объяснить **безынерционность фотоэффекта**, установленную опытами. Таким образом, фотоэффект необъясним с точки зрения волновой теории света.

### Задания и вопросы

1. Определить температуру  $T$ , при которой энергетическая светимость  $M_e$  черного тела равна  $10 \text{ кВт/м}^2$ .
2. Поток энергии  $\Phi_e$ , излучаемый из смотрового окошка плавильной печи, равен  $34 \text{ Вт}$ . Определить температуру  $T$  печи, если площадь отверстия  $S = 6 \text{ см}^2$ .
3. Определить энергию  $W$  излучаемую за время  $t = 1 \text{ мин}$  из смотрового окошка площадью  $S = 8 \text{ см}^2$  плавильной печи, если ее температура  $T = 1,2 \text{ кК}$ .
4. Температура  $T$  верхних слоев звезды Сириус равна  $10 \text{ кК}$ . Определить поток энергии  $\Phi_e$ , излучаемый с поверхности площадью  $S = 1 \text{ км}^2$  этой звезды.
5. Определить относительное увеличение  $\Delta M_e/M_e$  энергетической светимости черного тела при увеличении его температуры на  $1\%$ .
6. Во сколько раз надо увеличить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость  $M_e$  возросла в два раза?
7. Принимая, что Солнце излучает как черное тело, вычислить его энергетическую светимость  $M_e$  и температуру  $T$  его поверхности. Солнечный диск виден с Земли под углом  $\vartheta = 32'$ . Солнечная постоянная  $C = 1,4 \text{ кДж/(м}^2 \cdot \text{с)}$ .
8. На какую длину волны  $\lambda_m$  приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости  $(M_{\lambda,T})_{\max}$  черного тела при температуре  $t = 0^\circ\text{C}$ ?
9. Температура верхних слоев Солнца равна  $5,3 \text{ кК}$ . Считая Солнце черным телом, определить длину волны  $\lambda_m$ , которой соответствует максимальная спектральная плотность энергетической светимости  $(M_{\lambda,T})_{\max}$  Солнца.
10. Определить температуру  $T$  черного тела, при которой максимум спектральной плотности энергетической светимости  $(M_{\lambda,T})_{\max}$  приходится на красную границу видимого спектра ( $\lambda_1 = 750 \text{ нм}$ ); на фиолетовую ( $\lambda_2 = 380 \text{ нм}$ ).
11. Максимум спектральной плотности энергетической светимости  $(M_{\lambda,T})_{\max}$  яркой звезды Арктур приходится на длину волны  $\lambda_m = 580 \text{ нм}$ . Принимая, что звезда излучает как черное тело, определить температуру  $T$  поверхности звезды.
12. Вследствие изменения температуры черного тела максимум спектральной плотности  $(M_{\lambda,T})_{\max}$  сместился с  $\lambda_1 = 2,4 \text{ мкм}$  на  $\lambda_2 = 0,8 \text{ мкм}$ . Как и во сколько раз изменились

энергетическая светимость  $M_e$  тела и максимальная спектральная плотность энергетической светимости?

13. При увеличении термодинамической температуры.  $T$  черного тела в два раза длина волны  $\lambda_m$  на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости  $(M_{\lambda,T})_{max}$ , уменьшилась на  $\Delta\lambda = 400$  нм. Определить начальную и конечную температуры  $T_1$  и  $T_2$ .

14. Эталон единицы силы света — кандела — представляет собой полный (излучающий волны всех длин) излучатель, поверхность которого площадью  $S = 0,5305$  мм<sup>2</sup> имеет температуру  $t$  затвердевания платины, равную 1063 °С. Определить мощность  $P$  излучателя.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ПЛАНКА

**Цель работы:** экспериментально проверить уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта и определить постоянную Планка.

### 25.1 Оборудование и материалы

1. Фотоэлемент.
2. Источник питания.
3. Источник света с набором светофильтров.
4. Потенциометр.
5. Миллиамперметр.
6. Милливольтметр.

### 25.2 Теоретическое введение

Явление внешнего фотоэффекта описывается уравнением Эйнштейна

$$h\nu = A + \frac{mV_{max}^2}{2}, \quad (25.1)$$

где  $h$  – постоянная Планка,

$\nu$  – частота света,

$A$  – работа выхода электрона из металла,

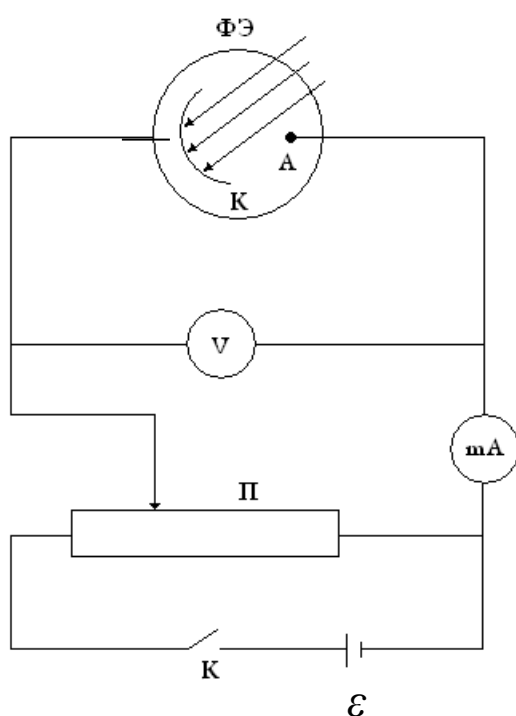


Рисунок 25.1 – Схема включения фотоэлемента в цепь

$\frac{mV_{max}^2}{2}$  – максимальная кинетическая энергия выбиваемого фотоном электрона (фотоэлектрона),

$m$  – масса фотоэлектрона,

$V_{max}$  – его максимальная скорость.

Для исследования внешнего фотоэффекта обычно используют вакуумные фотоэлементы, спектральная чувствительность которых находится в видимой части спектра.

Фотоэлемент ФЭ состоит из стеклянной колбы, на поверхности которой нанесен тонкий слой металла (фотокатод  $K$ ) и собирающего электрода (анод  $A$ ).

Схема включения ФЭ в цепь показана на рисунке 25.1. Типичная зависимость фототока

фотоэлемента от приложенного к его электродам напряжения (вольтамперная характеристика) показана на рисунке 25.2.

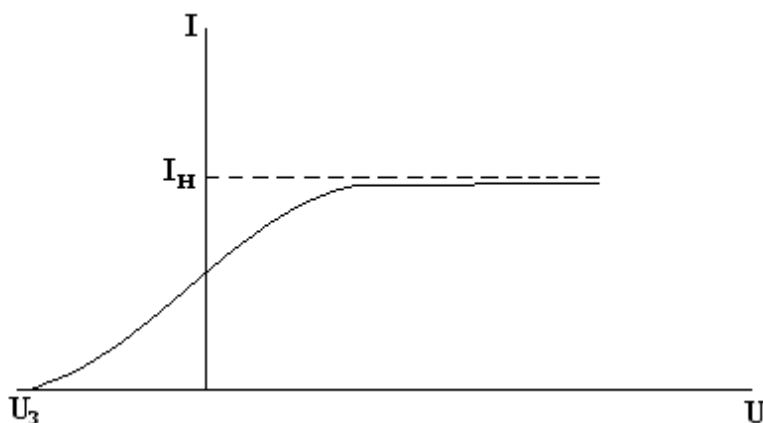


Рисунок 25.2 – Вольтамперная характеристика фотоэлемента

Здесь  $I_H$  – фототок насыщения,

$U_3$  – задерживающий потенциал, при котором фототок обращается в нуль. По величине  $U_3$  может быть определена максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона:

$$\frac{mV_{max}^2}{2} = \hbar U_3, \quad (25.2)$$

где  $e$  – заряд электрона.

Подставляя уравнение (7.1) в (7.2), получаем:

$$U_3 = \frac{h}{e} \nu - \frac{A}{e}. \quad (25.3)$$

)

Из уравнения (25.3) следует, что величина задерживающего потенциала  $U_3$  линейно зависит от частоты света  $\nu$  (рисунок 25.3).

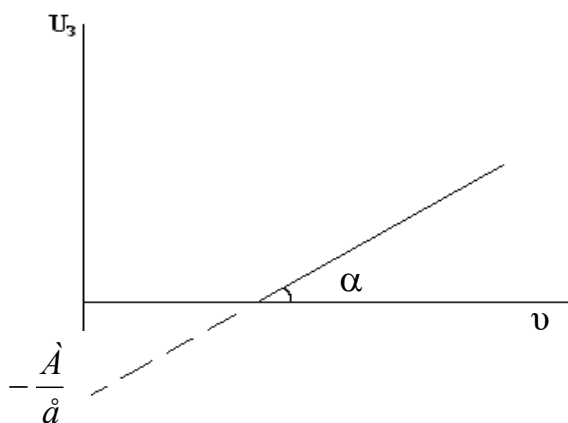


Рисунок 25.3 – Зависимость задерживающего потенциала от

частоты света

Постоянную Планка можно определить, измерив угловой коэффициент линейной зависимости (25.3)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta U_3}{\Delta \nu} = \frac{h}{e}.$$

(25.4  
)

Отсюда получаем:

$$h = e \cdot \operatorname{tg} \alpha .$$

(25.5  
)

### 25.3 Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки показана на рисунке 25.1. Изменение напряжения, подаваемого на электроды фотоэлемента, производится с помощью потенциометра П. Задерживающий потенциал  $U_3$  измеряется с помощью вольтметра  $V$ , фототок – с помощью миллиамперметра  $mA$ .

Фотоэмиссия электронов происходит при облучении фотокатода световым монохроматическим пучком от ртутной лампы. Выделение светового пучка узкой спектральной ширины осуществляется при помощи набора узкополосных светофильтров.

#### 25.4 Задание и порядок выполнения работы

1. Собрать электрическую схему установки согласно рисунку 25.1.
2. Включить источник света и установить светофильтр соответствующей частоты  $\nu$ .
3. Замкнуть ключ  $K$  и с помощью потенциометра  $\Pi$  установить на электродах фотоэлемента ФЭ разность потенциалов  $U_3$ , добиваясь отсутствия тока в цепи фотоэлемента. Значения частоты света  $\nu$  и задерживающего потенциала занести в таблицу наблюдений. Ключ  $K$  разомкнуть.
4. Повторить п.п. 2 и 3 для других светофильтров.
5. По табличным данным построить на миллиметровке график зависимости  $U_3$  от частоты  $\nu$ , с

помощью которого найти значение 
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta U_3}{\Delta \nu}.$$

6. По формуле (25.5) вычислить значение постоянной Планка  $h$ .
7. Оценить погрешность измерения по стандартной методике.
8. Сделать выводы по выполненной работе. Записать ответ.

#### Содержание отчета

1. Лабораторная работа № ...
2. Наименование работы.
3. Цель работы.
4. Приборы и материалы.
5. Чертеж или схема установки (если требуется).
6. Формулы искомых величин и их погрешностей.
7. Таблица с результатами измерений и вычислений погрешностей (если требуется).
8. Вычисления результатов.
9. Окончательный результат, вывод и прочее (согласно цели работы).

В выводе необходимо ответить на вопросы:

- что вы делали, в чём цель вашей работы;
- какие результаты вы ожидали получить;
- совпали ли результаты вашей работы с ожидаемыми.

## ТЕМА 8. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 15 ТЕОРИЯ АТОМА ВОДОРОДА ПО БОРУ

**Цель**-закрепить изученный материал по тематике «Теория атома водорода по Бору. Модели атома Томсона и Резерфорда. Элементы квантовой механики. Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества. Волновая функция и ее статистический смысл».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в то числе и самостоятельно.

**Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

**Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности,

использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

**Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способность к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности направления Химическая технология

## **Теоретическая часть**

### **1. Модели атома Томсона и Резерфорда**

Представление об атомах как неделимых мельчайших частицах вещества («атомос» — неразложимый) возникло еще в античные времена (Демокрит, Эпикур, Лукреций). В средние века, во времена безграничного господства церкви, учение об атомах, будучи материалистическим, естественно, не могло получить признания, а тем более дальнейшего развития. К началу XVIII в. атомистическая теория приобретает все большую популярность, так как к этому времени в работах А. Лавуазье (1743—1794, французский химик), М. В. Ломоносова и Д. Дальтона была доказана реальность существования атомов. Однако в это время вопрос о внутреннем строении атомов даже не возникал, так как атомы по-прежнему считались неделимыми.

Большую роль в развитии атомистической теории сыграл Д. И. Менделеев, разработавший в 1869 г. Периодическую систему элементов, в которой впервые на научной основе был поставлен вопрос о единой природе атомов. Во второй половине XIX в. экспериментально было доказано, что электрон является одной из основных составных частей любого вещества. Эти выводы, а также многочисленные экспериментальные данные привели к тому, что в начале XX в. серьезно встал вопрос о строении атома.

Первая попытка создания на основе накопленных экспериментальных данных модели атома принадлежит Дж. Дж. Томсону (1903). Согласно этой модели, атом представляет собой непрерывно заряженный положительным зарядом шар радиусом порядка  $10^{-10}$  м, внутри которого около своих положений равновесия колеблются электроны; суммарный отрицательный заряд электронов равен положительному заряду шара, поэтому атом в целом нейтрален. Через несколько лет было доказано, что представление о непрерывно распределенном внутри атома положительном заряде ошибочно.

В развитии представлений о строении атома велико значение опытов английского физика Э. Резерфорда (1871—1937) по рассеянию  $\alpha$ -частиц в веществе. Альфа-частицы возникают при радиоактивных превращениях; они являются положительно заряженными частицами с зарядом  $2e$  и массой, примерно в 7300 раз большей массы электрона. Пучки  $\alpha$ -частиц обладают высокой монохроматичностью (для данного превращения имеют практически одну и ту же скорость (порядка  $10^7$  м/с)).

Резерфорд, исследуя прохождение  $\alpha$ -частиц в веществе (через золотую фольгу толщиной примерно 1 мкм), показал, что основная их часть испытывает незначительные

отклонения, но некоторые  $\alpha$ -частицы (примерно одна из 20 000) резко отклоняются от первоначального направления (углы отклонения достигали даже  $180^\circ$ ). Так как электроны не могут существенно изменить движение столь тяжелых и быстрых частиц, как  $\alpha$ -частицы, то Резерфордом был сделан вывод, что значительное отклонение  $\alpha$ -частиц обусловлено их взаимодействием с положительным зарядом большой массы. Однако значительное отклонение испытывают лишь немногие  $\alpha$ -частицы; следовательно, лишь некоторые из них проходят вблизи данного положительного заряда. Это, в свою очередь, означает, что положительный заряд атома сосредоточен в объеме, очень малом по сравнению с объемом атома.

На основании своих исследований Резерфорд в 1911 г. предложил **ядерную (планетарную) модель атома**. Согласно этой модели, вокруг положительного ядра, имеющего заряд  $Ze$  ( $Z$  — порядковый номер элемента в системе Менделеева,  $e$  — элементарный заряд), размер  $10^{-15}$ — $10^{-14}$  м и массу, практически равную массе атома, в области с линейными размерами порядка  $10^{-10}$  м по замкнутым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома. Так как атомы нейтральны, то заряд ядра равен суммарному заряду электронов, т. е. вокруг ядра должно вращаться  $Z$  электронов.

Для простоты предположим, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите радиуса  $r$ . При этом кулоновская сила взаимодействия между ядром и электроном сообщает электрону центростремительное ускорение. Второй закон Ньютона для электрона, движущегося по окружности под действием кулоновской силы, имеет вид

$$\frac{Zee}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r},$$

(208.1)

где  $m_e$  и  $v$  — масса и скорость электрона на орбите радиуса  $r$ ,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная.

Уравнение (208.1) содержит два неизвестных:  $r$  и  $v$ . Следовательно, существует бесчисленное множество значений радиуса и соответствующих ему значений скорости (а значит, и энергии), удовлетворяющих этому уравнению. Поэтому величины  $r$ ,  $v$  (следовательно, и  $E$ ) могут меняться непрерывно, т. е. может испускаться любая, а не вполне определенная порция энергии. Тогда спектры атомов должны быть сплошными. В действительности же опыт показывает, что атомы имеют линейчатый спектр. Из выражения (208.1) следует, что при  $r \approx 10^{-10}$  м скорость движения электронов  $v = 10^6$  м/с, а ускорение  $v^2/r = 10^{22}$  м/с<sup>2</sup>. Согласно классической электродинамике, ускоренно движущиеся электроны должны излучать электромагнитные волны и вследствие этого непрерывно терять энергию. В результате электроны будут приближаться к ядру и в конце концов упадут на него. Таким образом, атом Резерфорда оказывается неустойчивой системой, что опять-таки противоречит действительности.

Попытки построить модель атома в рамках классической физики не привели к успеху: модель Томсона была опровергнута опытами Резерфорда, ядерная же модель оказалась неустойчивой электродинамически и противоречила опытным данным. Преодоление возникших трудностей потребовало создания качественно новой — *квантовой* — теории атома.

### Задания и вопросы

1. Вычислить радиусы  $r_2$  и  $r_3$  второй и третьей орбит в атоме водорода.
2. Определить скорость  $v$  электрона на второй орбите атома водорода.
3. Определить частоту обращения электрона на второй орбите атома водорода.
4. Определить потенциальную  $U$ , кинетическую  $T$  и полную  $E$  энергии электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.

5. Определить длину волны  $\lambda$ , соответствующую третьей спектральной линии в серии Бальмера.
6. Найти наибольшую  $\lambda_{\max}$  и наименьшую  $\lambda_{\min}$  длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена).
7. Вычислить энергию  $\varepsilon$  фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.
8. Определить наименьшую  $\varepsilon_{\min}$  и наибольшую  $\varepsilon_{\max}$  энергии фотона в ультрафиолетовой серии спектра водорода (серии Лаймана).
9. Атомарный водород, возбужденный светом определенной длины волны, при переходе в основное состояние испускает только три спектральные линии. Определить длины волн этих линий и указать, каким сериям они принадлежат.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 16 ЭЛЕМЕНТЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

**Цель-**закрепить изученный материал по тематике «Элементы современной физики атомов и молекул. Атом водорода в квантовой механике. 1s-Состояние электрона в атоме водорода. Спин электрона. Спиновое квантовое число. Элементы квантовой статистики. Квантовая статистика. Фазовое пространство. Функция распределения».

**Осваиваемые компетенции** в результате проведения практического занятия указаны в пункте «Общие сведения»

**Актуальность практического занятия** – закрепить полученные теоретические знания и выработать навыки и умения практического решения задач, в том числе и самостоятельно.

**Знать:**

- методы самоорганизации к самообразованию студента направления «Химическая технология», способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, основные законы физики, методы экспериментального исследования, основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления

**Уметь:**

- осуществлять эффективную коммуникацию в коллективе для решения профессиональных задач, способностью и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления, применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

**Владеть:**

- навыками работы в команде, навыками вести диалог, деловой спор; способностью к самоорганизации и самообразованию, навыками натурных экспериментов с последующей обработкой их результатов, методами математического, компьютерного и физического моделирования, методами решения технических задач, расчета производственных процессов и конструирования сооружений, машин и технологического оборудования, навыками оценивания результатов своей профессиональной деятельности в соответствии с основными законами физики, навыками самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания

## Теоретическая часть

### 1. Атом водорода в квантовой механике

Решение Задания и вопросы об энергетических уровнях электрона для атома водорода (а также водородоподобных систем: иона гелия  $\text{He}^+$ , двукратно ионизованного лития  $\text{Li}^{++}$  и др.) сводится к задаче о движении электрона в кулоновском поле ядра.

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, обладающим зарядом  $Ze$  (для атома водорода  $Z = 1$ ),

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

(223.1)

где  $r$  — расстояние между электроном и ядром. Графически функция  $U(r)$  изображена жирной кривой на рис. 302.  $U(r)$  с уменьшением  $r$  (при приближении электрона к ядру) неограниченно убывает.

Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией  $\psi$ , удовлетворяющей стационарному уравнению Шредингера (217.5), учитывающему значение (223.1):

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0,$$

(223.2)

где  $m$  — масса электрона,  $E$  — полная энергия электрона в атоме. Так как поле, в котором движется электрон, является центрально-симметричным, то для решения уравнения (223.2) обычно используют сферическую систему координат:  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ . Не вдаваясь в математическое решение этой Задания и вопросы, ограничимся рассмотрением важнейших результатов, которые из него следуют, пояснив их физический смысл.

**1. Энергия.** В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения типа (223.2) имеют решения, удовлетворяющие требованиям однозначности, конечности и непрерывности волновой функции  $\psi$ , только при собственных значениях энергии

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8 \hbar^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots),$$

(223.3)

т. е. для дискретного набора отрицательных значений энергии.

Таким образом, как и в случае «потенциальной ямы» с бесконечно высокими «стенками» (см. 220) и гармонического осциллятора (см. 222), решение уравнения Шредингера для атома водорода приводит к появлению дискретных энергетических уровней. Возможные значения  $E_1, E_2, E_3, \dots$  показаны на рис. 302 в виде горизонтальных прямых. Самый нижний уровень  $E_1$ , отвечающий минимальной возможной энергии, — **основной**, все остальные ( $E_n > E_1$ ,  $n = 2, 3, \dots$ ) — **возбужденные** (см. 212). При  $E < 0$  движение электрона является **связанным** — он находится внутри гиперболической «потенциальной ямы». Из рисунка следует, что по мере роста главного квантового числа  $n$  энергетические уровни располагаются теснее и при  $n \rightarrow \infty$   $E_\infty = 0$ . При  $E > 0$  движение электрона является **свободным**; область непрерывного спектра  $E > 0$  (заштрихована на рис. 302) соответствует **ионизованному атому**. Энергия ионизации атома водорода равна

$$E_i = -E_1 = m e^4 / (8 \hbar^2 \epsilon_0^2) = 13,55 \text{ эВ.}$$

Выражение (223.3) совпадает с формулой (212.3), полученной Бором для энергии атома водорода. Однако если Бору пришлось вводить дополнительные гипотезы (постулаты),

то в квантовой механике дискретные значения энергии, являясь следствием самой теории, вытекают непосредственно из решения уравнения Шредингера.

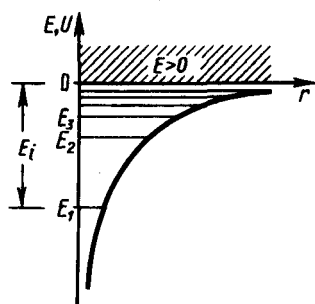


Рис. 302

- Что характеризуют квантовые числа: главное, орбитальное и магнитное? Какие значения они могут принимать?
- Каковы возможные значения  $l$  и  $m_l$  для главного квантового числа  $n=5$ ?
- Сколько различных состояний соответствует  $n=4$ ?

**2. Квантовые числа.** В квантовой механике доказывается, что уравнению Шредингера (223.2) удовлетворяют собственные функции  $\psi_{nlm_l}(r, \theta, \varphi)$ , определяемые тремя квантовыми числами: главным  $n$ , орбитальным  $l$  и магнитным  $m_l$ .

**Главное квантовое число  $n$ ,** согласно (223.3), определяет энергетические уровни электрона в атоме и может принимать любые целочисленные значения начиная с единицы:

$$n=1, 2, 3, \dots$$

Из решения уравнения Шредингера вытекает, что *момент импульса* (механический орбитальный момент) электрона квантуется, т. е. не может быть произвольным, а принимает дискретные значения, определяемые формулой

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (223.4)$$

где  $l$  — **орбитальное квантовое число**, которое при заданном  $n$  принимает значения

$$l=0, 1, \dots, (n-1), \quad (223.5)$$

т. е. всего  $n$  значений, и определяет момент импульса электрона в атоме.

Из решения уравнений Шредингера следует также, что вектор  $L_l$  момента импульса электрона может иметь лишь такие ориентации в пространстве, при которых его проекция  $L_{lx}$  на направление  $z$  внешнего магнитного поля принимает квантованные значения, кратные  $\hbar$ :

$$L_{lx} = \hbar m_l, \quad (223.6)$$

где  $m_l$  — **магнитное квантовое число**, которое при заданном  $l$  может принимать значения

$$m_l=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (223.7)$$

т. е. всего  $2l+1$  значений. Таким образом, **магнитное квантовое число  $m_l$**  определяет **проекцию момента импульса электрона на заданное направление**, причем вектор момента импульса электрона в атоме может иметь в пространстве  $2l+1$  ориентации.

Наличие квантового числа  $m_l$  должно привести в магнитном поле к расщеплению уровня с главным квантовым числом  $n$  на  $2l+1$  подуровней. Соответственно в спектре атома должно наблюдаться расщепление спектральных линий. Действительно, расщепление энергетических уровней в магнитном поле было обнаружено в 1896 г. голландским физиком П. Зеemanом (1865—1945) и получило название **эффекта Зеемана**. Расщепление уровней энергии во внешнем электрическом поле, тоже доказанное экспериментально, называется **эффектом Штарка\***.

\* И. Штарк (1874—1957) — немецкий физик.

Хотя энергия электрона (223.3) и зависит только от главного квантового числа  $n$ , но каждому собственному значению  $E_n$  (кроме  $E_1$ ) соответствует несколько собственных

функций  $\psi_{nlm_l}$ , отличающихся значениями  $l$  и  $m_l$ . Следовательно, атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в нескольких различных состояниях. Так как при данном  $n$  орбитальное квантовое число  $l$  может изменяться от 0 до  $n-1$  (см. (223.5)), а каждому значению  $l$  соответствует  $2l+1$  различных значений  $m_l$  (223.7), то число различных состояний, соответствующих данному  $n$ , равно

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2.$$

(223.8)

Квантовые числа и их значения являются следствием решений уравнений Шредингера и условий однозначности, непрерывности и конечности, налагаемых на волновую функцию  $\psi$ . Кроме того, так как при движении электрона в атоме существенны волновые свойства электрона, то квантовая механика вообще отказывается от классического представления об электронных орбитах. Согласно квантовой механике, каждому энергетическому состоянию соответствует волновая функция, квадрат модуля которой определяет вероятность обнаружения электрона в единице объема.

Вероятность обнаружения электрона в различных частях атома различна. Электрон при своем движении как бы «размазан» по всему объему, образуя электронное облако, плотность (густота) которого характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема атома. *Квантовые числа  $n$  и  $l$  характеризуют размер и форму электронного облака, а квантовое число  $m_l$  характеризует ориентацию электронного облака в пространстве.*

В атомной физике, по аналогии со спектроскопией, состояние электрона, характеризующееся квантовыми числами  $l=0$ , называют  $s$ -состоянием (электрон в этом состоянии называют  $s$ -электроном),  $l=1$  —  $p$ -состоянием,  $l=2$  —  $d$ -состоянием,  $l=3$  —  $f$ -состоянием и т. д. Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением орбитального квантового числа. Например, электроны в состояниях  $n=2$  и  $l=0$  и 1 обозначаются соответственно символами  $2s$  и  $2p$ .

Переход электрона из основного состояния в возбужденное обусловлен увеличением энергии атома и может происходить только при сообщении атому энергии извне, например за счет поглощения атомом фотона. Так как поглощающий атом находится обычно в основном состоянии, то спектр атома водорода должен состоять из линий, соответствующих переходам  $1s \rightarrow np$  ( $n = 2, 3, \dots$ ), что находится в полном согласии с опытом.

## 2. $1s$ -Состояние электрона в атоме водорода

$1s$ -Состояние электрона в атоме водорода является сферически-симметричным, т. е. не зависит от углов  $\theta$  и  $\varphi$ . Волновая функция  $\psi$  электрона в этом состоянии определяется только расстоянием  $r$  электрона от ядра, т. е.  $\psi = \psi_{100}(r)$ , где цифры в индексе соответственно указывают, что  $n=1$ ,  $l=0$  и  $m_l=0$ . Уравнению Шредингера для  $1s$ -состояния электрона в атоме водорода удовлетворяет функция вида

$$\psi = Ce^{-r/a},$$

(224.1)

где, как можно показать,  $a = \hbar^2 4\pi\epsilon_0 / (me^2)$  — величина, совпадающая с первым боровским радиусом  $a$  (см. (212.2)) для атома водорода,  $C$  — некоторая постоянная, определяемая из условия нормировки вероятностей (216.3).

Благодаря сферической симметрии  $\psi$ -функции вероятность обнаружения электрона на расстоянии  $r$  одинакова по всем направлениям. Поэтому элемент объема  $dV$ , отвечающий одинаковой плотности вероятности, обычно представляют в виде объема сферического слоя радиусом  $r$  и толщиной  $dr$ :  $dV = 4\pi r^2 dr$ . Тогда, согласно условию нормировки вероятностей (216.3) с учетом (224.1),

$$1 = \int_0^{\infty} |\psi|^2 dV = \int_0^{\infty} C^2 e^{-2r/a} 4\pi r^2 dr.$$

После интегрирования получим

$$C = 1/\sqrt{\pi a^3}. \quad (224.2)$$

Подставив выражение (224.2) в формулу (224.1), определим нормированную волновую функцию, отвечающую  $1s$ -состоянию электрона в атоме водорода:

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}. \quad (224.3)$$

Вероятность обнаружить электрон в элементе объема (см. (216.2)) равна

$$dW = |\psi|^2 dV = |\psi|^2 4\pi r^2 dr.$$

Подставив в эту формулу волновую функцию (224.3), получим

$$dW = \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/a} 4\pi r^2 dr.$$

Вычислим те расстояния  $r_{\max}$  от ядра, на которых электрон может быть обнаружен с наибольшей вероятностью. Исследуя выражение  $dW/dr$  на максимум, получим, что  $r_{\max} = a$ . Следовательно, электрон может быть обнаружен с наибольшей вероятностью на расстояниях, равных боровскому радиусу, т. е. имеется равная и наибольшая вероятность обнаружения электрона во всех точках, расположенных на сферах радиуса  $a$  с центром в ядре атома. Казалось бы, квантово-механический расчет дает полное согласие с теорией Бора. Однако, согласно квантовой механике, плотность вероятности лишь при  $r=a$  достигает максимума, оставаясь отличной от нуля во всем пространстве (рис. 305). Таким образом, в основном состоянии атома водорода наиболее вероятным расстоянием от электрона до ядра является расстояние, равное боровскому радиусу. В этом заключается квантово-механический смысл боровского радиуса.

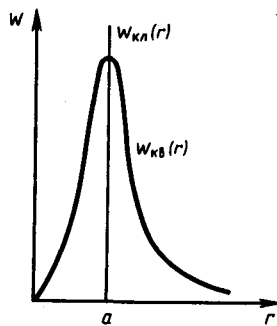


Рис. 305

- Каков квантово-механический смысл первого боровского радиуса?
- Сравните плотности вероятности обнаружения электрона в основном состоянии атома водорода согласно теории Бора и квантовой механики.
- Каковы правила квантования орбитального механического и собственного механического моментов импульса электрона? их проекций на направление внешнего магнитного поля?

### 3. Спин электрона. Спиновое квантовое число

О. Штерн и В. Герлах, проводя прямые измерения магнитных моментов (см. 131), обнаружили в 1922 г., что узкий пучок атомов водорода, заведомо находящихся в  $s$ -состоянии, в неоднородном магнитном поле расщепляется на два пучка. В этом состоянии момент импульса электрона равен нулю (см. (223.4)). Магнитный момент атома, связанный с орбитальным движением электрона, пропорционален механическому моменту (см. (131.3)), поэтому он равен нулю и магнитное поле не должно оказывать влияния на движение атомов водорода в основном состоянии, т. е. расщепления быть не должно. Однако в дальнейшем при применении спектральных приборов с большой разрешающей способностью было доказано, что спектральные линии атома водорода обнаруживают тонкую структуру (являются дублетами) *даже* в отсутствие магнитного поля.

Для объяснения тонкой структуры спектральных линий, а также ряда других трудностей в атомной физике американские физики Д. Уленбек (1900—1974) и С. Гаудсмит (1902—

1979) предположили, что электрон обладает **собственным неунитожимым механическим моментом импульса**, не связанным с движением электрона в пространстве, **спином** (см. 131).

Спин электрона (и всех других микрочастиц) — квантовая величина, у нее нет классического аналога; это внутреннее неотъемлемое свойство электрона, подобное его заряду и массе.

Если электрону приписывается собственный механический момент импульса (спин)  $L_s$ , то ему соответствует собственный магнитный момент  $p_{ms}$ . Согласно общим выводам квантовой механики, *спин квантуется по закону*

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)},$$

где  $s$  — **спиновое квантовое число**.

По аналогии с орбитальным моментом импульса, проекция  $L_{sz}$  спина квантуется так, что вектор  $L_s$  может принимать  $2s+1$  ориентации. Так как в опытах Штерна и Герлаха наблюдались только две ориентации, то  $2s+1=2$ , откуда  $s = \frac{1}{2}$ . Проекция спина на направление внешнего магнитного поля, являясь квантованной величиной, определяется выражением, аналогичным (223.6):

$$L_{sz} = \hbar m_s,$$

где  $m_s$  — **магнитное спиновое квантовое число**; оно может иметь только два значения:  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ .

Таким образом, опытные данные привели к необходимости характеризовать электроны (и микрочастицы вообще) добавочной внутренней степенью свободы. Поэтому для полного описания состояния электрона в атоме необходимо наряду с главным, орбитальным и магнитным квантовыми числами задавать еще магнитное спиновое квантовое число.

#### 4 Элементы квантовой статистики

##### Квантовая статистика. Фазовое пространство. Функция распределения

**Квантовая статистика** — раздел статистической физики, исследующий системы, которые состоят из огромного числа частиц, подчиняющихся законам квантовой механики.

В отличие от исходных положений классической статистической физики, в которой тождественные частицы различимы (частицу можно отличить от всех таких же частиц), квантовая статистика основывается на принципе неразличимости тождественных частиц (см. 226). При этом оказывается, как будет показано ниже, что коллективы частиц с целым и полуцелым спинами подчиняются разным статистикам.

Пусть система состоит из  $N$  частиц. Введем в рассмотрение многомерное пространство всех координат и импульсов частиц системы. Тогда состояние системы определяется заданием  $6N$  переменных, так как состояние каждой частицы определяется тройкой координат  $x, y, z$  и тройкой соответствующих проекций импульса  $p_x, p_y, p_z$ . Соответственно число «взаимно перпендикулярных» координатных осей данного пространства равно  $6N$ . Это  $6N$ -мерное пространство называется **фазовым пространством**. Каждому микросостоянию системы отвечает точка в  $6N$ -мерном фазовом пространстве, так как задание точки фазового пространства означает задание координат и импульсов всех частиц системы. Разобьем фазовое пространство на малые  $6N$ -мерные элементарные ячейки объемом  $dqdp = dq_1 dq_2 \dots dq_{3N} dp_1 dp_2 \dots dp_{3N}$ , где  $q$  — совокупность координат всех частиц,  $p$  — совокупность проекций их импульсов. Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества (см. 213) и соотношение неопределенностей Гейзенберга (см. 215) приводят к выводу, что объем элементарной ячейки (он называется **фазовым объемом**) не может быть меньше чем  $h^3$  ( $h$  — постоянная Планка).

Вероятность  $dW$  данного состояния системы можно представить с помощью функции распределения  $f(q, p)$ :

$$dW = f(q, p) dq dp. \quad (234.1)$$

Здесь  $dW$  — вероятность того, что точка фазового пространства попадет в элемент фазового объема  $dq dp$ , расположенного вблизи данной точки  $q, p$ . Иными словами,  $dW$  представляет собой вероятность того, что система находится в состоянии, в котором ее координаты и импульсы, заключены в интервале  $q, q+dq$  и  $p, p+dp$ .

Согласно формуле (234.1), функция распределения есть не что иное, как плотность вероятности определенного состояния системы. Поэтому она должна быть нормирована на единицу:

$$\int f(q, p) dq dp = 1,$$

где интегрирование производится по всему фазовому пространству.

Зная функцию распределения  $f(q, p)$ , можно решить основную задачу квантовой статистики — определить средние значения величин, характеризующих рассматриваемую систему. Среднее значение любой функции

$$\langle L(q, p) \rangle = \int L(q, p) f(q, p) dq dp. \quad (234.2)$$

### Задания и вопросы

1. Определить для бетона толщину слоя половинного ослабления  $x_{1/2}$  узкого пучка  $\gamma$ -излучения с энергией фотонов  $\epsilon = 0,6$  МэВ.
2. На какую глубину нужно погрузить в воду источник узкого пучка  $\gamma$ -излучения (энергия  $\epsilon$  гамма-фотонов равна 1,6 МэВ), чтобы интенсивность  $I$  пучка, выходящего из воды, была уменьшена в  $k = 1000$  раз?
3. Интенсивность  $I$  узкого пучка  $\gamma$ -излучения после прохождения через слой свинца толщиной  $x = 4$  см уменьшилась в  $k = 8$  раз. Определить энергию  $\epsilon$  гамма-фотонов и толщину  $x_{1/2}$  слоя половинного ослабления.
4. Через свинец проходит узкий пучок  $\gamma$ -излучения. При каком значении энергии  $\epsilon$  гамма-фотонов толщина  $x_{1/2}$  слоя половинного ослабления будет максимальной? Определить максимальную толщину  $x_{\max}$  слоя половинного ослабления для свинца.
5. Узкий пучок  $\gamma$ -излучения (энергия  $\epsilon$  гамма-фотонов равна 2,4 МэВ) проходит через бетонную плиту толщиной  $x_1 = 1$  м. Какой толщины  $x_2$  плита из чугуна дает такое же ослабление данного пучка  $\gamma$ -излучения?
6. Чугунная плита уменьшает интенсивность  $I$  узкого пучка  $\gamma$ -излучения (энергия  $\epsilon$  гамма-фотонов равна 2,8 МэВ) в  $k = 10$  раз. Во сколько раз уменьшит интенсивность этого пучка свинцовая плита такой же толщины?

### Список литературы

1. Барсуков, В. И. Физика. Механика [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. — Электрон. текстовые данные. — Тамбов : Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2015. — 248 с. — 978-5-8265-1441-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63918.html>
2. Зюзин, А. В. Физика. Механика [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / А. В. Зюзин, С. Б. Московский, В. Е. Туров. — Электрон. текстовые данные. — М. : Академический Проект, 2015. — 436 с. — 978-5-8291-1745-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/36623.html>

3. Трофимова, Т. И. Физика : учебник : для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Академия, 2013. - 346 с. : ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820

4. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т. : учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

5. Трофимова Т.И., Фирсова А.В., Сборник задач по физике- 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Академия, 2013.

## Лабораторная работа 8. Исследование внутренней энергии атома

Цель работы:

1. Измерить зависимость тока мишени  $I$  от напряжения  $U$  между катодом и сеткой.
2. Определить разнесение  $\Delta U$  максимумов или минимумов тока.
3. Сравнить интервалы напряжения с энергиями возбуждения атомов ртути.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

Джеймс Франк и Густав Герц заявили, что электроны, проходящие через пары ртути, передают энергию дискретно, и что это сопровождается наблюдением эмиссии ультрафиолетовой спектральной линии ртути ( $\lambda=254\text{нм}$ ). Несколько месяцев позже Нильс Бор понял, что это было подтверждением разработанной им модели атома. Таким образом, опыт Франка–Герца с ртутью стал классическим опытом для подтверждения квантовой теории. Стекло́нная тру́бка, из которой откачан воздух, имеет катод накала С, сетку G и электрод–мишень A, размещенные именно в такой последовательности (рисунок 18.1), электроны вылетают из катода и ускоряются напряжением  $U$  в направлении сетки. Проходя через сетку, они достигают мишени и, таким образом, вносят вклад в ток мишени  $I$ , если их кинетическая энергия достаточна, для того чтобы преодолеть замедляющее напряжение  $U_{GA}$  между сеткой и мишенью. Кроме того, имеется стеклянная трубка с небольшим количеством ртути, которая нагревается, чтобы получить давление паров приблизительно  $15\text{гПа}$ .

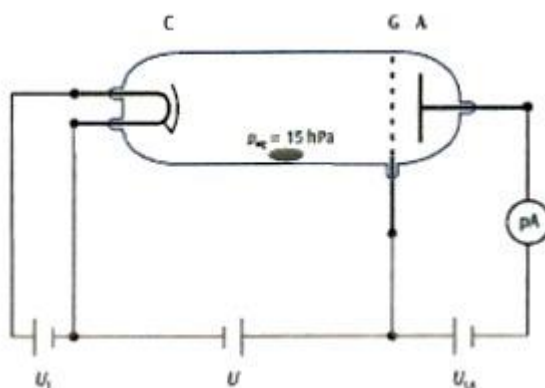


Рисунок 18.1 – Схема установки для измерения кривой Франка–Герца для ртути

По мере возрастания напряжения  $U_T$  ток мишени  $I$  сначала увеличивается, т.к., все больше и больше атомов вытягивается электрическим полем из области объемного заряда вокруг катода. При определенном значении  $U=U_1$  некоторые атомы приобретают достаточную кинетическую энергию непосредственно перед сеткой, так что могут обеспечить достаточную энергию для возбуждения атомов ртути при неупругом столкновении. Затем ток мишени падает почти до нуля, так как после такого столкновения электроны больше не обладают достаточной энергией, чтобы преодолеть замедляющее напряжение.

По мере дальнейшего возрастания напряжения электроны приобретают достаточную энергию для возбуждения атомов ртути, находящихся дальше от сетки. После таких столкновений они вновь ускоряются и снова способны приобрести достаточную энергию, чтобы достичь мишени, поэтому ток мишени вновь возрастает. При еще большем напряжении  $U=U_2$  электроны могут приобретать такую большую энергию после первого столкновения, что они способны возбудить другой атом ртути. Ток мишени вновь резко падает, но вновь увеличивается по мере дальнейшего возрастания напряжения. Это же происходит и в третий раз при еще более высоком напряжении, и опять ток мишени резко падает.

#### Экспериментальный расчёт

Все напряжения  $U_1, U_2, U_3, \dots$ , при которых ток регистрируемой характеристики  $I(U)$  резко падает, появляются с постоянным интервалом  $\Delta U = 4,9\text{В}$ . Этот интервал соответствует энергии возбуждения  $E_{Hg} = 4,9\text{эВ}$  ( $\lambda = 254\text{нм}$ ), при которой атомы ртути поднимаются из основного состояния  $^1S_0$  на первое состояние  $^3P_1$ .

Справедливо следующее равенство:

$$E_{Hg} = e \cdot \Delta U, \quad (18.1)$$

где  $e$  – элементарный заряд электрона.

Таким образом результаты можно свести к дискретному поглощению энергии атомами ртути вследствие неупругого столкновения и связанной с ним передачей фиксированного количества энергии от электронов.

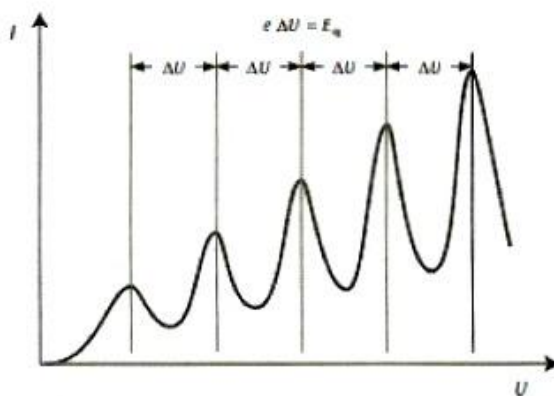


Рисунок 18.2 – Зависимость тока мишени  $I$  от ускоряющегося напряжения  $U$ .

#### Оборудование и материалы

1. Стеклянная трубка
2. Нагревательная камера
3. Блок управления
4. Осциллограф
5. Цифровой вольтметр

*Порядок настройки оборудования перед экспериментом*

1. Поместите переднюю пластину на открытую сторону нагревательной камеры и заверните 6 винтов с накаткой.
2. Отключите нагревательную камеру и блок управления и поверните все ручки управления налево до упора.
3. Запрещается подавать напряжение на трубку, если она холодная (ртуть может вызвать короткое замыкание).
4. Подключите клеммы «А», «F» и «K» (см. рисунок 18.3).
5. Подключите клемму «Е» трубки Франка–Герца к соответствующему входу блока управления при помощи кабеля BNC.
6. Подключите клемму «FH Signal UY–out» блока управления ко входу Y осциллографа, а клемму «UX» ко входу X.
7. Включите нагревательную камеру. Задайте температуру около 210°C и дождитесь прогрева трубки (около 5–10 минут).
8. Включите блок управления, и оборудование войдет в режим Ramp.
9. Задайте напряжение накала 6–7 В. Катод непрямого нагрева нагревается за 90 секунд после подачи напряжения.
10. Установите минимальное ускоряющее напряжение на 0, затем медленно увеличивайте его до 80 В. Не следует увеличивать ускоряющее напряжение слишком быстро, так как самозаряд может исчезнуть в трубке. Ионизация, вызванная столкновением частиц, нарушит кривую.
11. Задайте следующие настройки осциллографа  $x = 1 \text{ V/div}$  и  $y = 1 \text{ V/div}$ . Не следует превышать максимальное значение, указанное на экране осциллографа.
12. Задайте все параметры, ускоряющее напряжение, катодный накал, напряжение смещения и амплитуду таким образом, чтобы получить кривую с четко разграниченными максимальными и минимальными значениями.

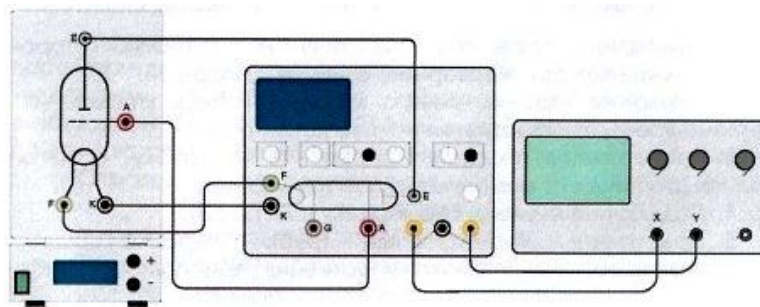


Рисунок 18.3 – Настройка для проведения эксперимента с трубкой Франка–Герца, заполненной ртутью

Описанная процедура является общей процедурой настройки. В реальных условиях могут возникнуть отклонения от процедуры, вызванные особенностями производства отдельных трубок, и это означает, что оптимальные параметры зависят от конкретной ситуации. Испытательный отчет, поставляемый с трубкой, должен содержать параметры для достижения наилучших результатов работы трубки.

Коллекторный ток демонстрирует периодические равноудалённые максимальные и минимальные значения, который не зависят от ускоряющего напряжения. Интервал между этими пиками составляет 4,9В.

Контактный потенциал, равный 2В, присутствует между анодом и катодом трубки, поэтому первое максимальное значение появляется только в районе 7В. Первое максимальное значение будет более очевидным, если температура нагревательной камеры будет ниже.

## Оценка кривой Франка–Герца

Для полной оценки кривой Франка–Герца требуется цифровой вольтметр. Не требуется точно устанавливать ток электронного луча. Экран осциллографа должен отображать траекторию кривой Франка–Герца с четкими максимальными и минимальными значениями.

1. Подключите цифровой вольтметр между выходом сигнала (UX) и разъемом заземления (см. рисунок 18.4).
2. Нажмите кнопку «Man/Ramp», и на дисплее появится «Man», что говорит о включении ручного режима.
3. Полностью поверните ручку ускоряющего напряжения налево ( $U_A = 0$  В).

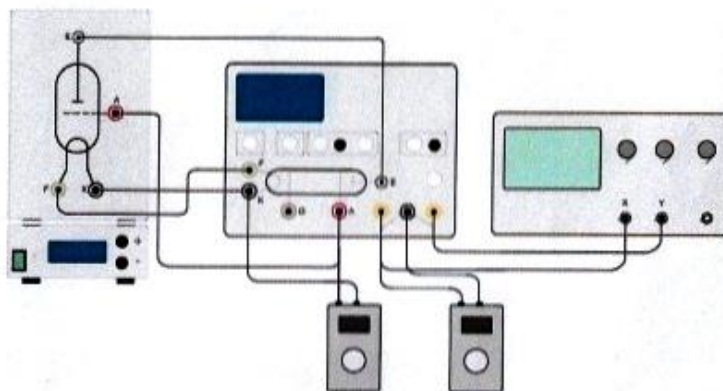


Рисунок 18.4 – Настройка для проведения эксперимента с трубкой Франка–Герца, заполненной ртутью

На дисплее отобразится ускоряющее напряжение с шагом 0,5 В. Для получения лучших испытательных результатов цифровой вольтметр можно подключить между разъемами «А» и «К», чтобы получить более точное измерение ускоряющего напряжения.

Примечание: Ускоряющее напряжение сокращается в 10 раз на выходе сигнала (UX). Однако цифровой вольтметр измеряет полное ускоряющее напряжение между разъемами «А» и «К».

Путем постепенного увеличения ускоряющего напряжения с постоянной скоростью можно установить точное положение максимальных и минимальных значений при помощи цифрового вольтметра.

## Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

## Контрольные вопросы

1. В чём заключается идея опыта, предложенная Франком и Герцем?
2. Объясните характер вольт–амперной характеристики в опыте Франка и Герца.
3. Объясните, на каких участках вольтамперной характеристики имеет место упругое, и на каких неупругое столкновение электрона с атомом.

4. Какие виды соударений возможны между атомом и налетающим на него с некоторой скоростью электроном? Является ли опыт Франка и Герца доказательством возможности неупругих соударений?
5. Сформулируйте постулаты Бора.
6. Объясните с помощью квантовой теории существование дискретных энергетических уровней атома.

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Оптика. Физика атома– Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 54 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

## **МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕНИЙ**

Физика – наука экспериментальная. Каждый эксперимент заканчивается измерением, где под «измерением» понимается процесс сравнения данной величины с другой, принятой за единицу измерения (эталон).

В результате эксперимента подтверждаются или опровергаются физические теории, накапливаются знания в той или иной области науки, выявляются физические закономерности в различных процессах и явлениях.

Вследствие этого лабораторный практикум по физике является неотъемлемой частью учебного процесса при изучении общего курса физики в высшем учебном заведении. Первая задача лабораторного практикума – студенты должны познакомиться с применением экспериментальных методов для изучения фундаментальных законов физики, для решения некоторых прикладных задач.

Второй, не менее важной, задачей лабораторного практикума по физике является обучение студентов работе с различными измерительными приборами, обработке результатов, полученных при измерениях, а также оценке точности или достоверности полученного результата, выбору правильного метода проводимых измерений.

По окончании изучения курса физики студент не только получит базовые знания для изучения других дисциплин, но и навыки работы с достаточно сложным оборудованием, знания и навыки, необходимые специалисту с высшим образованием в его производственной деятельности.

## **ВИДЫ ИЗМЕРЕНИЙ**

Измерения, при которых получают непосредственно значения измеряемой величины, называются прямыми.

Пример: линейкой измеряют длину предмета; с помощью весов измеряют массу предмета.

Если для определения искомой величины требуется провести математические действия над результатами прямых измерений, то такие измерения называются косвенными.

Пример: определение скорости по известному пути и времени; определение плотности тела по известной массе и объему (измерение объема может являться и прямым, и косвенным измерением).

### **Виды ошибок при измерениях**

Как непреложную истину следует запомнить: физическую величину нельзя измерить абсолютно точно. При измерении мы всегда допускаем большую или меньшую ошибку. Поэтому при физических измерениях важно определить не только физическую величину, но и ошибку, допускаемую при ее определении.

### **Ошибки систематические, случайные, промахи**

Какие же ошибки могут быть допущены при измерениях? Различают три основных типа ошибок: систематические, случайные, промахи.

Систематические ошибки – ошибки, обусловленные действием какого-либо постоянного фактора (неточность изготовления приборов, неправильный выбор метода измерений).

Пример. При измерениях не учитывается тепловое расширение тел, дефект при изготовлении приборов (штрихи на линейке нанесены неравномерно). При вычислениях с числом "П" считают, что число "П" равно: 3; 3,1; 3,14 вместо 3,14159265.

Таким образом, систематические ошибки вызваны действием вполне определенных факторов, которые могут быть учтены и исключены. Но на практике решение этой проблемы оказывается достаточно сложным делом.

Случайные ошибки — ошибки, связанные с действием внешних факторов, которые не одинаковы для каждого опыта и не могут быть учтены,

Пример. При считывании показаний по шкале величина считываемого результата зависит от положения глаза наблюдателя по отношению к стрелке, которое может изменяться в каждом эксперименте.

Случайные ошибки нельзя учесть, но их действие можно уменьшить, проводя не одно, а несколько измерений, и чем более точно мы хотим провести измерение, тем большее число опытов мы должны проделать. При этом следует иметь в виду, что если случайная ошибка окажется значительно меньше систематической, то не имеет смысла уменьшать случайную ошибку.

Промахи — ошибки, допущенные экспериментатором вследствие недостатка внимания. Этот вид ошибок исчезает при тщательной и аккуратной записи результатов, их обработке и при внимательном считывании показаний приборов.

### Приборная ошибка

Особо следует отметить понятие "приборная ошибка" — это ошибка, вносимая прибором в измерение. Эта ошибка может быть как систематической (неправильная установка прибора, неверный режим использования, класс прибора, влияние какого-либо постоянного внешнего фактора), так и случайной (воздействие случайных внешних факторов — сотрясение, нерегулярно проявляющиеся внутренние особенности данного прибора, например, при плавном изменении силы тока прибор покажет одно значение, а при скачкообразном (вследствие трения) — возможно другое значение). Поэтому при всех измерениях необходимо учитывать приборную ошибку, в особенности необходимо обращать внимание на класс точности прибора. Класс точности определяет минимально возможную ошибку (следовательно, максимально возможную точность) при работе с данным прибором.

### Абсолютная и относительная ошибки

При проведении физических экспериментов в научных лабораториях требуется достижение наибольшей возможной точности. Поэтому обработке результатов уделяется большое внимание. Существуют сложные теоретические расчеты, позволяющие достаточно точно определить точность измерения. Они используют методы математической статистики и теории вероятностей. В студенческом лабораторном практикуме не требуется высокой точности, поэтому использование сложных методов расчета ошибок не имеет смысла. Мы будем пользоваться упрощенной схемой расчета ошибок, которая, тем не менее, использует фундамент более сложных методов.

Итак, в силу того, что физическую величину нельзя измерить абсолютно точно, мы должны получить не число, а некоторый ряд чисел, среди которых с большой долей вероятности находится истинное значение определяемой величины. Пусть  $A$  — истинное значение измеряемой величины. При измерении были получены значения:  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ . Тогда результат каждого измерения отличается от истинного значения на величину

$$\Delta A_1 = |A - A_1|$$

$$\Delta A_2 = |A - A_2|$$

.....

$$\Delta A_n = |A - A_n|$$

Суммируя левые и правые части, получим

$$\sum_{i=1}^n \Delta A_i = n \cdot A - \sum_{i=1}^n A_i$$

Введем важное предположение о том, что если ошибки  $\Delta A_i$  случайны, то суммарная ошибка измерения равна нулю, т.к. в одном эксперименте мы, равновероятно,

можем получить как положительную, так и отрицательную ошибку. Тогда при большом количестве измерений  $\langle A \rangle \rightarrow A$ , где  $\langle A \rangle$  – среднее значение измеряемой величины.

$$\langle A \rangle = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n A_i$$

Так как в студенческом лабораторном практикуме нет достаточно времени для проведения большого числа экспериментов, то будем считать, что  $\langle A \rangle = A$  при  $1 \leq n \leq 6$ . Тогда ошибка при каждом измерении запишется в виде

$$\Delta A_n = |\langle A \rangle - A_n|$$

$\Delta A_n$  называется абсолютной ошибкой измерений. Более точно: абсолютной ошибкой измерения называется именованное (т.е. имеющее размерность) число, показывающее максимально возможное отличие истинного значения измеряемой величины от полученного в эксперименте

$$\langle A \rangle - \Delta A_n \leq A \leq \langle A \rangle + \Delta A_n.$$

Интервал, в который попадает истинное значение измеряемой величины, называется доверительным интервалом. Следовательно, при записи результатов измерений мы будем записывать доверительный интервал

Так как в каждом измерении мы допускаем свою ошибку, то необходимо определить, какую ошибку мы запишем как итоговую ошибку всего эксперимента.

В случае небольшого числа измерений будем считать, что ошибка эксперимента — среднее арифметическое ошибок, допущенных при измерениях

$$\langle \Delta A \rangle = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta A_i$$

Тогда итоговый результат запишется в виде

$$A = \langle A \rangle \pm \langle \Delta A \rangle, \text{ или } A = A_{\text{ср}} \pm \Delta A_{\text{ср}}.$$

Если число измерений три или менее трех, то ошибка эксперимента – наибольшая из полученных ошибок измерений.

Пример;  $\Delta A_1 = 0,2$ ,  $\Delta A_2 = 0,1$ ,  $\Delta A_3 = 0,3$ , тогда ошибка эксперимента:

$$\Delta A = 0,3.$$

Абсолютная ошибка дает сведения только об интервале, в котором лежит значение измеряемой величины, но ничего не говорит о точности измерений.

Пример. При некоторых измерениях мы допускаем ошибку  $\Delta A = 1$  см. Если эта ошибка допускается при измерении расстояния от Ставрополя до Невинномыска, то это высокая точность. Если же эта ошибка допускается при измерении размеров коробка спичек, то это низкая точность.

Сведения о точности измерений дает относительная ошибка.

Относительная ошибка – это отношение абсолютной ошибки к значению измеряемой величины (в дальнейшем мы опускаем слово "средний").

$$\varepsilon = \frac{\Delta A}{A} \cdot 100\%$$

То есть относительная ошибка показывает, какую долю составляет абсолютная ошибка от значения измеряемой величины. Она измеряется или в процентах, или остается величиной безразмерной, если ее не умножать на 100 %.

Относительная ошибка служит также для сравнения точности разноименных измерений.

Пример. Пусть длина стержня составляет  $a = 25,2 \pm 0,8$  см, а его масса  $m = 315 \pm 4$  г. Что измерено точнее?

Для ответа на этот вопрос найдем относительную ошибку каждого измерения.

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} = \frac{0,8}{25,2} \cdot 100\% = 3\%$$

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m} = \frac{4}{315} \cdot 100\% = 1,3\%$$

Видно, что массу стержня мы измерили точнее. Поэтому при записи результатов эксперимента мы должны указать не только величину абсолютной, но и величину относительной ошибки.

### Методика обработки прямого и косвенного измерения

#### Прямое измерение

1. Делаем серию измерений (5 – 7) измеряемой величины.
2. Находим среднее значение измеряемой величины

$$A_{cp} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n A_i$$

3. Находим абсолютную ошибку каждого измерения

$$\Delta A_n = |A_{cp} - A_n|.$$

4. Находим среднюю абсолютную ошибку

$$\Delta A_{cp} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta A_i$$

5. Находим относительную ошибку

$$\varepsilon = \frac{\Delta A_{cp}}{A_{cp}} \cdot 100\%$$

6. Записываем ответ в виде

$$A_{cp} \pm \Delta A_{cp} = \dots$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta A_{cp}}{A_{cp}} \cdot 100\% = \dots$$

Во всех случаях записи именованных величин нужно указать их размерность.

#### Косвенное измерение

При обработке косвенных измерений будем считать, что при небольшом количестве измерений ошибки накапливаются, т.е. ошибка косвенного измерения — сумма ошибок величин, входящих в косвенное измерение.

Производя измерения, надо стремиться к тому, чтобы точность измерений приближалась к точности прибора. При этом выполняется ряд правил, которые мы сейчас докажем.

Пусть имеются величины  $(A \pm \Delta A)$  и  $(B \pm \Delta B)$ , где  $A, B$  — измеренные значения этих величин,  $\Delta A$  и  $\Delta B$  — абсолютные ошибки, допущенные при измерении этих величин.

#### Правило 1

Если  $C = A + B$  или  $C = A - B$ , то  $\Delta C = \Delta A + \Delta B$ .

Доказательство:  $C = A + B$  или  $C = A - B$ ,

тогда:  $C \pm \Delta C = A \pm \Delta A + B \pm \Delta B$  или  $C \pm \Delta C = A \pm \Delta A - B \pm \Delta B$ .

Вычитая из второго равенства первое, получим:

$$\pm \Delta C = \pm \Delta A \pm \Delta B.$$

Для небольшого числа измерений считаем, что ошибки накапливаются, следовательно:  $\Delta C = \Delta A + \Delta B$ .

Правило 2

Если  $C = A \cdot B$  или  $C = \frac{A}{B}$  то  $\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$

Доказательство: Пусть  $C = A \cdot B$ , тогда

$$C \pm \Delta C = (A \pm \Delta A) \cdot (B \pm \Delta B) = A \cdot B \pm A \cdot \Delta B \pm B \cdot \Delta A \pm \Delta A \cdot \Delta B.$$

Пренебрегаем  $(\Delta A \cdot \Delta B)$ , тогда:

$$C \pm \Delta C = (A \pm \Delta A) \cdot (B \pm \Delta B) = A \cdot B \pm A \cdot \Delta B \pm B \cdot \Delta A.$$

$$\rightarrow \Delta C = A \cdot \Delta B \pm B \cdot \Delta A$$

$$\rightarrow \frac{\Delta C}{C} = \frac{A \cdot \Delta B \pm B \cdot \Delta A}{A \cdot B} = \frac{\Delta B}{B} \pm \frac{\Delta A}{A} \text{ или } \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

Если  $C = \frac{A}{B}$ , то  $\Delta C = \Delta \left( \frac{A}{B} \right)$ ,

или  $\Delta C = A \cdot (B^{-1}) + \Delta A \cdot (B^{-1})$ , но  $\Delta(B^{-1}) = -B^{-2} \cdot \Delta B$

$$\rightarrow \Delta C = \frac{B \cdot \Delta A + A \cdot \Delta C}{B^2}$$

$$\text{Разделим обе части на } C = \frac{A}{B} \rightarrow \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}.$$

То есть, в случае косвенного измерения, в котором проводятся действия вычитания и сложения, удобно сначала искать абсолютную ошибку, а затем относительную, если же проводятся действия умножения, деления, а также возведения в степень, то сначала удобно искать относительную ошибку, а затем уже абсолютную.

В общем случае для нахождения относительной ошибки поступают следующим образом

- 1) логарифмируют выражение;
- 2) дифференцируют полученное выражение;
- 3) заменяют "d" на "Δ" и "-" на "+" между ошибками (так как  $d(\ln x) = dx/x$  или

$$\Delta(\ln x_{\text{ср}}) = \Delta x / x_{\text{ср}}).$$

Пример

$$A = \frac{k \cdot \sqrt{p}}{(a-b)^3}, \text{ ищем } \frac{\Delta A}{A}.$$

$$1) \ln A = \ln k + (1/2) \cdot \ln p - 3 \cdot \ln(a-b);$$

$$2) \frac{dA}{A} = \frac{dk}{k} + \frac{dp}{2 \cdot p} - 3 \frac{d(a-b)}{a-b};$$

$$3) \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta p}{2 \cdot p} + 3 \frac{\Delta a + \Delta b}{a-b}.$$

## Как учесть приборную ошибку

Приборная ошибка указывается на приборе или в паспорте к нему. Может быть указана как абсолютная ошибка, даваемая прибором (например, цена деления на линейке 1 мм), так и относительная ошибка. Величина относительной ошибки определяется классом точности прибора.

Различают классы точности: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Класс точности указывается на лицевой панели прибора, При этом возможны два случая.

1. Класс точности дается в виде числа, не заключенного в кружок. В этом случае указывается величина приведенной ошибки, то есть ошибки, выраженной в процентах от верхнего предела измерений или от длины шкалы. Например, если имеется амперметр, рассчитанный на измерение 100А, с классом точности 0,5, это означает, что приборная ошибка  $\Delta I_{\text{приб}}$  определяется по формуле

$$\Delta I_{\text{приб}} = \frac{0,5}{100} \cdot I_{\text{max}},$$

Где  $I_{max} = 100A$ .

Тогда  $\Delta I_{приб} = 0,5A$ , т.е. абсолютная приборная ошибка измерений составляет 0,5А, в любом диапазоне изменений прибора. А относительная ошибка будет наибольшей в начале шкалы прибора, а наименьшей – в конце шкалы.

2. Класс точности дается в виде числа, заключенного в кружок. В этом случае относительная ошибка указывается в процентах от измеряемой величины. Абсолютная ошибка измерения определяется по формуле

$$\Delta I_{приб} = \frac{k}{100} \cdot I,$$

Где  $k$  – класс точности;

$I$  – измеряемое значение тока.

Пусть амперметром с классом точности 0,5 измерили величину тока и получили  $I = 20A$ . Тогда приборная ошибка будет

$$\Delta I_{приб} = \frac{0,5}{100} \cdot 20 = 0,1 A, \varepsilon = 0,5\% .$$

В случае измерений, проводимых несколькими приборами, приборная ошибка эксперимента – сумма ошибок, даваемых каждым прибором в отдельности. Очевидно, что экспериментальная ошибка не может быть меньше приборной ошибки, поэтому всегда из двух возможных ошибок записываем большую – как более реальную.

### Как правильно произвести вычисления и записать ответ

Конечным итогом любого эксперимента является получение некоторого численного значения какой-либо величины: неправильность итоговой записи результата может дать неверные сведения о точности измерения и о значении самой измеряемой величины. Поэтому условимся, что при косвенных измерениях количество значащих цифр в конечном результате может быть лишь на 1 больше, чем среднее арифметическое количества значащих цифр всех величин, входящих в данное измерение, (напомним, что значащие цифры – все цифры, кроме "0", стоящего в начале числа).

Пример:  $\frac{100}{3} = 33,3$ ;

100 – три значащих цифры;

3 – одна значащая цифра;

$N_{ср} = (3 + 1) / 2 = 2$ ;

33,3 – три значащие цифры  $\rightarrow 3 > 2$  на единицу.

При записи ошибки измерения необходимо руководствоваться двумя правилами.

Первое правило: при записи ошибки измерения (абсолютной или относительной) условимся, что если первая значащая цифра в ошибке "1" или "2", то можем оставить две значащие цифры, если же "3" или выше – одну значащую цифру.

Пример: 2,5 – верно    2,51 – неверно

0,3 – верно    0,32 – неверно

7 – верно    7,0 – неверно

Второе правило: при записи ошибки разряд, до которого определена ошибка, должен совпадать с разрядом, до которого определена измеряемая величина, или абсолютная ошибка должна заканчиваться в том же разряде, что и результат.

Пример: 27,5 ± 0,12 –

неверно;

27,5 ± 0,1 – верно.

Применение этих двух правил необходимо выполнять в той последовательности, в которой они даны в изложении.

Приведем ряд примеров. Пусть были произведены измерения, определены их ошибки, сделаны записи

- 1)  $27,12 \pm 0,18$ ;
- 2)  $27,12 \pm 1,8$ ;
- 3)  $27,12 \pm 0,018$ ;
- 4)  $27,12 \pm 3,1$ ;
- 5)  $27,12 \pm 0,31$ ;
- 6)  $27,12 \pm 0,031$ ;
- 7)  $27,12 \pm 3$ .

Применяя эти два правила, проверим правильность записи ответов, и если они верны – оставим их без изменений, а если неверны – запишем их правильно

- 1) оба правила выполнены.
- 2) правило 1 выполнено, 2 – нет  $\rightarrow$  правильный ответ:  $27,1 \pm 1,8$ ;
- 3) 1 – выполнено, 2 – нет  $\rightarrow 27,12 \pm 0,02$ ;
- 4) 1 – не выполнено, 2 – не выполнено  $\rightarrow 27 \pm 3$ ;
- 5) 1 – не выполнено  $\rightarrow 27,12 \pm 0,3$ , теперь 2 – не выполнено  $\rightarrow 27,1 \pm 0,3$ ;
- 6) 1 – не выполнено, 2 – не выполнено, поэтому верно  $27,12 \pm 0,03$ ;
- 7) 1 – выполнено, 2 – нет  $\rightarrow 27 \pm 3$ .

Пользуясь вышеуказанными правилами, мы можем грамотно оформить работу, причем результаты этой работы будут понятны любому, кого они интересуют.

Окончанием работы должен служить ответ, записанный в виде:

$$X \pm \Delta X = \dots$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X} \cdot 100\% = \dots$$

## ТЕМА 1. МЕХАНИКА

### Лабораторная работа 1. Равноускоренное движение

Цель работы: Измерение зависимости мгновенной скорости от пройденного расстояния.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### Теоретическая часть

На движущуюся тележку действует сила тяжести, сила реакции опоры, сила трения качения, и сила сопротивления воздуха. В случае малых скоростей, когда силой сопротивления воздуха можно пренебречь, это движение является равноускоренным без начальной скорости. Следовательно, его можно описать законом:

$$S = \frac{at^2}{2} \quad (1.1)$$

где  $S$  – путь,  $a$  – ускорение,  $t$  – время.

Для проверки этого закона можно использовать следующий метод. Так как движение тележки равноускоренное, то при любых  $S$ , при прочих равных условиях, ускорение будет неизменным, т.е.

$$\frac{2S_1}{t_1^2} = \frac{2S_2}{t_2^2} = \dots = \text{const} \quad (1.2)$$

Если это так, значит закон справедлив. Таким образом, задача эксперимента состоит в измерении  $t$  для соответствующих  $S$  и проверки условия 1.2.

Однако ряд причин случайного характера (например, неточность начального расположения тележки, инерционность при пуске, застойные явления в подшипниках оси блока и т.п.) усложняют эту зависимость.

Введем параметр  $\tau$  – случайную величину, характеризующую неопределенность моментов начала и конца движения. Тогда,

$$S(t, \tau) = \frac{a(t + \tau)^2}{2} \quad (1.3)$$

Преобразовав это выражение, получим:

$$S(t, \tau) = \frac{a\tau^2}{2} + at\tau + \frac{at^2}{2} \quad (1.4)$$

Если распределение случайной величины  $\tau$  симметрично относительно значения  $\bar{\tau}$  (то есть положительные и отрицательные значения  $\tau$  равновероятны), то  $\bar{\tau} = 0$ ,  $\bar{\tau}^2 \neq 0$ , следовательно, введя обозначения  $B \equiv \frac{a}{2}$  и  $S_0 \equiv \frac{a\bar{\tau}^2}{2}$ , можно записать:

$$S(t) = S_0 + Bt^2 \quad (1.5)$$

Этот закон содержит два параметра:  $S_0$  – начальное смещение и  $B$  – величину, равную половине ускорения. Эти параметры определяются по измеренным значениям пройденного пути  $S_i$  и сериям значений промежутков времени  $t_{i,j}$  методом наименьших квадратов

#### Метод наименьших квадратов

Пусть в результате эксперимента мы получили ряд измерений величины  $y$ :  $y_1, y_2, \dots, y_n$  соответствующих значениям аргумента  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , которые могут быть представлены на графике в виде точек (рисунок 1.1). Нам необходимо установить эмпирическую зависимость между  $y$  и  $t$ .

Очевидно, если соединить последовательно эти точки, то получим ломаную линию, не имеющую ничего общего с искомой зависимостью  $y = f(t)$ . Это следует хотя бы из того, что форма этой ломаной линии не будет воспроизводиться при повторных измерениях.

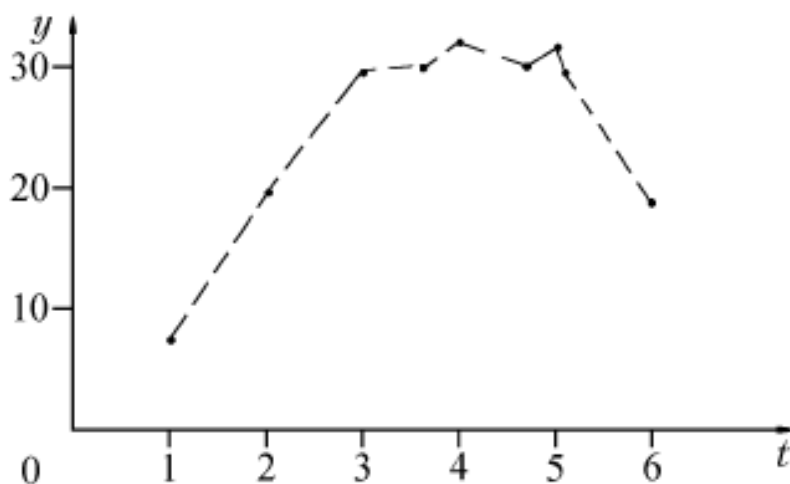


Рисунок 1.1

Измеренные значения  $y_i$  будут в общем случае смещены относительно искомой кривой как в сторону больших, так и в сторону меньших значений, вследствие статистического разброса (рисунок 1.2).

Задача состоит в том, чтобы по данным экспериментальным точкам найти гладкую кривую (или прямую), которая проходила бы как можно ближе к графику “истинной” функциональной зависимости  $y = f(t)$ .

Теория вероятностей показывает, что наилучшим приближением будет такая кривая (или прямая) линия, для которой сумма квадратов расстояний по вертикали от экспериментальных точек до этой кривой будет минимальной.

Этот метод нахождения эмпирической зависимости получил название *метода наименьших квадратов*. Сущность этого метода состоит в следующем.

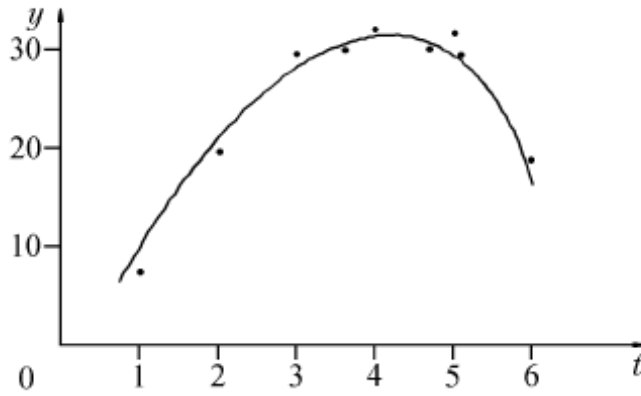


Рисунок 1.2

Предположим, что искомая зависимость выражается функцией  $y = f(t, A_1, A_2, \dots, A_m)$ , где  $A_1, A_2, \dots, A_m$  – параметры. Значения этих параметров определяются так, чтобы точки  $y_i$  располагались по обе стороны этой кривой, как можно ближе к последней, то есть, чтобы сумма квадратов отклонений измеренных значений  $y_i$  от функции  $y = f(t)$  была наименьшей. (Это соответствует предположению, что разброс точек относительно кривой  $y = f(t)$  подчиняется закону нормального распределения.)

Мерой этого разброса является дисперсия  $\sigma^2$  или ее приближенное выражение  $(\Delta S_n)^2$  – средний квадрат отклонений:

$$(\Delta S_n)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - y(t_i)]^2 \quad (1.6)$$

Этот средний квадрат отклонений и должен принять минимальное значение. Как известно, функция  $f(A)$  принимает минимальное значение при  $A = A_{min}$ , если ее первая производная равна нулю, а вторая производная положительна при значении  $A = A_{min}$ . Для функции многих переменных эти условия заменяются требованием, чтобы частные производные, то есть производные по параметру  $A_i$  удовлетворяли вышеупомянутым условиям (при этом остальные параметры  $A_k (k \neq i)$  при вычислении производных считаются постоянными).

Таким образом, из условий минимума мы получаем систему уравнений для определения наилучших значений параметров. Рассмотрим применение метода наименьших квадратов на примере отыскания эмпирической зависимости пути, проходимого тележкой по направляющей, от времени.

Полагая, что “истинная” зависимость пути от времени имеет вид

$$S(t) - S_0 = Bt^2 \quad (1.7)$$

можно рассмотреть случайные отклонения:

$$(\Delta \bar{S})_i = S_i - S(t_i) \quad (1.8)$$

где  $S_i$  – измеренные положения тележки в моменты времени  $t_i$ .

Запишем квадратичную форму

$$F = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - S_0 - Bt_i^2)^2 \quad (1.9)$$

и потребуем, чтобы эта квадратичная форма, описывающая сумму квадратов отклонений точек  $S_i$  от искомой кривой, была минимальной:

$$F(S_0, B) = \min \quad (1.10)$$

Тогда из равенства нулю частных производных от  $F$  по параметрам  $S_0$  и  $B$  получим два уравнения

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial S_0} = -2 \sum_{i=1}^n (S_i - S_0 - B t_i^2) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial B} = -2 \sum_{i=1}^n (S_i - S_0 - B t_i^2) \cdot t_i^2 = 0 \end{cases} \quad (1.11)$$

Эти уравнения можно переписать в виде

$$n S_0 + B \sum_{i=1}^n \bar{t}_i^2 = \sum_{i=1}^n S_i \quad (1.12)$$

$$S_0 \sum_{i=1}^n \bar{t}_i^2 + B \sum_{i=1}^n \bar{t}_i^4 = \sum_{i=1}^n S_i \bar{t}_i^2 \quad (1.13)$$

Решение этой системы позволяет найти значения  $S_0$  и  $B = \frac{a}{2}$ , а затем определить ускорение  $a$ .

(В уравнениях 1.11 – 1.14 индекс  $i$  соответствует усредненному значению данного параметра соответствующей серии измерений в таблицах 1.1 и 1.2)

### Оборудование и материалы

1. Лабораторная установка «Равноускоренное движение»
2. Цифровой секундомер
3. Набор гирь

#### Описание экспериментальной установки

Схема учебно–лабораторного оборудования «Равноускоренное движение» представлена на рисунке 1.3.

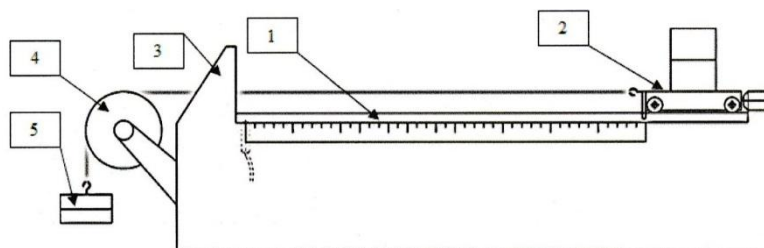


Рисунок 1.3 – Конструкция изделия

Оборудование конструктивно представляет собой, горизонтально расположенную направляющую (1), по которой, в прямолинейном направлении, может катиться тележка (2). С одной стороны дорожка оснащена упором (3) для остановки тележки и вращающимся блоком (4). Через блок перекинута легкая капроновая нить, одним концом соединенная с тележкой, а другим, со свободно подвешенным цилиндрическим грузом (5). В исходном положении тележку удерживает электромагнит, отпускающий тележку по запуску секундомера. При освобождении тележки, груз приходит в движение, придавая ей поступательное, равноускоренное движение. На самой тележке так же предусмотрена возможность установки грузов для изменения ее массы и следовательно характера ускорения при проведении опытов.

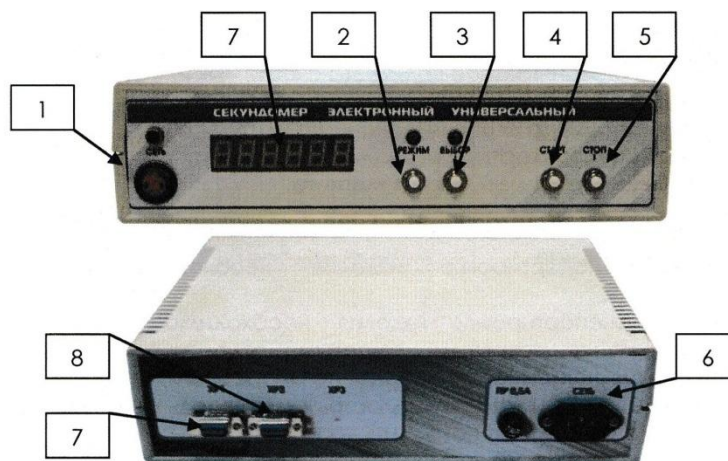


Рисунок 1.4 – Панель управления цифрового секундомера

Оборудование «Цифровой секундомер» предназначено для измерения интервалов времени и позволяет определять значения до тысячных секунд. Вреязадающим устройством секундомера является кварцевый генератор. Сигнал стабилизированной частоты с кварцевого генератора поступает на вход микроконтроллера, обеспечивающего следующие функции: приём командных сигналов от кнопочных переключателей и внешних датчиков; обработку сигналов в программе, в соответствии с установленным режимом работы, и выдачу результатов обработки на устройства цифровой индикации и светодиоды. Требуемый режим работы задаётся нажатием соответствующей кнопки выбора режима. После нажатия кнопки (1), происходит включение прибора и загорается электронный дисплей (7) на котором отображаются значения измерений при работе.

Кнопка «РЕЖИМ», позволяет выбрать нужный режим, для получения нужных временных значений.

Кнопка «ВЫБОР» подтверждает выбранный ранее режим.

Кнопка «СТОП», нажатием кнопки «СТОП» осуществляется включение магнита (если он используется в установках, где есть магнит)

Кнопка «СТАРТ», при нажатии кнопки происходит счет импульсов, после формирования 6-ти импульсов, счет импульсов останавливается.

Режим "Г" данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Секундомер работает в пяти режимах:

Режим "1" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Максимальное количество импульсов: 6. Нажимая кнопку «ВЫБОР» можно просмотреть время до каждого из импульсов.

Режим "2" – данный режим позволяет определить интервал между данным и последующим импульсом. При нажатии кнопки «ВЫБОР» можно просмотреть время между интересующими нас импульсами. Максимальное количество считаемых импульсов: 6.

Режим "3" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до 1-го сформированного импульса.

Режим "4" – стандартный режим секундомера.

Режим "5" – режим включения магнита.

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.

- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

1. Замерьте расстояния вдоль направляющей между вертикальной металлической шпилькой тележки, установленной в начальное положение и датчиками Д1; Д2; Д3; Д4; Д5; Д6.
2. Полученными значениями в таблице 1.1 заполните графы – Пройденное расстояние  $S_i$ .
3. Установите на тележку груз массой 1000 грамм.
4. Закрепите на свободный конец капроновой нити груз массой 50 грамм.
5. Включите электронный секундомер, убедитесь, что секундомер работает в 1–м режиме (цифра на крайнем правом индикаторе), если нет – нажимая кнопку «Режим» выберите 1 режим работы.
6. Придерживая правой рукой груз, закрепленный на нити, переместите тележку по направляющей в крайнее левое положение до упора и нажмите кнопку «Стоп» для включения электромагнита.
7. Нажмите кнопку «Старт», электромагнит выключится, после чего грузик и тележка начнут двигаться, одновременно запустится секундомер, а на табло мелькать цифры – отсчет времени.
8. После прохождения тележкой всего пути до упора в конце направляющей – секундомер остановит отсчет автоматически.
9. В таблицу 1.1 для значения пути  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  занесите значение промежутка времени  $t_{1,i}$  в секундах. После останова секундомера на табло будет отображаться значение времени для  $S_1$ , последовательно нажимая кнопку «Выбор», запишите значения для  $S_2 - S_6$ .
10. Затем проведите измерения еще четыре раза, повторяя пункты 6 – 9 и вписывая в таблицу 1.1 значения  $t_{2,i}, t_{1,3}, t_{4,i}, t_{6,i}$ .

Таблица 1.1

| №<br>п/п | Пройденное<br>расстояние<br>$S_i, m$ | ПРОМЕЖУТКИ ВРЕМЕНИ |              |              |              |              |              | Среднее<br>значение<br>$\bar{t}_i, c$ |
|----------|--------------------------------------|--------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------------------------------|
|          |                                      | $t_{1,i}, c$       | $t_{2,i}, c$ | $t_{3,i}, c$ | $t_{4,i}, c$ | $t_{5,i}, c$ | $t_{6,i}, c$ |                                       |
| 1        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |
| 2        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |
| 3        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |
| 4        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |
| 5        |                                      |                    |              |              |              |              |              |                                       |

11. После выполнения измерений выключить секундомер.

### Обработка результатов измерений

В каждой серии измерений промежутков времени найдите среднее значение  $\bar{t}_i$  с двумя цифрами после запятой. Данные запишите в таблицу 1.1.

Для нахождения параметров  $S_0$  и  $B$  методом наименьших квадратов следует внести в таблицу 1.2 следующие данные, предварительно рассчитав недостающие:

$$S_i, \bar{t}_i, \bar{t}_i^2, \bar{t}_i^4, S_i \bar{t}_i^2$$

(Здесь  $i$  – номер серии измерения)

Подсчитайте суммы по всем сериям измерений указанных данных ( $i$  изменяется от 1 до 5):  $\sum_{i=1}^5 S_i$ ,  $\sum_{i=1}^5 \bar{t}_i$ ,  $\sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^2$ ,  $\sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^4$  и  $\sum_{i=1}^5 S_i \bar{t}_i^2$  и так же внести в таблицу 1.2.

Решите систему уравнений 1.14 относительно параметров  $S_0$  и  $B$  используя числа, взятые из последней строчки таблицы:

$$\begin{cases} 5S_0 + B \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^2 = \sum_{i=1}^5 S_i \\ S_0 \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^2 + B \sum_{i=1}^5 \bar{t}_i^4 = \sum_{i=1}^5 S_i \bar{t}_i^2 \end{cases} \quad (1.14)$$

Таблица 1.2

| $i$            | $S_i$ | $\bar{t}_i$ | $\bar{t}_i^2$ | $\bar{t}_i^4$ | $S_i \bar{t}_i^2$ |
|----------------|-------|-------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1              |       |             |               |               |                   |
| 2              |       |             |               |               |                   |
| 3              |       |             |               |               |                   |
| 4              |       |             |               |               |                   |
| 5              |       |             |               |               |                   |
| $\sum_{i=1}^5$ |       |             |               |               |                   |

Определите значения  $S_0$  и  $B$ , необходимо на миллиметровой бумаге построить график зависимости пути от времени  $S(t) = S_0 + Bt^2$  в виде сплошной линии. Затем на этом же графике отметить значения  $\bar{t}_i$  и  $S_i$  в виде отдельных точек.

Рассчитайте погрешность измерений по общим правилам

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.

5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие величины характеризуют прямолинейное движение?
2. Какое движение называется равномерным, ускоренным?
3. В чем состоит принцип метода наименьших квадратов?
4. Начертите график зависимости пути от времени для равноускоренного движения без начальной скорости, с начальной скоростью; график пути для равнозамедленного движения.
5. Объясните смысл и происхождение слагаемого  $S_0$  и величины  $B$  в законе пути, полученном в результате работы.
6. С какой целью применяется метод наименьших квадратов?

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Барсуков, В. И. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. — Электрон. текстовые данные. — Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2015. — 248 с. — 978-5-8265-1441-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63918.html>
2. Зюзин, А. В. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / А. В. Зюзин, С. Б. Московский, В. Е. Туров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Академический Проект, 2015. — 436 с. — 978-5-8291-1745-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/36623.html>
3. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
4. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для вузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 1. Механика. Молекулярная физика. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 80 с.

2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

**Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

**Лабораторная работа 2. Вращательное движение с равномерным ускорением**

Цель и содержание работы:

Целью работы является изучение законов вращательного движения тела при равномерном угловом ускорении.

Содержание работы состоит в определении и зависимости углового ускорения от массы тела и массы ускоряющего груза.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

**Теоретическая часть**

В настоящей работе определяется зависимость углового перемещения от времени для равноускоренного движения при помощи учебного стенда «Вращательное движение с равномерным ускорением», схема которого представлена на рисунке 2.3. Движение шкива можно принять равноускоренным, если считать, что момент силы трения постоянен ( $M_{тр} = \text{const}$ ) и что нить нерастяжима и не проскальзывает по шкиву. Используя известную формулу для координаты тела при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью:

$$x = a \frac{t^2}{2} \quad (2.1)$$

с учетом соотношения  $a = \varepsilon \frac{D}{2}$  – получаем формулу для косвенного измерения углового ускорения при полном обороте:

$$\varepsilon = \frac{2 \times 2\pi}{t^2} \quad (2.2)$$

Зависимость углового ускорения шкива от массы  $m$  ускоряющего груза

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно фиксированной оси вращения в приближении невесомой нити имеет вид:

$$I_{\varepsilon} = M_{рез} = T \frac{D}{2} - M_{тер} \quad (2.3)$$

Уравнение выписано в проекции на ось вращения;  $I$  – момент инерции шкива относительно неподвижной оси;  $\varepsilon$  – проекция углового ускорения шкива на ось вращения;  $M_{рез}$  – проекция результирующего момента всех сил на ось вращения, складывающаяся из

момента силы натяжения нити  $T$  и момента силы трения  $M_{тр}$  тормозящего вращение шкива.

Силу натяжения нити  $T$  можно определить из второго закона Ньютона для массы  $m$ , его проекция на направление движения груза  $m$  имеет вид:

$$ma = mg - T \quad (2.4)$$

где  $a$  – ускорение движения массы  $m$ .

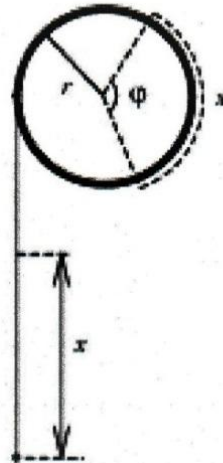


Рисунок 2.1 – Схема блока с натянутой капроновой нитью

В приближении нерастяжимой нити по рисунку 2.1 получаем соотношения, связывающие поступательное движение массы  $m$  с вращением шкива.

$$\frac{x}{r} = \varphi, V = \frac{dx}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} r = \omega r; a = \frac{ds}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r = \varepsilon r = \varepsilon \frac{D}{2} \quad (2.5)$$

Здесь  $\varphi$ (рад) – угол поворота шкива радиусом  $r$  при опускании груза на расстояние  $x$ ;  $V$  и  $\varphi$  – соответствующие линейная и угловая скорости;  $D$  – диаметр шкива.

С учетом уравнений 2.4 и 2.5 из уравнения 2.3 находим угловое ускорение шкива:

$$\varepsilon = \frac{mg \frac{D}{2} - M_{тр}}{I + m \frac{D^2}{4}} \quad (2.6)$$

Очевидно, что при  $M_{тр} = \text{const}$  (момент сил трения постоянен) вращение шкива является равноускоренным.

Из полученной формулы видно, что маятник будет вращаться с  $\varepsilon > 0$  лишь при выполнении условия:

$$m > m_0 = \frac{2M_{тр}}{gD} \quad (2.7)$$

т. е. при массе груза  $m$ , достаточной для того чтобы был преодолен момент сил трения, препятствующий вращению шкива.

Формула 2.6 упрощается при выполнении неравенства

$$I \gg m \frac{D^2}{4} \quad (2.8)$$

зависимость углового ускорения  $\varepsilon$  от массы опускающегося груза при этом становится линейной:

$$\varepsilon = \frac{mgD}{2I} - \frac{M_{тр}}{I} \quad (2.9)$$

График зависимости  $\varepsilon(m)$  при выполнении неравенства 2.8 приведён сплошной линией на рисунке 2.2. Штриховой линией показана точная зависимость 2.6. Штриховая горизонтальная прямая – асимптота при  $m \rightarrow \infty$ .

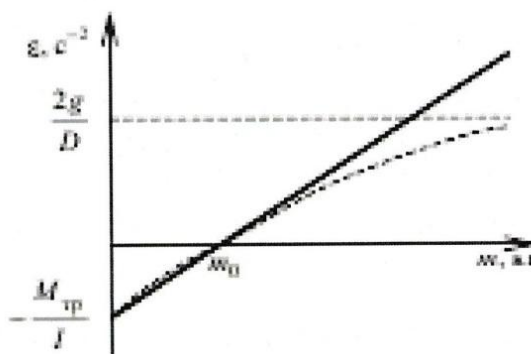


Рисунок 2.2 – График зависимости величин

Примечание. Если момент сил трения зависит от времени, то вращение маятника не будет равноускоренным. Возможен случай, когда момент сил трения пропорционален угловой скорости:

$$M_{\text{тр}} = M_0 + A\omega \quad (2.10)$$

где  $A$  – коэффициент пропорциональности;

$M_0 = m_0 g \frac{D}{2}$  – момент сил трения покоя при  $\omega = 0$ . Заметим, что при  $m < m_0 = \frac{M_0}{Dg}$  (сравните с формулой 2.7) вращение шкива не происходит. Решая дифференциальное уравнение 2.6 с учетом выражения 2.10, можно показать, что угловое ускорение  $\varepsilon$  в момент времени  $t$  дается формулой:

$$\varepsilon = \frac{(m - m_0)gD}{2(I + m \frac{D^2}{4})} \cdot e^{-\frac{A}{I + m \frac{D^2}{4}} \cdot t} \quad (2.11)$$

Оценка стандартного отклонения  $s$  производится по формуле

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{n}} \quad (2.12)$$

### Оборудование и материалы

1. Установка «Крутильный маятник Поля»
2. Цифровой секундомер

*Описание экспериментальной установки*

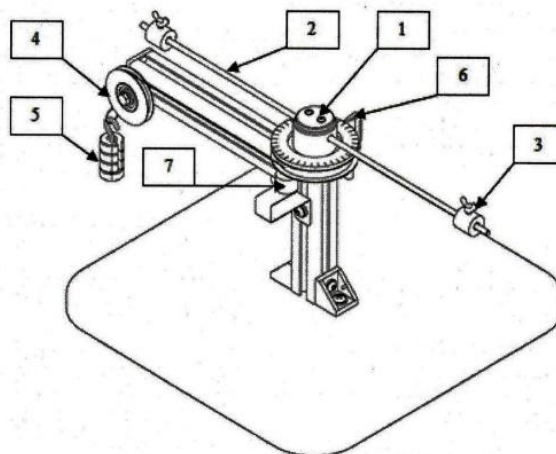


Рисунок 2.3 – Конструкция изделия:

1 – металлический шкив; 2 – стержень; 3 – регулируемые грузы; 4 – блок; 5 – цилиндрические грузы; 6 – датчик; 7 – электромагнит.

Схема лабораторной установки показана на рисунке 2.3. и конструктивно представляет собой, металлический шкив (1), горизонтально закрепленный на вертикальной опоре при помощи подшипников вращения. К верхней плоскости шкива присоединен металлический маховик, меньшего диаметра, на котором радиально закреплены два симметричных стержня (2). На каждом из стержней расположен груз (3) при этом имеется возможность регулировки расстояния установки груза относительно центра вращения маховика. К вертикальной опоре, ниже шкива, горизонтально прикреплен металлическая рейка, на конце которой в вертикальной плоскости установлен блок (4), который свободно вращается в собственных подшипниках. Через блок перекинута тонкая капроновая нить. Нить намотана на основной шкив и закреплена на нем, а свободным концом привязана к подвесному цилиндрическому грузу (5). Металлический шкив (1) может быть удержан от вращения при помощи металлического флажка и электромагнита (7). Если не удерживать шкив, то под действием опускающегося груза, нить разматывается и приводит шкив в ускоренное вращение. Время периода вращения шкива измеряется электронным секундомером. Для этого на стенде установлен индукционный датчик (6), который фиксирует каждый оборот шкива в определенной точке и передает сигнал в секундомер. Длина нити подобрана так, что при полной ее размотке, шкив успевает сделать шесть полных оборотов вокруг оси вращения. Следовательно, при проведении опыта секундомер будет фиксировать шесть периодов вращения.

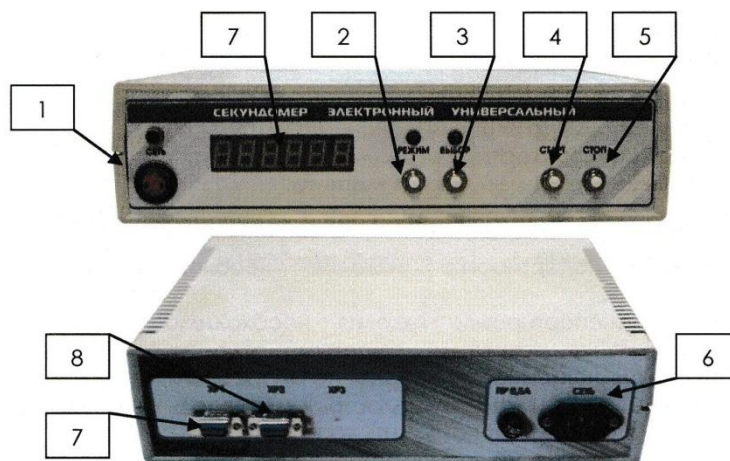


Рисунок 2.4 – Панель управления цифрового секундомера: 1 – кнопка включения прибора; 2 – кнопка «РЕЖИМ»; 3 – кнопка «ВЫБОР»; 4 – кнопка «СТАРТ»; 5 – кнопка

«СТОП»; 6 – разъем для сетевого кабеля; 7 – дисплей(на первом рисунке) разъем ХІ (на втором рисунке, магнит); 8 – разъем Х2(датчик)

Оборудование «Цифровой секундомер» предназначено для измерения интервалов времени и позволяет определять значения до тысячных секунд. Временязадающим устройством секундомера является кварцевый генератор. Сигнал стабилизированной частоты с кварцевого генератора поступает на вход микроконтроллера, обеспечивающего следующие функции: приём командных сигналов от кнопочных переключателей и внешних датчиков; обработку сигналов в программе, в соответствии с установленным режимом работы, и выдачу результатов обработки на устройства цифровой индикации и светодиоды. Требуемый режим работы задаётся нажатием соответствующей кнопки выбора режима. После нажатия кнопки(1), происходит включение прибора и загорается электронный дисплей (7) на котором отображаются значения измерений при работе.

Кнопка «РЕЖИМ», позволяет выбрать нужный режим, для получения нужных временных значений.

Кнопка «ВЫБОР» подтверждает выбранный ранее режим.

Кнопка «СТОП», нажатием кнопки «СТОП» осуществляется включение магнита (если он используется в установках, где есть магнит)

Кнопка «СТАРТ», при нажатии кнопки происходит счет импульсов, после формирования 6-ти импульсов, счет импульсов останавливается.

Режим "Г" данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Секундомер работает в пяти режимах:

Режим "1" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Максимальное количество импульсов: 6. Нажимая кнопку «ВЫБОР» можно просмотреть время до каждого из импульсов.

Режим "2" – данный режим позволяет определить интервал между данным и последующим импульсом. При нажатии кнопки «ВЫБОР» можно просмотреть время между интересующими нас импульсами. Максимальное количество считаемых импульсов: 6.

Режим "3" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до 1-го сформированного импульса.

Режим "4" – стандартный режим секундомера.

Режим "5" – режим включения магнита.

### **Указания по технике безопасности**

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.

- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

1. Закрепить на свободном конце капроновой нити груз массой  $m$ .
2. Установите грузы на штангах шкива с расстоянием  $R$  от центра вращения. Расстояния  $R$  задаются преподавателем.
3. Включить электронный секундомер, убедиться, что секундомер работает в 1-ом режиме (цифра на крайнем правом индикаторе), если нет – нажимая кнопку «Режим» выбрать 1 режим работы.
4. Придерживая правой рукой груз, закрепленный на нити, намотать оставшуюся ее часть на шкив.
5. Вращая шкив рукой, установить металлический флажок прямо над электромагнитом.
6. Нажать кнопку «Стоп» на секундомере, убедившись, что шкив удерживается от проворачивания (следить, чтобы флажок не смещался относительно электромагнита), после этого нажать кнопку «Старт» на секундомере, электромагнит выключится.
7. Подвешенный груз начнет движение вниз, маховик начнет вращаться, а на табло начнется отсчет времени.
8. После прохождения грузиком всего пути – секундомер остановится автоматически.
9. После останова секундомера на табло будет отображаться значение времени периода вращения 1-го полуоборота  $T_1$ , последовательно нажимая кнопку «Выбор», записать значения для  $T_2 - T_6$ .
10. Затем провести измерения еще два раза, повторяя пункты 3 – 9. Записать значения.
11. Заменить груз подвеса на другой, массой  $m = \text{xxx}$ . И провести опыт для этого груза повторяя пункты 3 – 10.
12. Вычислите значения  $\varepsilon$  для всех значений  $m$  и  $R$  предыдущих пунктов.
13. Вычислите оценки стандартных отклонений  $s$  для всех значений  $\varepsilon$  при обоих грузах  $m$ .
14. Постройте зависимость  $\varepsilon$  от  $m$  при двух значениях  $R$  на одном и том же графике с учетом оценок стандартных отклонений. По полученным графикам сделайте оценки момента сил трения и момента инерции.
15. Проверьте, используя оценку момента инерции  $I$  в пункте 14, выполнение неравенства  $I \gg m \frac{D^2}{4}$  –, при котором справедлива линейная зависимость углового ускорения от массы  $m$  ускоряющего груза, для различных значений массы  $m$  из проведенных опытов.
16. Рассчитайте ошибку измерений по общим правилам

### Содержание отчета

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. Какова цель лабораторной работы? Какие величины в работе измеряются непосредственно?
2. Как направлены векторы угловой скорости  $\vec{\omega}$ , углового ускорения  $\vec{\varepsilon}$ , результирующего момента сил и момента сил трения в случае ускоренного вращения?
3. Как вы записываете уравнение динамики вращательного движения маятника в данной работе?
4. Какова модель нити? Как свойства идеальной нити влияют на вид кинематических и динамических уравнений?
5. Покажите на рисунке все силы, действующие на шкив. Почему в уравнении динамики вращательного движения 1.3 не учтены моменты некоторых из этих сил?
6. Перечислите все допущения, при которых получается линейная зависимость углового ускорения  $\varepsilon$  от массы  $m$ .
7. Выведите зависимость углового ускорения  $\varepsilon$  от массы  $m$  опускающегося груза  $t$  в приближении линейной зависимости  $\varepsilon(m)$ .
8. Как в данной работе рассчитать оценку стандартного отклонения величины  $\varepsilon$ ?
9. Подтверждается ли измерениями линейная теоретическая зависимость углового ускорения  $\varepsilon$  от массы ускоряющего груза  $m$ ?

### Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

#### Основная литература:

1. Барсуков, В. И. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. — Электрон. текстовые данные. — Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2015. — 248 с. — 978-5-8265-1441-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63918.html>
2. Зюзин, А. В. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / А. В. Зюзин, С. Б. Московский, В. Е. Туров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Академический Проект, 2015. — 436 с. — 978-5-8291-1745-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/36623.html>
3. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
4. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### Дополнительная литература:

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые

данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>

2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>

3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 1. Механика. Молекулярная физика. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 80 с.

2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 3. Исследование законов механических колебаний с помощью крутильного маятника поля**

Цель работы: изучить понятие о резонансной частоте, колебаниях, вращательном движении, свободных и вынужденных колебаниях.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### **Теоретическая часть**

Рассмотрим движение твердого тела произвольной формы и размеров относительно связанной с ним закрепленной точки О (рисунок 3.1). Точку крепления тела назовем точкой подвеса. Такое закрепленное в точке подвеса твердое тело представляет собой физический маятник. Опыт показывает, что физический маятник, будучи выведенным из положения равновесия, совершает колебательное движение.

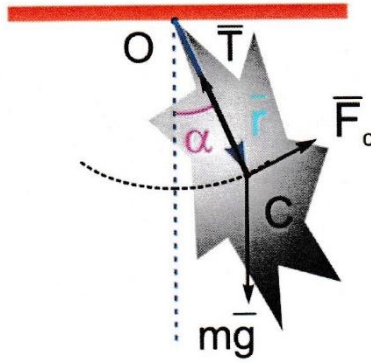


Рисунок 3.1 – Физический маятник и действующие на него силы.

Согласно основному закону динамики вращательного движения произведение момента инерции физического маятника на его угловое ускорение равно равнодействующему моменту внешних сил: силы тяжести  $m\vec{g}$ , силы сопротивления  $\vec{F}_c$  и силы упругой деформации  $\vec{T}$  твердого тела. Момент силы  $\vec{T}$  равен нулю, поскольку деформация растяжения тела в любой момент времени параллельна радиус-вектору  $\vec{r}$ , определяющему положение центра масс тела относительно точки подвеса. Следовательно,

$$I\ddot{a} = \bar{M} + \bar{M}_c \quad (3.1)$$

где  $a(t)$  – угол отклонения маятника, отсчитываемый от положения равновесия;  $\bar{M}$  – момент силы тяжести, стремящийся вернуть систему в положение равновесия;  $\bar{M}_c$  – момент силы сопротивления.

Будем считать, что для случая малых колебаний момент силы тяжести, пропорционален углу отклонения маятника от положения равновесия, а момент силы сопротивления – скорости его движения, т. е.

$$M = -mgr \sin(a) = -k \sin(a)$$

где  $M$  – проекция момента силы тяжести на ось вращения (для малых колебаний  $M = -ka$ );  $M_c = -h\dot{a}$  – проекция момента сил сопротивления на ось вращения (выражение справедливо для малых скоростей).

Тогда, спроецировав уравнение 3.1 на направление оси вращения, получим:

$$I\ddot{a} = M + M_c = -ka - h\dot{a} \quad (3.2)$$

где  $k$  и  $h$  – размерные константы;  $I$  – момент инерции маятника.

Поделив левую и правую части уравнения 3.2 на  $I$  и перенеся все слагаемые в левую часть, получим дифференциальное уравнение, описывающее динамику собственных затухающих колебаний физического маятника.

$$\ddot{a} + 2\beta\dot{a} + \omega_0^2 a = 0 \quad (3.3)$$

где  $\beta = h/2I$  – коэффициент затухания;  $\omega_0 = (\frac{k}{I})^{1/2}$  – собственная частота колебаний маятника.

Решение уравнения 3.3 для случая малого сопротивления  $\omega_0 > \beta$  имеет вид:

$$a(t) = a_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.4)$$

где  $\omega$  – частота свободных затухающих колебаний маятника.

Как видно из уравнения (3.4) амплитуда углового смещения  $a_m$  будет уменьшаться (затухать) с течением времени по экспоненциальному закону:

$$a_m(t) = a_0 e^{-\beta t} \quad (3.5)$$

Коэффициент затухания определяет быстроту этого процесса. Он равен промежутку времени, по истечении которого амплитуда колебаний уменьшается в  $e = 2.73$  раз.

Колебания при наличии затухания не являются гармоническими и даже периодическими. Условно, за период слабо затухающих колебаний можно принять минимальный промежуток времени между двумя ближайшими локальными максимумами или минимумами функции  $a(t)$  – углового смещения маятника относительно положения равновесия (рисунок 3.2).

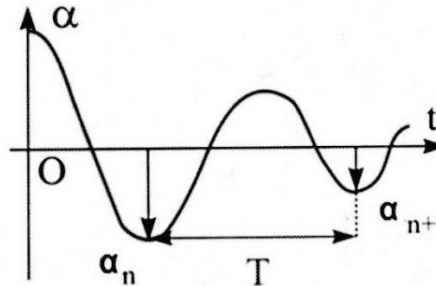


Рисунок 3.2 – Затухающие колебания при малом сопротивлении

Для характеристики интенсивности затухания используют понятие логарифмического декремента затухания. Пусть,  $T$  – условный период затухающих колебаний  $a_n$  и  $a_{n+1}$  – амплитудные значения отклонения  $a$  маятника от положения равновесия для двух его соседних максимумов или минимумов (рисунок 3.2). Величина  $d$ , равная

$$d = \ln\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right) \quad (3.6)$$

Называется логарифмическим декрементом затухания.

Можно показать, что  $d = \beta T$ , а величина  $1/d$  равна числу колебаний, по истечении которых их амплитуда уменьшается в  $e$  раз.

В случае большого трения, когда  $\omega_0 = \beta$  решение уравнения 3.3 имеет вид

$$a(t) = (a_0(1 + \beta t) + \dot{a}(0)t)e^{-\beta t} \quad (3.7)$$

где  $a_0$  и  $a(0)$  – начальное угловое смещение и начальная угловая скорость соответственно.

Примерный вид зависимостей  $a(t)$  при разных начальных условиях для случая  $\omega_0 = \beta$  приведен на рисунке 3.3а. Особенностью таких колебаний, называемых критическими, является то, что описывающая их зависимость  $a(t)$  пересекает ось времени не более одного раза.

При очень сильном трении, когда  $\beta > \omega_0$  решение уравнения 3.3 представляет собой сумму двух убывающих с течением времени экспонент. При этом система колебаний как таковых не совершает (рисунок 3.3 б). В целом, кинетика процесса затухания похожа на зависимость 2, приведенную на рисунке 3.3 а, однако, поскольку трение больше, чем в критическом режиме, то возврат к положению равновесия происходит медленнее другими словами, будучи выведенной из положения равновесия, система без осцилляций очень медленно возвращается в равновесное состояние. Такой режим колебаний называется аperiодическим или закритическим.

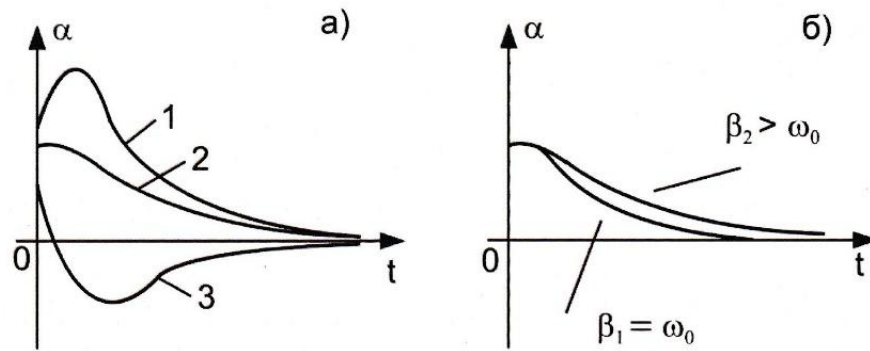


Рисунок 3.3 – Вид критических и ангармонических колебаний

а) критические колебания при различных начальных условиях

б) критические и аperiodические колебания при одинаковом начальном условии

$$\dot{\alpha}(0) = 0$$

Для возбуждения в системе незатухающих колебаний, необходимо за счет внешних сил скомпенсировать потери энергии, обусловленные наличием сопротивления среды. Колебания, которые совершает система под действием внешней периодической силы, называются вынужденными.

Характер движения системы при этом зависит от особенностей внешней силы. Наиболее важным является случай гармонической внешней силы, а в случае крутильных колебаний – гармонического момента сил. Пусть на физический маятник, кроме возвращающего момента и момента сил сопротивления действует момент внешней силы, изменяющийся по гармоническому закону:

$$M = M_0 \cos(\omega t) \quad (3.8)$$

где  $M_0$  – амплитуда момента внешней силы;  $\omega$  – частота изменения момента внешней силы.

Согласно основному закону динамики вращательного движения имеем:

$$I\ddot{\alpha} = -k\alpha - h\dot{\alpha} + M_0 \cos(\omega t) \quad (3.9)$$

Общее решение уравнения (2.9) можно представить в виде:

$$\alpha(t) = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos[\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t + \varphi] + a_m \cdot \cos(\omega t + \psi) \quad (3.10)$$

где  $A_0$  и  $\varphi$  – постоянные величины, определяемые из начальных условий, т. е. начальных значений углового смещения и угловой скорости физического маятника;  $a_m$ ,  $\psi$  – постоянные величины (параметры вынужденных колебаний), которые определяются свойствами системы и внешним воздействием.

Первое слагаемое в выражении 3.10 описывает собственные затухающие колебания системы, а второе – гармонические колебания с амплитудой  $a$ , совершающиеся с частотой вынуждающей силы. Наложение этих колебаний создает результирующее движение, имеющее характер «биений». Биения проявляются в том, что колебания совершаются с изменяющейся амплитудой.

Графики биений имеют вид, представленный на рисунке 3.4.

Поскольку первое слагаемое в уравнении 3.10 экспоненциально затухает с течением времени, то через определенный временной интервал, называемый временем установления колебаний, собственные колебания системы прекратятся. Колебания, которые устанавливаются в системе после затухания амплитуды собственных колебаний, называются установившимися вынужденными колебаниями.

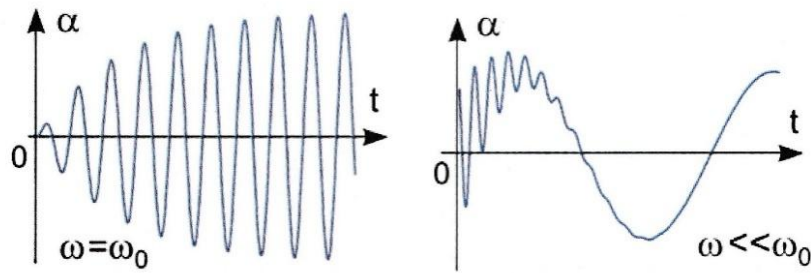


Рисунок 3.4 – Графики вынужденных колебаний для случаев  $\omega = \omega_0$  и  $\omega \ll \omega_0$

Установившиеся вынужденные колебания описываются уравнением:

$$a(t) = a_m \cos(\omega t + \psi) \quad (3.11)$$

где  $a_m$  – амплитуда установившихся вынужденных колебаний;  $\psi$  – сдвиг фаз между угловым смещением физического маятника и вынуждающей силой.

Из уравнения 3.8 и 3.11 следует, что движение физического маятника в установившемся режиме представляют собой гармонические колебания с частотой, равной частоте вынуждающей силы. Параметры вынужденных колебаний определяются, исходя из следующих уравнений:

$$a_m = \frac{M_0}{(I\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2})} \quad (3.12)$$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{-2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (3.13)$$

Амплитуда  $a_m$  и фаза вынужденных колебаний существенно зависят от отношения между частотой  $\omega$  изменения внешнего момента сил  $\bar{M}$  и собственной частотой  $\omega_0$  колебаний системы. На рисунке 3.5 изображены зависимости амплитуды углового смещения от частоты вынуждающей силы, соответствующие разным значениям коэффициентов затухания  $\beta$ . Из рисунка 3.5 видно, что при определенном значении частоты вынуждающей силы  $\omega_p$  амплитуда вынужденных колебаний достигает своего максимального значения, равного  $\omega_p$ . Такое явление называется резонансом, а частота, при которой оно происходит – резонансной частотой. Зависимость  $a_m = f(\omega)$  называется амплитудной резонансной кривой или амплитудно–частотной характеристикой маятника.

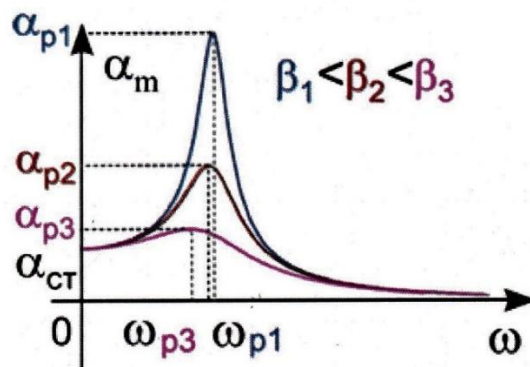


Рисунок 3.5 – Амплитудно–частотная характеристика

$a_m$  – амплитуда,  $a_p$  – резонансная амплитуда

Приравняв производную выражения 3.12 к нулю  $\frac{da_m}{d\omega} = 0$ , получим, что при малом сопротивлении среды амплитуда углового смещения  $a_p$  в резонансе равна

$$a_p = M_0 / (2I\beta_0) \quad (3.15)$$

Из уравнения 3.12 следует, что

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (3.14)$$

т.е.  $\omega_p$  зависит от свойств среды, в которой совершаются колебания.

Если  $\omega = 0$ , то амплитуда вынужденных колебаний оказывается равной величине статистического углового смещения  $a_{ст}$  системы под действием постоянного момента внешней силы. При частоте  $\omega$ , стремящейся к бесконечности, все амплитудные кривые асимптотически приближаются к нулю, так как в данном случае система не успевает отреагировать на действие вынуждающего момента внешних сил и остается в состоянии равновесия.

Как следует из уравнения (3.13), сдвиг по фазе между силой и угловым смещением зависит от соотношения частот собственной и вынуждающей силы, а также от коэффициента затухания (рисунок 3.6). При  $\omega = \omega_0$  смещение отстает от силы на  $\pi/2$ . Это означает, что в момент времени, когда момент внешней силы достигает своего максимального значения, угловое смещение равно нулю.

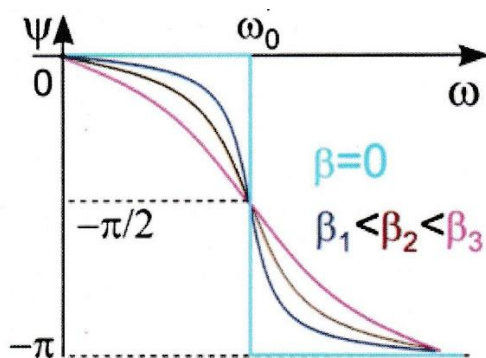


Рисунок 3.6 – Фазовые резонансные кривые маятника

С увеличением частоты изменения момента внешней силы отставание углового смещения от величины момента силы растет и при очень больших частотах  $\omega$  приближается к  $-\pi$ , т. е. момент силы и угловое смещение колеблются в противофазе.

Фазовые соотношения между угловым смещением и моментом внешней силы позволяют понять сущность явления резонанса с точки зрения энергетических соображений. Покажем, что при  $\omega = \omega_0$  угловое смещение отстает по фазе от вынуждающего момента гармонической силы на  $\pi/2$ , т. е.

$$M = M_0 \cos(\omega_0 t); a = a_m \sin(\omega_0 t) \quad (3.16)$$

Согласно выражению 2.16 зависимость угловой скорости физического маятника от времени имеет вид:

$$\dot{a} = a_m \omega_0 \cos(\omega_0 t) \quad (3.17)$$

Из соотношений 3.16 и 3.17 видно, что скорость и внешняя сила колеблются в фазе. Следовательно, мощность, развиваемая внешней силой, положительна в любой момент времени, а энергия, передаваемая системе от внешнего источника максимальна (угловая скорость маятника при частоте вынуждающей силы, равной собственной частоте колебаний, максимальна). Работа внешнего момента сил в случае  $\omega = \omega_0$  направлена на преодоление сил трения.

## Оборудование и материалы

### 1. Стенд «Крутильный маятник Поля»

#### Описание установки

Симметричное тело (тонкий металлический диск) (2) скрепляется со спиральной пружиной (3). Диск отводится от положения равновесия, сжимая или растягивая пружину, после чего диск начинает совершать колебательное движение с периодом, зависящим от величины момента инерции диска и коэффициента затухания.

Вынужденные гармонические колебания диска создаются в системе путем соединения стрелки, на которую насажена пружина со скрепленным с ней диском, с двигателем (4) через штангу с валом, частоту оборотов которого можно изменить. (рисунок 3.7).

Коэффициент затухания в системе изменяется путем пропускания постоянного электрического тока через катушки индуктивности, в зазоре между которыми перемещается маятник (металлический диск). При движении диска в магнитном поле в нем индуцируются токи Фуко, что в итоге приводит к появлению дополнительного тормозящего момента сил.

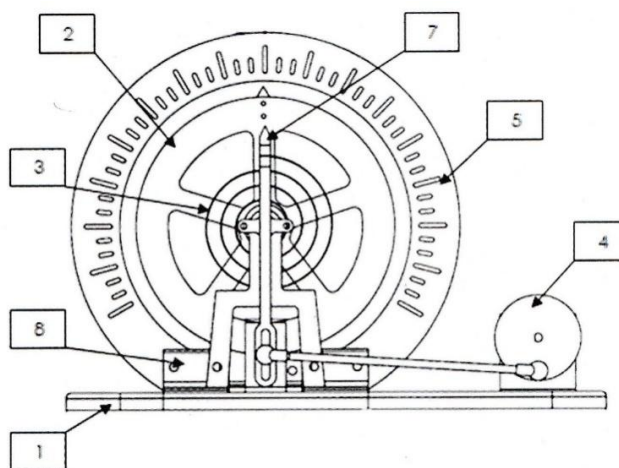


Рисунок 3.7 – Общий вид экспериментальной установки

1 – основание; 2 – колесо Поля; 3 – возвратная пружина; 4 – электродвигатель; 5 – линейка; 7 – стрелка; 8 – магниты

#### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.

- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

#### Упражнение 1

1. Соберите электрическую схему.
2. Не подключая источник питания к маятнику Поля, отклоните его на 10–20 делений (относительных единиц) шкалы транспортира, расположенного на установке, а затем отпустите диск маятника. Измерьте три раза период свободных колебаний маятника, а затем рассчитайте циклическую частоту затухающих колебаний.
3. Экспериментальным путем установите зависимость амплитуды углового смещения маятника от времени в режиме свободных колебаний. Для этого измеряйте угловую амплитуду через промежутки времени, кратные периоду колебаний. Результаты измерений занесите в таблицу 3.1.

Таблица 3.1

|   |  |  |  |  |  | ,с |  |  | $\ln \frac{a_{cp}}{a_0}$ | $t \ln \frac{a_{cp}}{a_0}$ |
|---|--|--|--|--|--|----|--|--|--------------------------|----------------------------|
|   |  |  |  |  |  |    |  |  |                          |                            |
| Т |  |  |  |  |  |    |  |  |                          |                            |
| Т |  |  |  |  |  |    |  |  |                          |                            |
| Т |  |  |  |  |  |    |  |  |                          |                            |
| Т |  |  |  |  |  |    |  |  |                          |                            |

4. Постройте график зависимости  $a_{cp} = f(t)$ .
5. Используя МНК, рассчитайте коэффициент затухания маятника Поля для случая минимального коэффициента сопротивления в системе (ток через катушку индуктивности не пропускается) по формуле:

$$\beta = \frac{\sum_i t_i \ln \frac{a_{cpi}}{a_0}}{\sum_i t_i^2}$$

6. Рассчитайте собственную частоту колебаний маятника по формуле:  
 $\omega_0 = (\omega^2 + \beta^2)^{1/2}$

7. Подключите катушки к источнику питания, пропустив через катушки индуктивности постоянный ток, соответствующий напряжениям на источнике питания 4 В, 6 В и 10 В, и повторите пункты 1–5.

## Упражнение 2

1. Соберите схему. Напряжение на катушки индуктивности пока не подавайте, тем самым обеспечивая самый малый коэффициент сопротивления в системе. На выходе DC (постоянный ток) источника питания установите напряжение 15 В.

2. Регулируя положение ручек грубой и плавной настройки потенциометров, установите минимальное напряжение на электродвигателе.

3. Выдержите паузу длительностью приблизительно в одну минуту и определите значение периода в режиме установившихся колебаний.

4. Измерьте амплитуду углового смещения, соответствующую данной частоте установившихся колебаний. Амплитуду измеряйте по шкале транспортира в относительных единицах.

5. Повторите пункты 3–4 увеличивая напряжение на электродвигателе. Особенно часто (через 0.05 – 0.1 В) проводите измерения в области резкого изменения амплитуды углового смещения.

6. Постройте амплитудно–резонансную кривую.

7. Повторите пункты 2 – 6 данного упражнения при напряжениях, подаваемых на катушки индуктивности, равных 4 В, 6 В и 10 В, устанавливая тем самым различные коэффициенты затухания.

8. Исходя из амплитудно–резонансных кривых определите резонансную частоту  $\omega_p$  и значения амплитуды  $a_p$  вынужденных колебаний при резонансе статической амплитуды  $a_{ст}$ . Рассчитайте собственную частоту колебаний согласно формуле 2.14 и сравните ее со значением, полученным в упражнении 1.

9. Рассчитайте добротность системы по формуле  $Q = \frac{a_p}{a_{ст}}$

10. Используя формулу 3.13, рассчитайте сдвиг фаз  $\psi$  между угловым смещением маятника и вынуждающей силой для каждого значения частоты  $\omega$ .

11. Постройте фазовые резонансные кривые для различных коэффициентов затухания в системе.

12. Рассчитайте ошибку измерений по общим правилам

## Содержание отчета

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

## Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются свободными?
2. Запишите дифференциальное уравнение затухающих колебаний. проанализируйте его решение.
3. В чем заключается физический смысл коэффициента затухания?
4. Чем определяется собственная частота системы и частота затухающих колебаний?
5. Что такое критический и ангармонический режимы колебаний? Каковы их отличительные особенности?
6. Какие колебания называются вынужденными?
7. Запишите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний. Проанализируйте его решение.
8. Что такое переходной и установившийся режим вынужденных колебаний?
9. От чего зависит время установления колебаний?
10. От чего зависят амплитуда и частота установившихся вынужденных колебаний?
11. В чем заключается явление резонанса?
12. Что такое резонансная частота? От каких физических величин она зависит?
13. Чему равно статическое смещение маятника?
14. Дайте определение добротности системы. Как она связана с резонансной амплитудой и статическим смещением?
15. Что представляют собой установившиеся вынужденные колебания, происходящие под действием внешней гармонической силы?
16. Объясните, чему равен сдвиг фаз между смещением и вынужденной силой при резонансе.

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Барсуков, В. И. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. — Электрон. текстовые данные. — Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2015. — 248 с. — 978-5-8265-1441-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63918.html>
2. Зюзин, А. В. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / А. В. Зюзин, С. Б. Московский, В. Е. Туров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Академический Проект, 2015. — 436 с. — 978-5-8291-1745-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/36623.html>
3. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
4. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>

2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>

3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 1. Механика. Молекулярная физика. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 80 с.

2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;

2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;

3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;

4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 4. Параллелограмм сил**

Цель работы: Определить точку равновесия в случае, когда силы  $F_1$  и  $F_2$  симметричны.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### **Теоретическая часть**

Силы – это векторы, и, следовательно, их можно складывать, используя правила сложения векторов. Чтобы представить сумму двух векторов графически, начало второго вектора помещается в точку конца первого вектора. Стрелка из точки начала первого вектора до точки конца второго вектора представляет собой вектор, полученный в результате сложения этих векторов. Если построить параллелограмм (в котором два складываемых вектора являются сторонами), диагональ, проведенная из угла начальной точки в противоположный угол, будет представлять собой результат сложения векторов (см. рисунок. 4.1).



Рисунок 4.1 – Векторная сумма сил (параллелограмм сил)

Векторное сложение сил можно просто и наглядно представить на столе для демонстрации сил. Точка приложения трех отдельных сил в состоянии равновесия находится строго по середине стола. Величины отдельных сил определяются по

подвешенным грузикам, а угол каждого из векторов силы (направление действия каждой из сил) определяется с помощью транспортира. В состоянии равновесия сумма трех отдельных сил определяется выражением

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0 \quad (4.1)$$

Поэтому  $\mathbf{F}_3$  – это сумма отдельных сил  $\mathbf{F}_1$  и  $\mathbf{F}_2$  (см. рисунок. 4.2):

$$-\mathbf{F}_3 = \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (4.2)$$

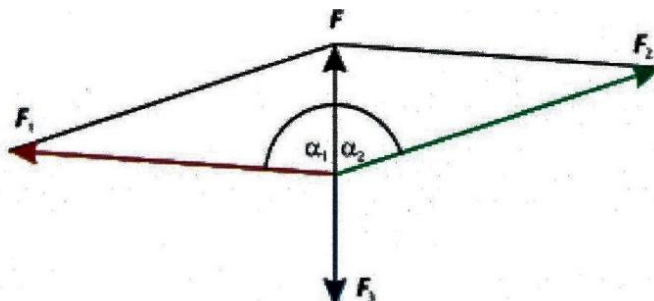


Рисунок 4.2 – Определение суммы векторов двух сил  $\mathbf{F}_1$  и  $\mathbf{F}_2$  по уравнивающей силе  $\mathbf{F}_3$ .

Параллельные векторные составляющие для суммы  $\mathbf{F}$  определяются уравнением

$$-\mathbf{F}_3 = \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 \cos \alpha_1 + \mathbf{F}_2 \cos \alpha_2 \quad (4.3)$$

Параллельные векторные составляющие для определяются уравнением

$$0 = \mathbf{F}_1 \sin \alpha_1 + \mathbf{F}_2 \sin \alpha_2 \quad (4.4)$$

Уравнения 4.3 и 4.4 представляют собой математический анализ векторного сложения. Для проведения данного опыта рекомендуется направить силу  $\mathbf{F}_3$  так, чтобы ее угол был равен  $0^\circ$ . В качестве альтернативы аналитическому представлению равновесие сил можно исследовать графически. Для того чтобы это сделать, нарисуем линии, представляющие все три силы и исходящие из центральной точки приложения. Отметим величину и угол каждой силы. Затем сместим силы  $\mathbf{F}_2$  и  $\mathbf{F}_3$  вдоль параллельных линий, пока точка начала не окажется в конце предыдущего вектора. Полученный в результате вектор равен 0 (см. рисунок 4.3).

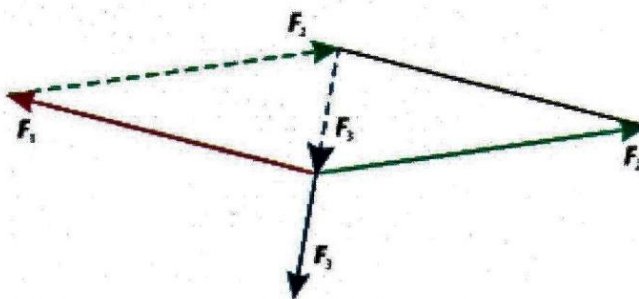


Рисунок 4.3 – Графическое исследование равновесия трех произвольных сил, действующих в различных направлениях

При проведении данного опыта эту операцию выполняют для трех произвольных сил, следя за тем, чтобы все время сохранялось состояние равновесия. В данном опыте аналитическое наблюдение ограничивается особым случаем, когда две силы  $\mathbf{F}_1$  и  $\mathbf{F}_2$  симметричны  $\mathbf{F}_3$ .

#### Оценочный расчёт

Векторное сложение сил можно просто и наглядно представить на столе для демонстрации сил. Точка приложения трех отдельных сил в состоянии равновесия

находится строго по середине стола. Величины отдельных сил определяются по подвешенным грузикам, а угол каждого из векторов силы (направление действия каждой из сил) определяется с помощью транспортира. Результат опыта можно оценить аналитически или представить графически.

Равенство 4.4 выполняется в симметричном случае ( $F_1 = F_2$ ;  $\alpha_1 = -\alpha_2$ ). Из уравнения 4.3 получаем уравнение характеристики, с помощью которого построен график на рисунке 4.4 (описывающий данные измерения).

$$F = 2F_1 \cos \alpha_1 \quad (4.5)$$

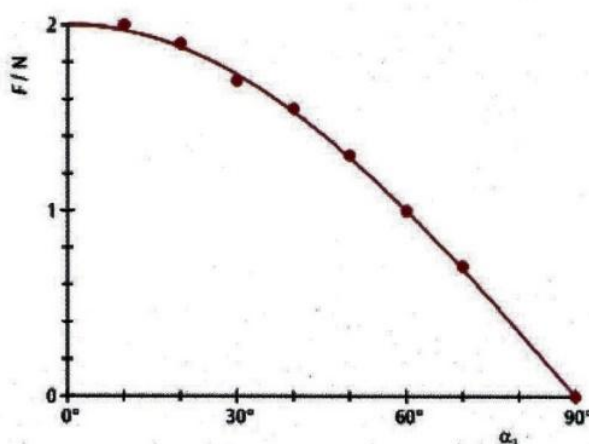


Рисунок 4.4 – Измеренная и рассчитанная суммы двух симметричных сил в зависимости от угла  $\alpha_1$

### Оборудование и материалы

1. Стенд «Параллелограмм сил»
2. Набор грузов

#### *Описание и технические характеристики оборудования*

Состав комплекта учебно–лабораторного оборудования «Параллелограмм сил» представлен на рисунке 4.5.

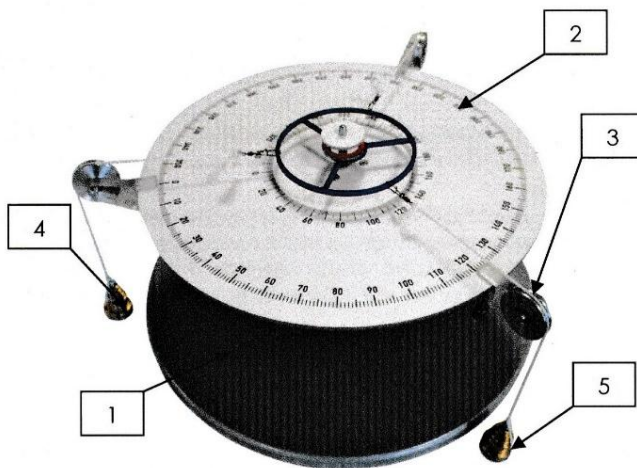


Рисунок 4.5 – Конструкция изделия: 1 – основание; 2 – стол с градуированной шкалой; 3 – съемные крепления; 4 – съемные подвесы; 5 – грузы;

Схема лабораторной установки показана на рисунке 4.5. К основанию с креплением для вертикальной стойки(1) прикреплена вертикальная стойка, на которую устанавливается стол с нанесенной градуированной шкалой(2), к которому прикреплены

съёмные крепления для направления подвесов(3), к ним в свою очередь подсоединены съёмные подвесы(4) с разновесными грузами(5). Величины отдельных сил определяются по подвешенным грузикам(6), а угол каждого из векторов силы (направление действия каждой из сил) определяется с помощью транспортира.

### **Указания по технике безопасности**

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### **Задания**

Определение силы равновесия

1. Установите основание (см. рисунок 4.4) горизонтально.
2. Установите заданный преподавателем угол между двумя грузами.
3. Нити с грузами перекиньте через блоки.
4. Установите на подвесы заданные грузы.
5. Выберите угол и рассчитайте необходимый вес груза.
6. Установите угол и грузы на подвесе.
7. Добейтесь равновесия грузов, перемещая третий блок.
8. Сравните практический результат с теоретическим.
9. Повторите эксперимент, изменив угол или вес грузов.
10. Рассчитайте погрешность измерений по общим правилам.

### **Содержание отчёта**

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. В чём заключается правило параллелограмма сил?
2. При каком условии направление равнодействующей делит пополам угол между направлениями составляющих сил?
3. При каких значениях угла  $\alpha$  (рисунок 3.6) и сил  $F_1$  и  $F_2$  точка будет в равновесии?

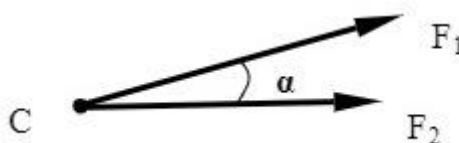


Рисунок 4.6

### Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

#### Основная литература:

1. Барсуков, В. И. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. — Электрон. текстовые данные. — Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2015. — 248 с. — 978-5-8265-1441-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63918.html>
2. Зюзин, А. В. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / А. В. Зюзин, С. Б. Московский, В. Е. Туров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Академический Проект, 2015. — 436 с. — 978-5-8291-1745-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/36623.html>
3. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
4. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### Дополнительная литература:

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>

3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для вузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 1. Механика. Молекулярная физика. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 80 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 5. Изучение сил в природе**

#### **Цель работы:**

1. Определение коэффициентов трения покоя, скольжения и качения.
2. Определение реакции опоры на тело.

#### **Формируемые компетенции или их части:**

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### **Теоретическая часть**

Силы трения возникают между соприкасающимися телами или их частями, как при относительном движении, так и при относительном покое. Трение называется внешним, если оно действует между различными соприкасающимися телами, не образующими единого тела (например, трение между бруском и наклонной плоскостью, на которой он лежит или с которой он соскальзывает). Если же трение проявляется между различными слоями жидкости или газа, скорости которых непрерывно меняются от слоя к слою, то трение называется внутренним. Силы трения направлены по касательной к трущимся поверхностям (или слоям), причем так, что они противодействуют перемещению этих поверхностей (слоев).

Трение между поверхностями двух соприкасающихся твердых тел при отсутствии между ними жидкой или газообразной прослойки (смазки) называется сухим. Если соприкасающиеся тела движутся друг относительно друга, то различают трение скольжения и трение качения. Сухое трение возникает не только при скольжении одного тела по поверхности другого, но и при всякой попытке вызвать такое скольжение. В последнем случае трение называется трением покоя.

Трение между поверхностями твердого тела и окружающей его жидкой или газообразной средой, в которой оно движется, а также трение между частями такой среды, называется жидким или вязким.

## Трение покоя

Механизм возникновения трения покоя заключается в следующем: поверхность даже хорошо отполированного твердого тела имеет микровыступы, трещины, впадины. Заполнение этих выступов будет препятствовать относительному перемещению соприкасающихся тел.

На ряде участков расстояние между соприкасающимися телами может оказаться порядка радиуса действия молекулярных сил. Это приводит к слипанию тел на данных участках, что также препятствует их относительному перемещению.

Внедрению микровыступов и частичному слипанию поверхностей способствует сила нормального давления, прижимающая твердые тела друг к другу. Этой силой может служить сила тяжести или ее нормальная составляющая, а также любая другая сила, перпендикулярная поверхности соприкасающихся тел.

Когда на одно тело вдоль поверхности его соприкосновения с другим никакая сила не действует, то сила трения покоя равна нулю. По мере возрастания величины внешней силы будет возрастать и противоположно направленная ей сила трению покоя, так что сумма этих сил будет оставаться равной нулю, и тело не придет в движение. Тело будет оставаться в покое до тех пор, пока прилагаемая к нему внешняя сила не превзойдет по величине максимальной силы трения покоя. Внешняя сила, меньшая максимальной силы трения покоя, вызывает в основном упругие деформации микровыступов и областей, где действуют силы молекулярного сцепления.

Зависимость силы трения от величины внешней силы представлена на рисунке 1.1. Участок I соответствует трению покоя. На участке II тело приходит в движение, и сила трения покоя переходит в силу трения скольжения.

Величина максимальной силы трения покоя  $F_{тр}$  не зависит от величины площади поверхности, вдоль которой тела соприкасаются, и пропорциональна силе  $N$  нормального давления, численно равной силе реакции опоры:

$$F_{тр} = \mu N \quad (5.1)$$

Безразмерный коэффициент пропорциональности  $\mu$  называется коэффициентом трения покоя, он зависит от материала поверхностей, их микрогеометрического профиля и других факторов. Выражение 5.1 называется законом Амонтона.

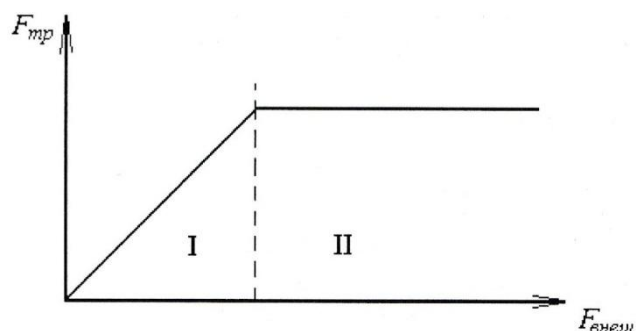


Рисунок 5.1 – Зависимость силы трения от величины внешней силы

## Трение скольжения

Если сила, действующая на тело вдоль поверхности его соприкосновения с другим телом, больше предельного значения силы трения покоя, то тело приобретает ускорение и сила трения покоя переходит в силу трения скольжения. Сила трения скольжения зависит от природы и состояния трущихся поверхностей, так и от относительной скорости тел. Вначале с возрастанием относительной скорости величина силы трения несколько уменьшается, а затем начинает расти. В случае, когда состояние поверхностей не изменяется (за счет сглаживания поверхностей, нагрева и т.д.), сила трения скольжения

оказывается практически не зависящей от скорости и равной максимальной силе трения покоя.

Трение скольжения возникает в результате пластических деформаций микровыступов и их частичного разрушения. Взаимное проскальзывание тел приводит к уменьшению зацеплений микровыступов и уменьшению прилипания поверхностей, в результате чего коэффициент трения скольжения меньше коэффициента трения покоя.

Поскольку сила трения скольжения направлена в сторону противоположную скорости тела, то работа силы трения всегда отрицательна. Движение при наличии силы трения сопровождается диссипацией механической энергии, т.е. переходом ее во внутреннюю энергию трущихся тел.

#### Трение качения

Если цилиндрическое (или шарообразное) тело катится по плоской или изогнутой поверхности, то между ними возникает сила трения качения. Возникновение этой силы возможно только в случае неупругих деформаций катящегося тела и поверхности (рисунок 1.2а). Силы  $F_1$  и  $F_2$  являются равнодействующими сил, приложенных к деформированному телу со стороны участков деформированной поверхности. Равнодействующая  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  не проходит через центр тяжести тела  $O$ , так как силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  не симметричны относительно вертикальной оси  $O'O''$  и  $\vec{F}_1 \neq \vec{F}_2$ . Момент силы  $\vec{F}_2$ , тормозящий вращения, больше момента силы  $\vec{F}_1$ , его ускоряющего, поэтому суммарный момент сил (момент силы  $\vec{R}$ ) тормозит вращение тела, в результате чего кинетическая энергия цилиндра превращается во внутреннюю энергию посредством неупругих деформаций.

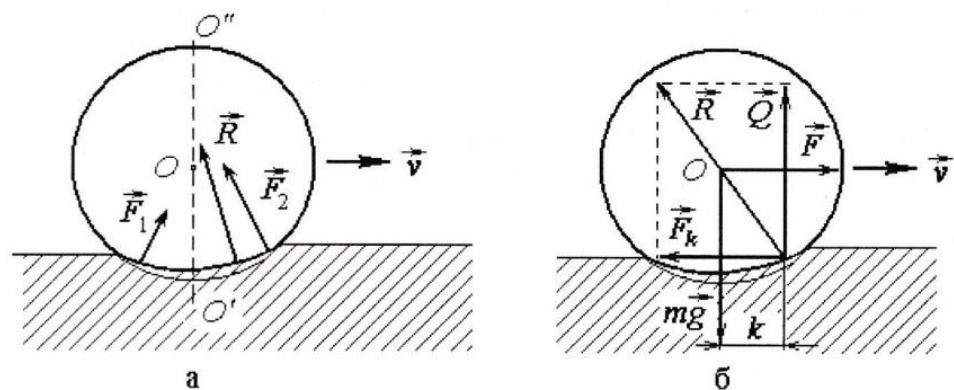


Рисунок 5.2 – а) Возникновение силы в случае неупругой деформаций катящегося тела и поверхности; б) движение цилиндрического тела массой  $m$  по горизонтальной поверхности под действием внешней силы  $\vec{F}$ .

Силу  $\vec{F}$  можно подобрать такой, чтобы скорость поступательного движения оси цилиндра  $\vec{v}$  и угловая скорость вращения вокруг оси  $\vec{\omega}$  оставались постоянными. Тогда направление силы реакции опоры  $\vec{R}$  должно проходить через ось цилиндра, как и направление всех остальных действующих сил – силы тяжести  $m\vec{g}$  и приложенной внешней силы  $\vec{F}$ . Поскольку скорость поступательного движения оси  $\vec{v} = \text{const}$ , то сила трения качения  $\vec{F}_k$  (горизонтальная составляющая силы  $\vec{R}$ ) должна быть численно равна внешней силе  $\vec{F}$  ( $F_k = F$ ), а сила  $Q$  (вертикальная составляющая силы  $\vec{R}$ ) численно равна силе тяжести  $m\vec{g}$  ( $Q = mg$ ).

Из постоянства угловой скорости вращения следует, что должно выполняться правило равенства моментов. Момент силы трения качения  $\vec{F}_k$  относительно точки  $O$

равен произведению силы реакции опоры  $Q$  на расстояние смещения  $k$  вследствие контактных деформаций точки опоры

$$F_k \cdot r = Q \cdot k \quad (5.2)$$

(силы  $\vec{F}$  и  $m\vec{g}$  моментов не создают). Отсюда:

$$F_k = \frac{k}{r} Q \quad (5.3)$$

Отсюда:

$$k = \frac{r F k}{Q} \quad (5.4)$$

где  $k$  — коэффициент трения качения, имеющий размерность длины и равный расстоянию от вертикального диаметра катящегося тела до точки приложения силы реакции опоры  $\vec{R}$ ,  $r$  — радиус основания цилиндра ( $k \ll r$ ).

Для большинства материалов  $k/r \ll \mu$  ( $\mu$  — коэффициент трения скольжения).

В настоящей работе определяются коэффициенты трения для различных видов сухого трения дерева по дереву.

### Оборудование и материалы

1. Стенд «Наклонная плоскость»
2. Динамометр
3. Набор грузов

#### Описание экспериментальной установки

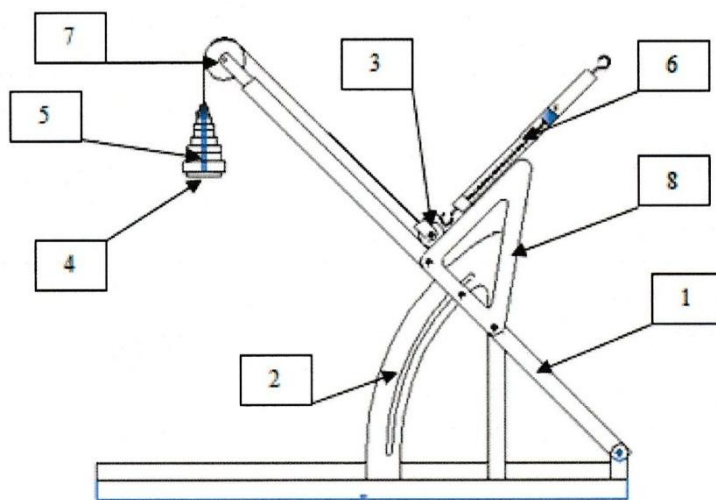


Рисунок 1.3 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Наклонная плоскость» представляет собой наклонную плоскость — 1, изготовленную из нержавеющей стали. Угол наклона плоскости — 1 к горизонту можно изменять с помощью сектора — 2. Исследуемое тело: тело качения — 3. Прикрепив к торцу тела качения нить и перекинув ее через блок — 7, с помощью подвеса с чашкой — 4, на которую устанавливаются грузы — 5 можно привести исследуемое тело в движение.

Прикрепив к телу качения динамометр — 6, можно определить силу, действующую на исследуемое тело, а также с помощью него, возможно, удерживать исследуемое тело. Для остановки тела в эксперименте при уменьшении массы грузов и фиксированного установления динамометра служит упор — 8.

## Методика проведения экспериментов

### Коэффициент трения покоя

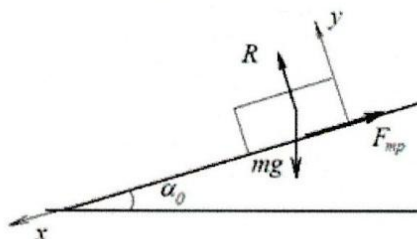


Рисунок 5.4 – Схематическое представление трения покоя

Значение коэффициента трения покоя  $\mu_0$  находится методом предельного угла: плавно увеличивая угол наклона плоскости (рисунок 5.4), находим такое предельное значение угла наклона  $\alpha_0$ , при котором начинается скольжение груза массой  $m$  (ускорение бруска можно считать равным нулю). На основании второго закона Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{R} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0 \quad (5.5)$$

или в проекциях на направления  $X$  и  $Y$  соответственно:

$$mg \sin \alpha_0 - F_{\text{тр}} = 0 \quad (5.6)$$

$$R - mg \cos \alpha_0 = 0 \quad (5.7)$$

Учитывая, что сила трения покоя  $F_{\text{тр}} = \mu_0 R$ , из 5.6 и 5.7 получим

$$\mu_0 = \tan \alpha_0 \quad (5.8)$$

т.е. коэффициент трения покоя численно равен тангенсу угла наклона  $\alpha_0$ .

### Коэффициент трения скольжения

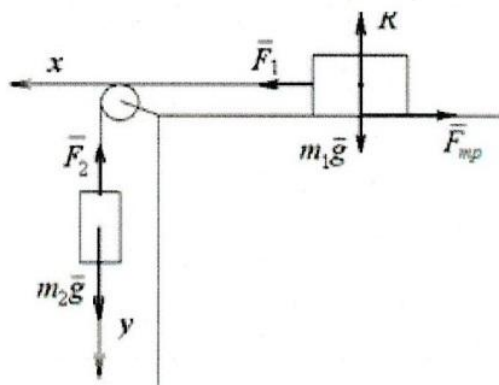


Рисунок 5.5 – Схематическое представление трения скольжения

Поместим на горизонтальную плоскость груз массой  $m_1$  (рисунок 5.5). Приведем брусок в движение с помощью груза с массой  $m_2$ . На основании второго закона Ньютона для каждого из тел можно записать:

$$\vec{F}_1 + m_1\vec{g} + \vec{R} + \vec{F}_{\text{тр}} = m_1\vec{a}_1 \quad (5.9)$$

$$\overline{F_2} + m_2 \bar{g} = m_2 \bar{a}_2 \quad (5.10)$$

При условии не растяжимости нити, и невесомости нити и блока  $|\bar{a}_1| = |\bar{a}_2| = \bar{a}$ ,  $|\bar{F}_1| = |\bar{F}_2| = \bar{F}$ . Тогда в проекциях на направления  $x$  и  $y$  и с учётом формулы 1.1 получим:

$$F - \mu R = m_1 a \quad (5.11)$$

$$m_1 g - R = 0 \quad (5.12)$$

$$m_2 g - F = m_2 a \quad (5.13)$$

Так как брусок движется равноускорено, то его путь  $l = at^2 / 2$ , где  $t$  – время движения бруска.

Решая уравнения 5.11–5.13 относительно коэффициента трения скольжения, получим

$$\mu = \frac{m_2 g t^2 - 2(m_1 + m_2)l}{m_1 g t^2} \quad (5.14)$$

#### Коэффициент трения качения

Значение коэффициента трения качения также находится методом предельного угла: плавно увеличивая угол наклона плоскости (рисунок 5.6), находим такое предельное значение угла наклона  $\varphi_0$ , при котором цилиндр только начинает движение. При этом сила трения качения  $F_k$  будет численно равна проекции силы тяжести на направление  $x$ :

$$F_k = mg \sin \varphi_0 \quad (5.15)$$

а значение вертикальной составляющей силы реакции опоры равно проекции силы тяжести на направление  $y$ :

$$Q = mg \cos \varphi_0 \quad (5.16)$$

Подставляя  $F_k$  и  $Q$  из формул 5.15 и 5.16 в выражение 5.4, получим:

$$k = rtg \varphi_0 \quad (5.17)$$

#### Опытные данные

Значения, сжимающей силы  $F$  снимаются с цифрового индикатора.

Значения отклонений  $u$  стержня вычисляются по показаниям индикаторов  $n$  (с учетом цены деления  $a$ )

По опытным данным строится график  $u = f(F)$

#### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.

- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

#### Определение коэффициента трения покоя

1. Установите наклонную плоскость (см. рисунок 5.4) горизонтально и установите на нее тело.
2. Плавно изменяя угол наклона плоскости, найдите такое предельное значение угла наклона  $\alpha_0$  при котором тело (3) начинает движение.
3. С помощью угломера измерьте угол наклона плоскости  $\alpha_0$ .
4. Измерение повторите 3 раза.
5. Данные измерений занесите в таблицу 5.1.

Таблица 5.1

| Предельное значение угла наклона |                | Коэффициент трения покоя $\mu_0$ |
|----------------------------------|----------------|----------------------------------|
| $\alpha_0$                       | ( $\alpha_0$ ) |                                  |
|                                  |                |                                  |
|                                  |                |                                  |
|                                  |                |                                  |

#### Определение коэффициента трения скольжения

1. Установите наклонную плоскость (см. рисунок 1.4) горизонтально.
2. На плоскость 1 поставьте деревянный тело качения 3 так, чтобы он удерживался грузами 5
3. Нить с грузом перекиньте через блок.

4. По секундомеру определите время движения тела  $t$  до момента удара тала об упор 8(см. рисунок 5.3)
5. Измерения повторите 3 раза.
6. Линейкой измерьте путь  $l$ , пройденный бруском.
7. Данные измерений занесите в таблицу 5.2.

Таблица 5.2

| Масса тела, $m_1$ , кг | Масса груза, $m_2$ , кг | Время движения груза |           | Путь пройденный телом | Коэффициент трения скольжения |
|------------------------|-------------------------|----------------------|-----------|-----------------------|-------------------------------|
|                        |                         | $t$ , с              | $(t)$ , с |                       |                               |
|                        |                         |                      |           |                       |                               |
|                        |                         |                      |           |                       |                               |
|                        |                         |                      |           |                       |                               |
|                        |                         |                      |           |                       |                               |

#### Определение коэффициента трения качения

1. Установите наклонную плоскость 1 горизонтально.
2. Штангенциркулем замерьте диаметр  $d$  основания тела качения.
3. Положите тело качения 3 на плоскость 1. Плавнo изменяя наклон плоскости, найдите предельное значение угла наклона  $\phi_0$ , при котором тело качения начинает движение.
4. С помощью угломера измерьте угол наклона  $\phi_0$ .
5. Измерения повторите 3 раза.
6. Данные измерений занесите в таблицу 5.3.

Таблица 5.3

| Предельное значение угла наклона |          | Диаметр основания тела, $d$ | Радиус основания тела $r$ , м | Коэффициент трения качения $k$ , м | $k/r$ |
|----------------------------------|----------|-----------------------------|-------------------------------|------------------------------------|-------|
| $\phi_0$                         | $\phi_0$ |                             |                               |                                    |       |
|                                  |          |                             |                               |                                    |       |

#### Определение реакции опоры на тело

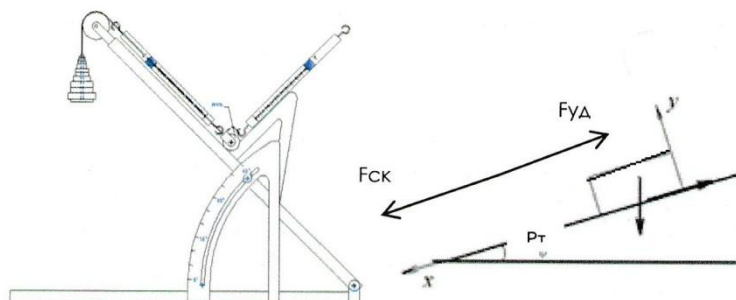


Рисунок 5.6 – Схема установки для определения реакции опоры на тело

1. Установите наклонную плоскость на определенный угол.

2. Уравновесьте тело на наклонной плоскости тело с помощью набора грузов или динамометра, второй конец которого закреплен на основании с помощью нити.
3. Данные динамометра занесите в таблицу 5.4.
4. Вторым динамометром создайте силу, направленную перпендикулярно плоскости. В момент отрыва измерьте показания динамометра.
5. Данные динамометра занесите в таблицу 5.4.

Таблица 5.4

| № | угол $\alpha$ | $F_{оп}$ | $F_{уд}$ |
|---|---------------|----------|----------|
|   |               |          |          |
|   |               |          |          |
|   |               |          |          |
|   |               |          |          |
|   |               |          |          |

6. Измените угол.
7. Повторите эксперимент.
8. Постройте график зависимости силы опоры  $F_{оп}$  от угла  $\alpha$ .
9. Рассчитайте погрешность измерений по общим правилам

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. Что называется внешним (сухим) трением? Дайте характеристику различных видов сухого трения.
2. От каких факторов зависит модуль силы трения? Как направлена сила трения.
3. Каков механизм возникновения трения покоя, трения скольжения и трения качения?
4. Сформулируйте и запишите закон Амонтона.
5. Какие силы действуют на цилиндр при его качении по горизонтальной поверхности, по наклонной плоскости?
6. Как в данной работе определяются коэффициенты трения покоя, скольжения, качения? От чего зависит значение коэффициента трения?
7. В каких единицах измеряется коэффициент трения покоя, скольжения, качения?

### Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

#### Основная литература:

1. Барсуков, В. И. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. — Электрон. текстовые данные. — Тамбов: Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ,

2015. — 248 с. — 978-5-8265-1441-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/63918.html>

2. Зюзин, А. В. Физика. Механика [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / А. В. Зюзин, С. Б. Московский, В. Е. Туров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Академический Проект, 2015. — 436 с. — 978-5-8291-1745-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/36623.html>

3. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820

4. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>

2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>

3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 1. Механика. Молекулярная физика. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 80 с.

2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;

2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;

3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;

4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

## **ТЕМА 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ**

### **Лабораторная работа 6. Увеличение внутренней энергии за счет механической работы**

Цель работы:

1. Исследование зависимости температуры алюминиевого тела от работы сил трения.

## 2. Определение удельной теплоемкости алюминия.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

Внутренняя энергия системы (в данном случае алюминиевого тела) – это энергия хаотического (теплого) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов) и энергия взаимодействия этих частиц. Внутренняя энергия – однозначная функция термодинамического состояния системы, т.е. в каждом состоянии система обладает вполне определенным значением внутренней энергии. Изменить внутреннюю энергию системы (тела)  $\Delta U$  можно при теплообмене, сообщая системе количество теплоты  $Q$  или совершая работу  $A'$  над системой, т.е. можно говорить о двух формах передачи энергии от одних тел к другим: в форме работы и в форме теплоты. Другими словами энергия механического движения может превращаться в энергию теплового движения атомов и молекул и наоборот. При этих превращениях должен выполняться закон сохранения и превращения энергии. Первое начало термодинамики и является законом сохранения энергии применительно к термодинамическим процессам. Первое начало термодинамики – результат обобщения многовековых опытных данных. Многочисленные опыты показывают, что в соответствии с законом сохранения энергии при любом способе перехода системы из состояния с энергией  $U_1$  в состояние с энергией  $U_2$  изменение внутренней энергии  $\Delta U = U_2 - U_1$  будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты  $Q$ , полученным системой, и работой  $A$ , совершенной системой против внешних сил:

$$\Delta U = Q - A \quad (6.1)$$

или

$$Q = \Delta U + A \quad (6.2)$$

Уравнение 6.2 представляет собой математическое выражение первого начала термодинамики: теплота, сообщаемая системе, расходуется на увеличение ее внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил. Выражение 6.2 для малого изменения состояния системы будет иметь следующий вид:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A \quad (6.3)$$

где  $\Delta U$  – бесконечно малое изменение внутренней энергии системы. В этом выражении  $\Delta U$  является полным дифференциалом.  $\Delta Q$  – бесконечно малое количество теплоты,  $\Delta A$  – бесконечно малая работа.  $\Delta Q$  и  $\Delta A$  не являются полными дифференциалами, поскольку работа и количество теплоты не являются функциями состояния.

В данной лабораторной работе увеличение внутренней энергии алюминиевого тела происходит только за счет внешней механической работы ( $Q = 0$ ). Работа, совершаемая внешней силой  $A'$  над системой, будет численно равна работе, совершаемой системой, но взятой с противоположным знаком, т.е.  $A' = -A$ . Тогда уравнение 6.1 принимает следующий вид:

$$\Delta U = A \quad (6.4)$$

### Оборудование и материалы

#### 1. Установка «Увеличение внутренней энергии за счёт механической работы»

2. Цифровой мультиметр
3. Набор грузов

### Описание экспериментальной установки

Схема лабораторной установки «Увеличение внутренней энергии за счёт механической работы» показана на рисунке 6.1.

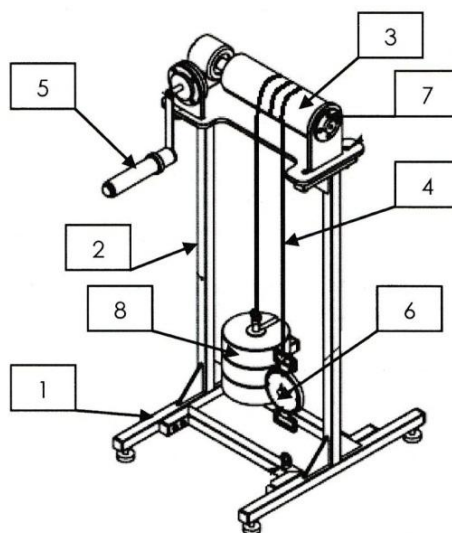


Рисунок 6.1 – Конструкция изделия

К основанию (1) прикреплена рама (2), на верхней балке которой расположена ось с закрепленным исследуемым алюминиевым цилиндрическим телом (3), внутри которого встроен температурный датчик (7) (термопара), с помощью которого можно измерить температуру исследуемого тела. Бечёвка (4) намотана на цилиндрическое тело. Вращение оси происходит с помощью рукоятки (5). При вращении оси возникает трение бечевки (4), в результате чего происходит нагрев алюминиевого цилиндра. На концах бечевки закреплены грузы (8) для уравнивания силы трения. Измерение возникающей силы возможно за счет установленного динамометра (6). Показания с температурного датчика отображаются на дисплее мультиметра.

Видно, что один конец нити привязан к динамометру, который показывает натяжение нити  $T_2$ . На втором конце нити висит груз массой 2–10 кг, который создает постоянное натяжение нити  $T_1$  (см. рисунок 6.2).

Очевидно, что результирующая этих сил  $F = T_2 - T_1$  уравнивается силой трения, поэтому работа, совершаемая для преодоления силы трения за  $N$  оборотов алюминиевого цилиндра, составляет

$$A = F \cdot \pi \cdot d \cdot k \cdot N \quad (6.5)$$

где  $d = 37$  мм (диаметр цилиндрического тела),  $k$  – число витков бечевки,  $N$  – число оборотов алюминиевого тела. Работа сил трения переходит во внутреннюю энергию тела, т.е. повышается температура алюминиевого цилиндра с начального значения  $t_0$  до конечного значения  $t_n$ . Это соответствует увеличению внутренней энергии на величину

$$\Delta U = m \cdot c_{Al} \cdot (t_n - t_0) \quad (6.6)$$

где  $m$  – масса тела,  $c_{Al}$  – удельная теплоемкость алюминия.

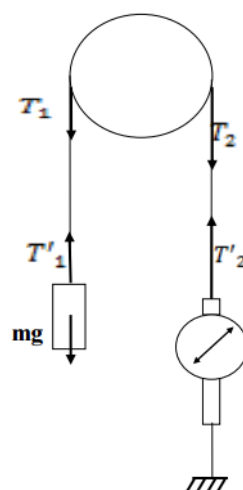


Рисунок 6.2 – Схема установки

На основании закона сохранения энергии можно записать:

$$m \cdot c_{Al} \cdot (t_n - t_0) = F \cdot \pi \cdot d \cdot k \cdot N \quad (6.7)$$

или

$$m \cdot c_{Al} \cdot (t_n - t_0) = A \quad (6.8)$$

Преобразовав выражение 1.8, получим:

$$t_n = t_0 + \frac{1}{m \cdot c_{Al}} \cdot A \quad (6.9)$$

Наличие пропорциональности между изменением температуры системы  $\Delta t$  и совершенной работой является доказательством справедливости первого закона термодинамики. По наклону этой прямой (рисунок 6.3) можно определить также удельную теплоемкость алюминия.

Из формулы 6.9 видно, что

$$c_{Al} = \frac{1}{m} \cdot \frac{A}{\Delta t} = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} \quad (6.10)$$

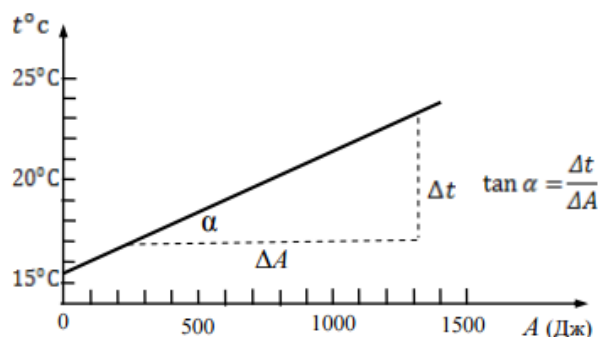


Рисунок 6.3 – График зависимости температуры от совершенной работы

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

## Задания

### Определение коэффициента трения покоя

1. Медленно поворачивая рукоятку, добейтесь проскальзывания бечевки, а потом, плавно вращая рукоятку, сделайте 10 оборотов.
2. Во время вращения рукоятки запишите показание динамометра. Надо учесть, что динамометр проградуирован в кГс (килограмм– сила).  $1\text{ кГс} \sim 10\text{ Н}$ .
3. Подождите примерно 1 минуту, пока температура выровняется и показания прибора перестанут изменяться. Запишите эти показания, а затем сделайте еще 10 оборотов, подождите 1 минуту и запишите второе значение. Продолжайте опыт, пока не получите 6–7 значений сопротивления датчика.
4. Результаты измерений занесите в таблице 6.1.

Таблица 6.1

| № | Число оборотов шкива N | Показание динамометра $T_2$ | Показание датчика (кОм) | Температура $t$ °C | Работа А |
|---|------------------------|-----------------------------|-------------------------|--------------------|----------|
|   |                        |                             |                         |                    |          |
|   |                        |                             |                         |                    |          |
|   |                        |                             |                         |                    |          |
|   |                        |                             |                         |                    |          |

5. Переведите значения сопротивления в температуру.
6. По формуле 6.5 рассчитайте совершаемую работу.
7. Постройте график зависимости температуры  $t$  от совершаемой работы  $A$  (смотрите рисунок 6.3).
8. Найдите по графику  $\text{tg}\alpha$ .
9. Зная массу цилиндра и тангенс угла наклона прямой, по формуле 6.10 определите удельную теплоемкость алюминия, где  $m = 450$  г (масса алюминиевого цилиндра).

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. Что такое внутренняя энергия тела?
2. От чего зависит внутренняя энергия тела?
3. Как можно изменить внутреннюю энергию тела?
4. В чем отличие внутренней энергии тела  $U$  от  $Q$  и  $A$ ?
5. Как формулируется первый закон термодинамики?
6. Как определяется работа внешних сил в этом опыте?
7. Как осуществляется проверка первого закона термодинамики в этом опыте?
8. Как определяется удельная теплоемкость алюминия?

### Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

#### Основная литература:

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### Дополнительная литература:

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для вузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

### Методическая литература:

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 1. Механика. Молекулярная физика. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 80 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

### Интернет – ресурсы:

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

## Лабораторная работа 7. Исследование идеальных газов

Цель работы: произвести количественный анализ реального газа и определить его точки фазового перехода.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

#### *Закон идеальных газов*

Одним из основных процессов идеального газа является изотермический процесс. Изотермическим процессом называется процесс, протекающий при постоянной температуре  $T$ .

Поведение газа, при изотермическом процессе подчиняется закону Бойля – Мариотта: при постоянной температуре и неизменных значениях массы газа и его молярной массы, произведение объёма газа на его давление остаётся постоянным.

$$PV = \text{const} \quad (7.1)$$

График изотермического процесса на  $PV$ -диаграмме называется изотермой. Полезно знать графики изотермического процесса на  $VT$  – и  $PT$  – диаграммах (рисунок 7.1)



Рисунок 7.1 – Графики изотермического процесса.

Реальный газ – газ, свойства которого зависят от взаимодействия частиц и их собственного объема, что особенно проявляется при высоких давлениях и низких температурах.

Зависимости между его параметрами показывают, что молекулы в реальном газе взаимодействуют между собой и занимают определенный объем. Состояние реального газа часто на практике описывается обобщенным уравнением Клапейрона–Менделеева:

$$pV = Z_r(p, T) \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \quad (7.2)$$

где  $p$  – давление;  $V$  – объем;  $T$  – температура;  $Z_r = Z_r(p, T)$  – коэффициент сжимаемости газа;  $m$  – масса;  $M$  – молярная масса;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

#### *Отличие реальных газов от идеальных*

Реальные газы отличаются от своей модели – идеальных газов – тем, что их молекулы имеют конечные размеры и между ними действуют силы притяжения (при значительных расстояниях между молекулами) и отталкивания (при сближении молекул друг с другом). Характер изменения этих сил взаимодействия в зависимости от расстояния между центрами молекул  $r$  показан на рисунке 7.2. На рисунке 7.3 в  $P$ – $v$  диаграмме представлена изотерма реального вещества 1–2–3–4 и изотерма идеального газа.

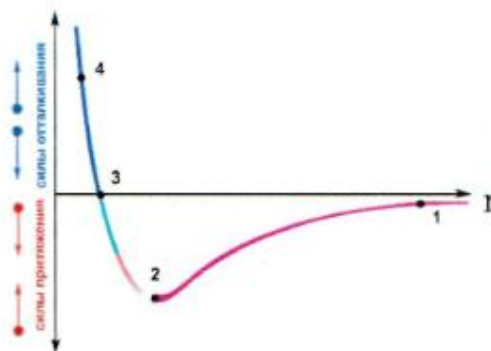


Рисунок 7.2 – Зависимость изменения сил взаимодействия между молекулами от расстояния между их центрами

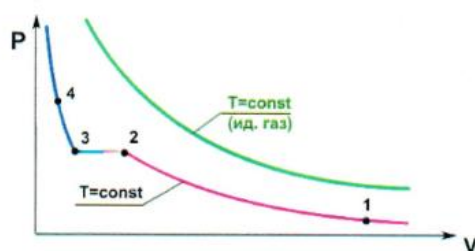


Рисунок 7.3 – Изотермы реального вещества и идеального газа в  $P$ ,  $V$ –диаграмме критические параметры газов

Характер поведения изотермы реального вещества 1–2–3–4 (рисунок 7.3) можно частично объяснить характером изменения сил взаимодействия между молекулами (рисунок 7.2) в зависимости от расстояния между их центрами при изменении давления, считая, что на обоих рисунках линиям 1–2–3–4 соответствует одна и та же изотерма.

В точке 1 при малых давлениях расстояние между молекулами большое (очень), здесь действуют небольшие силы взаимного притяжения молекул. На участке 1–2 при увеличении давления газ сжимается, объем его уменьшается. По мере увеличения давления и уменьшения объема молекулы сближаются, силы притяжения возрастают и достигают максимума в точке 2. Силы взаимного притяжения молекул обуславливают появление внутреннего давления, которое возрастает по мере сближения молекул и

приводит к более интенсивному изменению объема газа. Действие сил притяжения молекул в точке 2 аналогично действию пружины, которая полностью растянута.

Далее, начиная с точки 2 и до 3 (рисунок 7.3) газ будет переходить в жидкую фазу, т.е. здесь одновременно существуют газовая и жидкая фазы при одинаковых давлениях и температурах. В отношении двух молекул это динамичный процесс сближения, о двух фазах здесь говорить нельзя (рисунок 7.2), в точке 2 был газ, а в точке 3 стала жидкость. При этом силы взаимного притяжения молекул уменьшаются, и в точке 3, где весь газ вступил в жидкую фазу, силы притяжения уравниваются силами отталкивания (условная пружина находится в свободном состоянии, не сжата и не растянута).

Уменьшение объема на процессе 2–3 (рисунок 7.3) с одной стороны, обусловлено внутренним давлением, которое падает в среднем до нуля в точке 3, а с другой стороны, объясняется образованием жидкой фазы, т.е. по мере увеличения количества капелек жидкости в смеси уменьшается количество газа, для газа объем соответствует точке 2, а для жидкости – точке 3, в результате удельный объем смеси при фазовом переходе уменьшается от точки 2 до 3.

При дальнейшем увеличении давления (процесс 3–4 рисунки 7.2 и 7.3) сжимается только жидкая фаза, при этом расстояния между молекулами настолько малы, что преобладают силы отталкивания, т.к. на сжатие уже оказывает влияние собственный объем молекул, соизмеримый со свободным объемом жидкой фазы. Т.е. собственный объем молекул оказывает противоположное воздействие силам взаимного притяжения (условная пружина полностью сжата). В результате этого воздействия дальнейшее увеличение давления не приводит к значительному уменьшению объема жидкой фазы, т.е. жидкость – плохо сжимаемая фаза вещества.

#### *Фазовые переходы*

Переходы вещества из одной фазы в другую при изменении параметров состояния, характеризующих термодинамическое равновесие. Значение температуры, давления или какой-либо другой физической величины, при котором происходят фазовые переходы в однокомпонентной системе, называется точкой перехода.

Критические температура и давление. Газы могут быть превращены в жидкость сжатием при условии, что температура не превышает определенного для каждого газа значения.

Температура, при которой и выше которой данный газ не может быть сжижен никаким повышением давления, называется критический  $T_{кр}$ .

Давление, при котором и выше которого повышением температуры нельзя испарить жидкость, называется критическим  $P_{кр}$ .

Объем газа, соответствующий критической температуре, называется критическим  $V_{кр}$ , а состояние газа, отвечающее критической температуре, критическому давлению и критическому объему – критическим состоянием газа.

При критическом состоянии плотность пара становится равной плотности жидкости.

Точка фазового перехода реального газа характеризуется критической температурой  $T_c$ , критическим давлением  $p_c$  и критической плотностью  $\rho_c$ . Ниже критической температуры вещество находится в газообразном состоянии при больших объемах и в жидком состоянии при маленьких объемах. При промежуточных объемах оно может существовать как смесь жидкости и газа, в которой изменение объема в изотермических условиях вызывает изменение агрегатного состояния: газообразная фракция увеличивается с увеличением объема, а давление смеси остается постоянным. Поскольку жидкость и пары имеют разные плотности, они разделяются в поле тяготения. По мере повышения температуры плотность жидкости уменьшается, а плотность газа возрастает, пока эти две плотности не станут равными одному и тому же значению критической плотности. Выше критической температуры газ невозможно перевести в жидкое состояние. Однако в изотермических условиях газ не подчиняется закону Бойля–

Мариотта, пока его температура не поднялась значительно выше критической температуры.

Шестифтористая сера ( $\text{SF}_6$ ) особенно подходит для исследования свойства реальных газов, поскольку ее критическая температура ( $T_c = 319 \text{ K}$ ) и ее критическое давление ( $p_c = 37,6 \text{ бара}$ ) относительно низкие. К тому же она не токсична и совершенно безопасна при использовании в учебном процессе и на практических занятиях.

Устройство для изучения точки фазового перехода состоит из прозрачной измерительной емкости, которая имеет очень толстые стенки и способна выдерживать высокие давления. Внутренний объем емкости можно изменять, крутя штурвал, что позволяет осуществлять тонкую регулировку и снимать показания с точностью до  $1/1000$  максимального объема. Давление создается гидравлической системой, в которой используется касторовое масло фармакологического качества. Гидравлическая система отделена от емкости коническим резиновым уплотнением, которое втягивается при изменении объема. Такая конструкция гарантирует, что разницей давлений между измерительной емкостью и масляной частью на практике можно пренебречь. Поэтому вместо непосредственного измерения давления газа манометр измеряет давление масла, что позволяет избежать наличия «мертвого» объема в газовой части системы. Измерительная емкость заключена в прозрачную водяную камеру. В ходе проведения опыта термостатическая водяная ванна поддерживает строго контролируруемую и регулируемую постоянную температуру, которая измеряется цифровым термометром.

В ходе наблюдений перехода из газообразного в жидкое состояние и обратного процесса, тот факт, что «мертвый» объем очень мал, позволяет наблюдать образование первой капли жидкости или исчезновение последнего пузырька газа.

#### *Экспериментальный расчет*

Зависимость давления от объема измеряется поточно при постоянной температуре, и результаты наносятся на график в виде  $p$ – $V$  диаграммы (диаграммы Клапейрона) и  $pV$ – $p$  диаграммы (диаграммы Амега). Отклонение от поведения идеального газа сразу же становится явным и очевидным.

По этим диаграммам можно легко определить параметры точки фазового перехода и можно получить четкое экспериментальное подтверждение поведения реального газа.

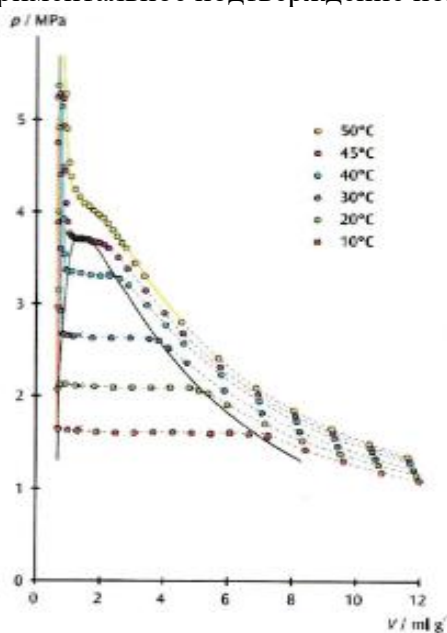


Рисунок 7.4 –  $p$ – $v$  диаграмма шестифтористой серы

#### **Оборудование и материалы**

##### **1. Навесной термостат**

2. Прибор для определения критической температуры
3. Термопара
4. Цифровой быстродействующий карманный термометр
5. Силиконовая трубка

#### *Описание экспериментальной установки*

Состав комплекта оборудования «Реальные газы и точка фазового перехода» представлен на рисунке 7.5.

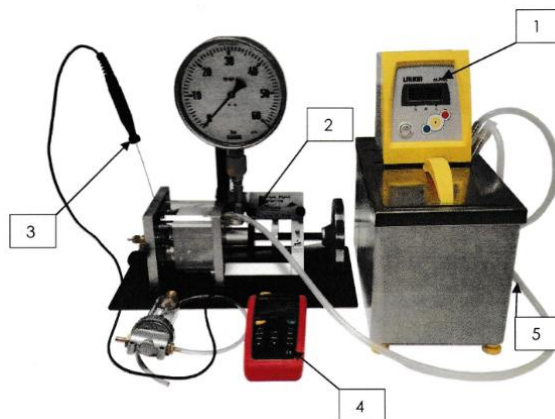


Рисунок 7.5 – Конструкция изделия: 1 – навесной термостат; 2 – прибор для определения критической температуры; 3 – термопара; 4 – цифровой быстродействующий карманный термометр; 5 – силиконовая трубка;

#### *Прибор для определения критической температуры*

Прибор для определения критической температуры позволяет исследовать сжимаемость и сжижение газа. Измерения позволяют определить критическую точку газа, а также получить изотермы для адиабатического процесса  $p$ – $V$  (диаграммы Клапейрона). Для испытания используется газ шестифтористая сера ( $\text{SF}_6$ ).  $\text{SF}_6$  имеет критическую температуру 318,6 К (45,5 °С) и критическое давление 3,76 МПа (37,6 бара), что позволяет собрать простую установку для проведения опытов.

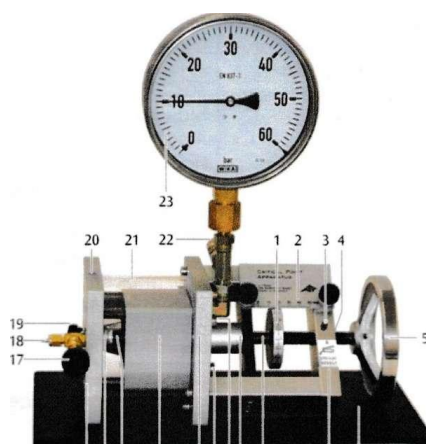


Рисунок 7.6 – Конструкция прибора: 1 – нониусная шкала; 2 – неподвижная шкала; 3 – смазочный ниппель; 4 – резьбовая втулка; 5 – маховичок; 6 – основание; 7 – рама; 8 – резьбовая ось с поршнем; 9 – крышка поршня; 10 – выход теплоносителя; 11 – вход теплоносителя; 12 – концевая пластина; 13 – цилиндр; 14 – коническое уплотнение; 15 – измерительная ячейка; 16 – клапанная пластина; 17 – регулировочный клапан; 18 – арматура 1/8 дюйма по газу; 19 – клапан продувки; 20 – отверстие для термопары; 21 – тепловой корпус; 22 – предохранительный клапан; 23 – манометр (указатель избыточного давления)

#### *Навесной термостат*

Навесной термостат Alpha A6 с емкостью с ванной, предназначен для нагрева, перекачивания жидкости и установления температурного режима. Емкость с ванной имеет максимальный объем ванны 6 литров. Рабочая жидкость для навесного термостата – умягченная вода.

Нагревательный термостат оснащен навесным центробежным насосом, привод которого осуществляется однофазного двигателя с расщепленными полюсами. Объемная подача регулируется с помощью дросселя расхода.

Прибор оснащен четырехразрядным зеленым жидкокристаллическим дисплеем для индикации рабочей температуры и заданных значений, а также рабочих состояний.

Датчик температуры Pt100 определяет температуру на входе в ванну. Аналогово–цифровой преобразователь с высоким разрешением обрабатывает результат измерения. Дальнейшая обработка результата измерения производится с помощью специального алгоритма регулирования.

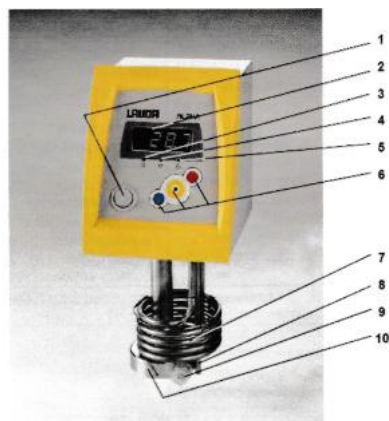


Рисунок 7.7 – навесной термостат Alpha: 1 – сетевой выключатель; 2 – регулятор температуры с четырех разрядным светодиодным указателем; 3 – нагревательное устройство активно (горит желтый светодиод); 4 – устройство охлаждения активно (горит синий светодиод); 5 – сигнал неисправности (мигает красный светодиод); 6 – функции меню, клавиша выбора и ввода; 7 – нагревательный элемент; 8 – датчик температуры Pt100; 9 – отвод насоса с дросселем расхода; 10 – корпус насоса;

Цифровой быстродействующий карманный термометр UNI-TREND модели UT321

Цифровой быстродействующий термометр предназначен для измерения и отображения температуры и используется как температурный датчик К–типа термопар.

Термометр представляет собой микропроцессорное, цифровое устройство.

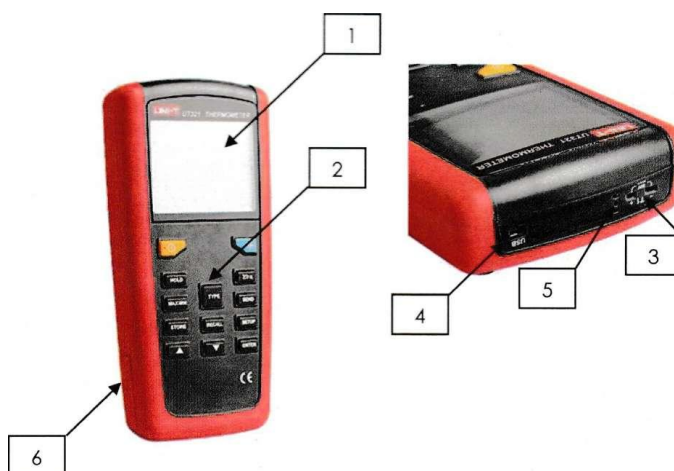


Рисунок 7.8 – цифровой быстродействующий термометр: 1 – дисплей; 2 – кнопки; 3 – термопара ввода T1; 4 – USB порт; 5 – NTC (компенсация нормальной температуры); 6 – батарейный отсек.

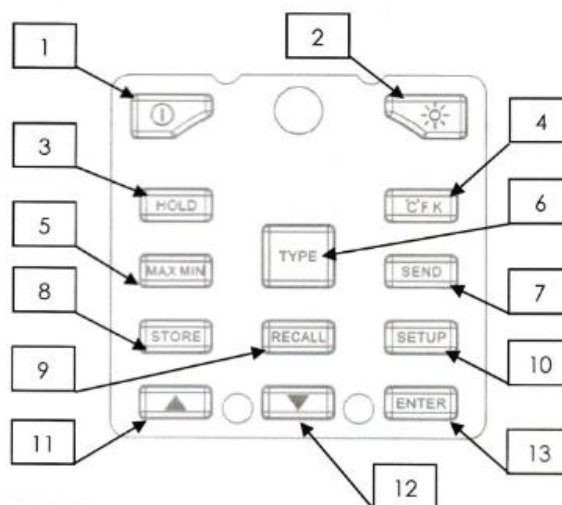


Рисунок 7.9 – описание кнопок на внешней панели прибора: 1 – включение/выключение прибора; 2 – включение/выключение подсветки; 3 – зафиксировать/не фиксировать показания; 4 – переключение единиц температуры в Цельсиях(°C), Фаренгейтах(°F) и Кельвинах (K); 5 – переход к max/min и средним показаниям (нажмите и удерживайте кнопку, чтобы выключить этот дисплей); 6 – переход к K-, J-, T-, E- типам термопары; 7 – для входа в режим USB, значок USB начнет мигать (нажмите еще раз для выхода из USB режима); 8 – запустить/остановить регистрацию; 9 – показать зарегистрированные показания (нажмите еще раз для остановки); 10 – начало или завершение установки (нажмите для прокрутки вариантов установки, которые необходимо изменить); 11 – увеличить отображающиеся настройки; 12 – уменьшить отображающиеся настройки; 13 – подтвердить ранее нажатую кнопку

#### Порядок измерения температуры

На основании принятого Североамериканского цветового кода ANSI (Американский национальный институт стандартов) каждый тип термопары имеют цветовую маркировку

| Тип | Цвет       | Тип | Цвет      |
|-----|------------|-----|-----------|
| J   | Чёрный     | R   | Зелёный   |
| K   | Жёлтый     | S   | Зелёный   |
| T   | Синий      | N   | Оранжевый |
| E   | Фиолетовый |     |           |

#### Подключение термопар

- 1.Подключите термопару во входной разъем (рисунок 7.8, позиция 3);
- 2.Нажмите кнопку питания для включения термометра (рисунок 7.9, позиция 1);
- 3.Установите тип термопары, он должен совпадать со штекером в разъеме (рисунок 7.9, позиция 6);

#### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.

- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### **Задания**

С помощью комплекта учебно–лабораторного оборудования «Реальные газы и точка фазового перехода» возможно выполнение следующего лабораторного эксперимента:

1. Выполните количественный анализ реального газа и определите его точки фазового перехода.
2. Произведите наблюдение шестифтористой серы, как в жидком, так и в газообразном состоянии;
3. Постройте изотермы на  $p$ – $V$  диаграмме и  $pV$ – $p$  диаграмме;
4. Произведите наблюдение отличия поведения реальных газов и газов в идеальном состоянии;
5. Определите точки фазового перехода;
6. Постройте кривые давления для насыщенного пара.
7. Рассчитайте погрешность измерений по общим правилам

### **Содержание отчёта**

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

## Контрольные вопросы

1. Дайте определение изотермического процесса
2. В чём заключается отличие реальных газов от идеальных?
3. Что называется точкой фазового перехода?
4. Объясните принцип работы устройства для изучения точки фазового перехода

## Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

### Основная литература:

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

### Дополнительная литература:

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

### Методическая литература:

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 1. Механика. Молекулярная физика. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 80 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

### Интернет – ресурсы:

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

## Лабораторная работа 8. Определение показателя адиабаты

Цель работы: Определение показателя адиабаты с помощью классического опыта Рюхардта.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

Показатель адиабаты воздуха можно определить с помощью классического опыта, разработанного Рюхардтом. Показатель получают на основе вертикальных колебаний поршня, который покоится на воздушной подушке внутри трубы с постоянным сечением и герметизирует воздух сверху. Отклонение поршня от исходного положения вызывает изменение давления замкнутого объема воздуха выше или ниже атмосферного, это изменение толкает поршень назад, в исходное положение. Эта возвращающая сила пропорциональна отклонению от исходного положения, что означает, что поршень совершает простое гармоническое колебание.

Поскольку теплообмен с окружающей средой отсутствует, эти колебания связаны с адиабатическим изменением состояния. Приведенное ниже уравнение описывает взаимосвязь между давлением  $p$  и объемом  $V$  заключенного в трубке воздуха:

$$p \cdot V^\gamma = \text{const} \quad (8.1)$$

Показатель адиабаты  $\gamma$  представляет собой отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении  $C_p$  и при постоянном объеме  $C_v$ :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (8.2)$$

Уравнение 7.1 дает следующие изменения давления и объема  $\Delta p$  и  $\Delta V$ :

$$\Delta p + \gamma \cdot \frac{p}{V} \cdot \Delta V \quad (8.3)$$

Подставляя в уравнение величину поперечного сечения трубы  $A$ , изменение давления позволяет вычислить обратную силу  $\Delta F$ , тогда как отклонение поршня от исходного положения  $\Delta s$  можно вычислить по изменению объема.

Отсюда следует:

$$\Delta F = -\gamma \cdot \frac{p}{V} \cdot A^2 \cdot \Delta s = 0 \quad (8.4)$$

Это можно преобразовать в уравнение движения поршня следующим образом:

$$m \cdot \frac{d^2 \cdot \Delta s}{dt^2} + \gamma \cdot \frac{p}{V} \cdot A^2 \cdot \Delta s \quad (8.5)$$

Где  $m$  – масса поршня.

Решение этого классического уравнения движения для простых гармонических колебаний дает значение, соответствующее колебаниям со следующим периодом:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{V}{p} \cdot \frac{m}{A^2}} \quad (8.6)$$

Отсюда можно рассчитать адиабатический коэффициент, поскольку остальные переменные известны.

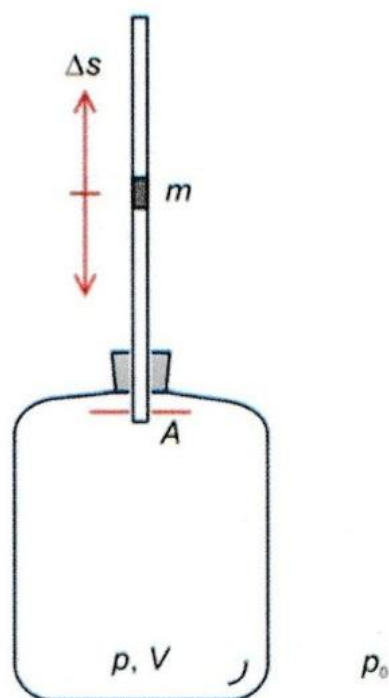


Рисунок 8.1 – Схематическое представление измерительной установки

В опыте используется прецизионная стеклянная трубка с небольшим поперечным сечением  $A$ , вставленная вертикально в резиновую пробку стеклянного сосуда большого объема  $V$ . Поршень представляет собой алюминиевый цилиндр такой же площади с известной массой  $m$ , который может перемещаться вверх и вниз по трубке. Алюминиевый цилиндр испытывает простые гармонические колебания, двигаясь на полужипе, образованной замкнутым в сосуде воздухом. На основе периода колебаний алюминиевого цилиндра можно рассчитать показатель адиабаты.

### Оборудование и материалы

1. Бутыль Мариотта с колебательной трубкой
2. Механический секундомер
3. Ручной вакуумный насос

### Описание экспериментальной установки

Состав комплекта учебно–лабораторного оборудования «Показатель адиабаты воздуха» представлен на рисунке 8.2

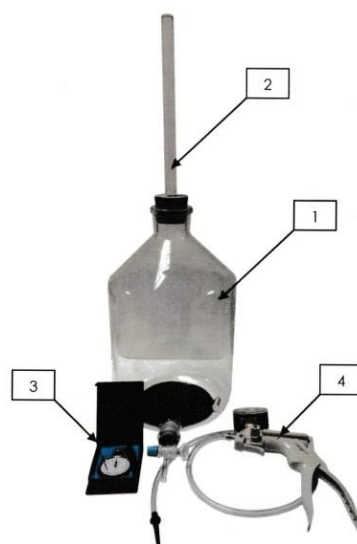


Рисунок 8.2 – Конструкция изделия: 1 – Бутыль Мариотта; 2 – колебательная трубка; 3 – механический секундомер; 4 – ручной вакуумный насос;

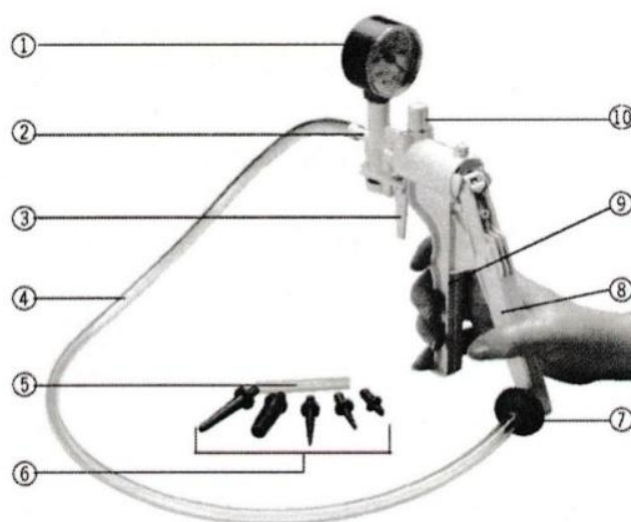


Рисунок 8.3 – Простой механический ручной насос для создания частичного разрежения и нагнетания давления: 1 – манометр; 2 – всасывающий патрубок; 3 – рычаг клапана; 4 – длинный шланг; 5 – короткий шланг; 6 – переходник; 7 – присоска; 8 – рычаг насоса; 9 – рукоятка; 10 – нагнетательный патрубок с заглушкой;

#### Инструкция по использованию

При сборке установки для проведения эксперимента, в котором из сосуда будет откачиваться воздух, подсоедините шланг к всасывающему патрубку (2).

Для подачи давления нагнетания необходимо использовать нагнетательный патрубок (10).

- Закройте заглушками неиспользуемые патрубки.
- Держа насос в одной руке, нажимайте на рукоятку насоса равномерными движениями, добиваясь максимальной амплитуды.
- Для спуска оттяните назад рычаг клапана.

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

#### Примеры измерений и оценка результатов

|                                               |                       |
|-----------------------------------------------|-----------------------|
| Внешнее давление воздуха $p_0$                | 1018 мбар             |
| Внутренний диаметр $d_i$ колебательной трубки | 16 мм                 |
| Масса $m$ алюминиевого цилиндра               | 15,2 г                |
| Объём $V_0$ сосуда Мариотта                   | 10400 см <sup>3</sup> |

Время  $T_5$  для 5 периодов колебаний (10 измерений):

|         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 5,172 с | 5,276 с | 5,259 с | 5,224 с | 5,305 с |
| 5,175 с | 5,231 с | 5,241 с | 5,191 с | 5,175 с |

Равновесное давление  $p$  складывается из внешнего давления  $p_0$  и давления, которое алюминиевый цилиндр оказывает в покое на находящийся в нем воздух:

$$p = p_0 + \frac{m \cdot g}{A} \quad (8.7)$$

где  $g$  = ускорение свободного падения.

Равновесный объем  $V$  соответствует объему  $V_0$  сосуда Мариотта, поскольку объемом колебательной трубки можно пренебречь.

Для определения показателя адиабаты из уравнения 8.6 используется следующее:

$$\gamma = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{m}{A^2} \cdot \frac{V}{p} = 1,39 \quad (8.8)$$

#### *Порядок работы с оборудованием*

1. Определите давление воздуха, внутренний диаметр трубки, при которых цилиндр станет вибрировать, собственную массу алюминиевого цилиндра и объем сосуда Мариотта.

2. Вставьте одну из двух конических пробок толстым концом вперед в коническое отверстие сосуда Мариотта и слегка прижать ее. Это предотвратит падение алюминиевого цилиндра в сосуд.

3. Кроме этого, сосуд Мариотта должен быть оснащен резиновым ковриком, чтобы предотвратить повреждение сосуда или алюминиевого цилиндра, если он все же упадет в сосуд.

4. Установите трубку на вершине сосуда Мариотта, при необходимости обеспечив ее вертикальность креплением к стойке.

5. Подключите один конец длинного шланга (850 мм, внутренний диаметр 6,5 мм) ручного насоса, идущего от оборудования, входящего в комплект ручного вакуумного насоса, к трехходовому клапану сосуда и закройте трехходовой клапан.

6. Очистите алюминиевый цилиндр не ворсистой тканью, смоченной каким-нибудь растворителем. При закрытом трехходовом клапане вставьте цилиндр в колебательную трубку, и, убедившись, что она не наклоняется, дайте ей провалиться. Чтобы не испачкать алюминиевый цилиндр, его можно касаться только инструментом.

7. Замерьте время пяти колебаний секундомером. Измерение следует начать с момента первой остановки алюминиевого цилиндра в нижней точке. Измерение прекратите на шестом случае достижения этой точки.

8. Осторожно откройте 3-ходовой клапан, чтобы алюминиевый цилиндр мог медленно опуститься до резиновой пробки на дне колебательной трубки.

9. Соедините ручной вакуумный насос шлангом с трехходовым клапаном емкости Мариотта. При открытом кране качать до возвращения алюминиевого цилиндра в трубке обратно, и вынуть его. Нужно соблюдать осторожность, чтобы цилиндр не выпал из трубки и не разбился.

10. Полностью выньте алюминиевый цилиндр из трубки, что позволит выровнять внешнее и внутреннее давления. Закройте трёхходовой кран и отсоедините вакуумный насос от шланга.

11. Измерьте значение еще восемь раз.

12. Важное примечание: Качество этих измерений в значительной степени зависит от следующих условий:

13. Трубка, в которой измеряются колебания, должна быть предельно чистой; если нужно, ее следует очистить тканью.

14. Алюминиевый цилиндр тоже должен быть предельно чистым. Самые малые загрязнения — даже жир пальцев человека — могут стать причиной ощутимого трения. Поэтому перед каждым измерением нужно чистить алюминиевый цилиндр неворсистой тканью, смоченной каким-нибудь растворителем.

15. Самое малое изменение формы алюминиевого цилиндра (например, в результате падения) отрицательно влияет на измерение.

16. Колебательная трубка должна располагаться абсолютно вертикально. Резиновые пробки должны быть герметичными.

18. Время следует измерять с высокой точностью, поскольку период колебаний в уравнении возводится в четвертую степень (8) (см. пример измерения и уравнение).

19. Внутренний диаметр трубки следует измерять с высокой точностью, поскольку ее радиус возводится в квадрат при определении площади сечения трубки  $A$ , а также в силу возведения этой переменной в квадрат в уравнении 8.8 – радиус в уравнении возрастает до четвертой степени.

### **Содержание отчёта**

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

1. Какой процесс называется адиабатическим?
2. Что такое «показатель адиабаты» и как его можно определить?
3. Какова связь между параметрами газа при адиабатическом процессе?
4. В чем состоит метод Рюхардта по определению показателя адиабаты?
5. От каких параметров зависит внутренняя энергия идеального газа?
6. Какие процессы происходят в газе во время опыта?

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 1. Механика. Молекулярная физика. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 80 с.

2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 9. Вискозиметр с падающим шариком**

Цель работы: Определение динамической вязкости водного раствора глицерина.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### **Теоретическая часть**

Динамическая вязкость, коэффициент пропорциональности градиента вязкости и касательного напряжения в жидкости, характеризует, насколько трудно телу проходить сквозь жидкость. Ее можно измерить с помощью вискозиметра с падающим шариком наподобие того, что разработан Гепплером. Можно также провести измерения в зависимости от температуры, если использовать также и циркуляционный термостат. Для измерений в этом опыте используется водный раствор глицерина. Это позволяет описать характер зависимости вязкости от температуры с помощью уравнения Андраде.

Вязкость жидкости является результатом связывающего взаимодействия между атомами или молекулами среды. Частицы вещества тем менее подвижны, чем сильнее эта связь. Тогда требуется большее касательное напряжение для данного градиента скорости, чтобы сформировать профиль потока. Пропорциональность градиента скорости и касательного напряжения является мерой того, насколько среда является вязкой, в данном случае ее динамическая или касательная вязкость. Жидкости, в которых динамическая вязкость не зависит от касательного напряжения, называются ньютоновскими жидкостями.

Динамическая вязкость  $\eta$  большинства жидкостей уменьшается с увеличением температуры. Часто это уменьшение можно описать с помощью уравнения Андраде

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp\left(\frac{E_A}{R \cdot T}\right) \quad (9.1)$$

где  $E_A$  – энергия активации атомов или молекул в жидкости,  $T$  – абсолютная температура,  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Часто динамическую вязкость измеряют, наблюдая, как шарик тонет в жидкости под действием силы тяжести. Движение шарика замедляется за счет так называемого «сопротивления по Стоксу»

$$F_1 = \eta \cdot 6\pi \cdot r \cdot v \quad (9.2)$$

где  $r$  – радиус шарика

Это заставляет шарик опускаться с постоянной скоростью  $v$ . Действие силы тяжести уменьшается выталкивающей силой жидкости, действующей на шарик

$$F_2 = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot g \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot \frac{t}{s} \quad (9.3)$$

где  $\rho_0$  – плотность шарика,  $\rho$  – плотность исследуемой жидкости,  $g$  – ускорение свободного падения

В результате силы  $F_1$  и  $F_2$  уравниваются:

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot r^2 \cdot g \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot \frac{t}{s} \quad (9.4)$$

где  $s$  – расстояние,  $t$  – время, требующееся для того, чтобы шарик, опускаясь, прошел это расстояние

Фактически уравнение 9.2 описывает только сопротивление, действующее на шарик, в случаях, когда диаметр измерительного цилиндра, заполненного жидкостью, намного больше диаметра шарика. Для этого потребовалось бы использовать очень большое количество исследуемой жидкости. Поэтому на практике обычно используют вискозиметр Гепплера с падающим шариком, в котором цилиндр наклонен относительно вертикали, так что шарик опускается, скатываясь и соскальзывая по стенке трубки. В этом случае выражение для динамической вязкости выглядит следующим образом:

$$\eta = t \cdot (\rho_0 - \rho) \cdot K \quad (9.5)$$

Калибровочный коэффициент  $K$  указывается индивидуально для каждого шарика. Чтобы избежать каких-либо систематических погрешностей, измерительный цилиндр можно перевернуть, так чтобы можно было также измерить и время, которое потребуется шарик, чтобы вернуться туда, откуда он начал движение.

В этом опыте исследуется обычный глицерин, который фактически представляет собой водный раствор глицерина с содержанием глицерина примерно 85%. Это разбавление сделано намеренно, так как вязкость чистого глицерина слишком велика для многих вариантов применения.

Измеряется зависимость вязкости от температуры. Для этого вискозиметр объединяется с циркуляционным термостатом. Разбавляя раствор глицерина дистиллированной водой до определенной степени, можно также измерить зависимость вязкости от концентрации.

### Оборудование и материалы

1. Вискозиметр с падающим шариком
2. Цифровой секундомер
3. Погружной циркуляционный термостат

#### Описание экспериментальной установки



Рисунок 9.1 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Вискозиметр с падающим шариком» включает в себя следующие элементы: циркуляционный термостат(1); вискозиметр(2); соединительные трубки(3), термометр(4) и цифровой секундомер, представленный на рисунке 9.2.

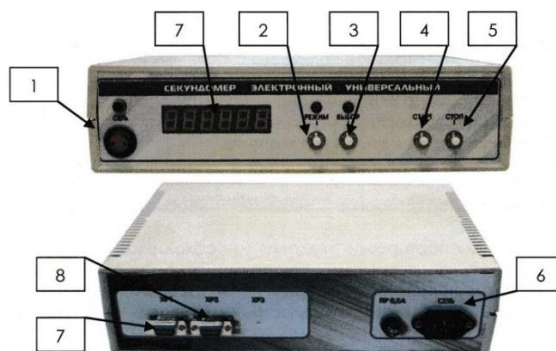


Рисунок 9.2 – Панель управления цифрового секундомера

Оборудование «Цифровой секундомер» предназначено для измерения интервалов времени и позволяет определять значения до тысячных секунд. Вреязадающим устройством секундомера является кварцевый генератор. Сигнал стабилизированной частоты с кварцевого генератора поступает на вход микроконтроллера, обеспечивающего следующие функции: приём командных сигналов от кнопочных переключателей и внешних датчиков; обработку сигналов в программе, в соответствии с установленным режимом работы, и выдачу результатов обработки на устройства цифровой индикации и светодиоды. Требуемый режим работы задаётся нажатием соответствующей кнопки выбора режима. После нажатия кнопки(1), происходит включение прибора и загорается электронный дисплей (7) на котором отображаются значения измерений при работе.

Кнопка «РЕЖИМ», позволяет выбрать нужный режим, для получения нужных временных значений.

Кнопка «ВЫБОР» подтверждает выбранный ранее режим.

Кнопка «СТОП», нажатием кнопки «СТОП» осуществляется включение магнита (если он используется в установках, где есть магнит)

Кнопка «СТАРТ», при нажатии кнопки происходит счет импульсов, после формирования 6-ти импульсов, счет импульсов останавливается.

Режим "Г" данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Секундомер работает в пяти режимах:

Режим "1" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до каждого сформировавшегося импульса. Максимальное количество импульсов: 6. Нажимая кнопку «ВЫБОР» можно просмотреть время до каждого из импульсов.

Режим "2" – данный режим позволяет определить интервал между данным и последующим импульсом. При нажатии кнопки «ВЫБОР» можно просмотреть время между интересующими нас импульсами. Максимальное количество считаемых импульсов: 6.

Режим "3" – данный режим позволяет определить время от начала отсчета до 1-го сформированного импульса.

Режим "4" – стандартный режим секундомера.

Режим "5" – режим включения магнита.

#### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### **Задания**

1. Включите термостат и установите температуру 20°C
2. Когда шарик пересечёт одну из нанесённых на поверхность вискозиметра риску, включите цифровой секундомер в режиме измерения 4 и остановите его, когда шарик пересечёт следующую риску.
3. Повторите опыт 3–4 раза, фиксируя значения  $t$
4. Вычислите экспериментальное значение динамической вязкости и сравните его с табличным значением
5. Рассчитайте ошибку измерений по общим правилам

### **Содержание отчёта**

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое вязкость и коэффициент динамической вязкости? Какова его размерность в системе СИ?
2. Почему вязкость жидкостей уменьшается с ростом температуры?
3. На чем основан принцип работы вискозиметра с падающим шариком?
4. Какой механизм перемещения молекул жидкости? Что такое энергия активации?

#### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

##### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

##### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

##### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 1. Механика. Молекулярная физика. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 80 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

##### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

## **ТЕМА 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

### **Лабораторная работа 10. Коэффициент трансформации**

Цель работы: ознакомление с понятием коэффициент трансформации, проведение экспериментов по определению коэффициента трансформации для различных вариантов количества витков в первичных и вторичных катушках.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

Отношение числа витков первичной обмотки к числу витков вторичной обмотки трансформатора называют коэффициентом трансформации. Отношение чисел витков соответствует отношению первичного напряжения к вторичному при отсутствии нагрузки (холостом ходе) трансформатора и отношению вторичного тока к первичному при коротком замыкании.

В идеальном трансформаторе (при отсутствии потерь, при  $K_{св} \rightarrow 1$  и бесконечно больших индуктивностях обмоток  $L_1$  и  $L_2$ ) при любой нагрузке:

$$K_{ТР} = W_1 / W_2 = U_1 / U_2 = I_2 / I_1 \quad 20.1)$$

### Оборудование и материалы

3. Лабораторная установка «Трансформаторы»
4. Трансформаторы (100 и 300 витков)

#### Описание экспериментальной установки

Состав комплекта лабораторного оборудования «Трансформаторы» представлен на рисунке 10.1.

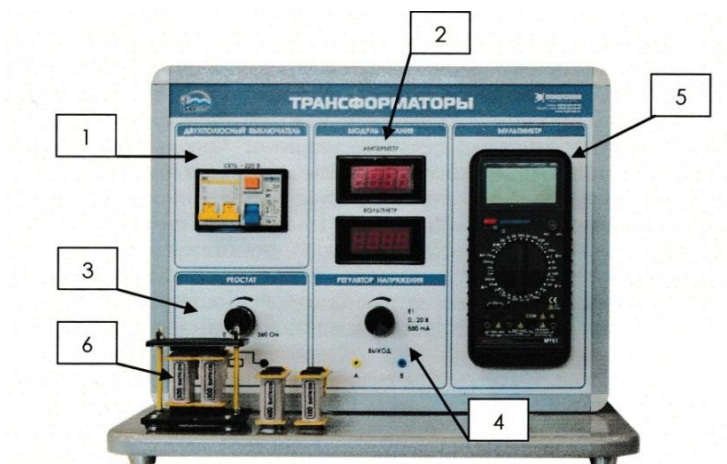


Рисунок 10.1 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Трансформаторы» включает в себя следующие блоки: двухполюсный выключатель(1) предназначен для подачи питания на установку; модуль питания(2) имеет два цифровых индикатора для отображения значений  $U$  и  $I$ , снимаемых с обмотки трансформатора(6); реостат(3) служит активной нагрузкой; регулятор напряжения(4) служит для изменения значений напряжения; мультиметр(5) предназначен для измерения параметров  $U$  и  $I$ .

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.

- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

Измеряя напряжения и токи, определите коэффициенты трансформации при различных числах витков обмоток.

1. Соберите первичную (300 витков) и вторичную (100 витков) обмотки на разъемном сердечнике.
2. Подключите источник питания к выводам первичной обмотки и установите напряжение  $U_1 = 10\text{--}20\text{ В}$ .
3. Измерьте вторичные напряжения  $U_2$  на выводах вторичных обмоток с количеством витков 100, 300 при холостом ходе. Занесите результаты в таблицу 10.1.

Таблица 10.1

| $W_1$ | $W_2$ | $U_1, \text{В}$ | $U_2, \text{В}$ | $K_{\text{ТР}}$ |
|-------|-------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 300   | 100   | 20              |                 |                 |
| 300   | 300   | 20              |                 |                 |
|       |       |                 |                 |                 |

4. Вычислите значения коэффициента трансформации по формуле:  $K_{\text{ТР}} = U_1 / U_2$
5. Сформируйте отчёт и сделайте выводы.

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.

3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое трансформатор? Его назначение и принципы действия.
2. Что такое коэффициент трансформации? Как его определить опытным путём?
3. Поясните принцип работы трансформатора.
4. В чем заключается явление электромагнитной индукции? Индукционный ток. Правило Ленца.
5. Где и для чего используют трансформаторы?

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Электричество и магнетизм. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 58 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;

4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 11. Преобразование сопротивления с помощью трансформатора**

Цель работы: ознакомление с понятием преобразования сопротивлений с помощью трансформатора, проведение экспериментов по определению входного и нагрузочного сопротивления трансформатора.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### **Теоретическая часть**

Когда трансформатор не нагружен (холостой ход), отношение первичного напряжения к вторичному приблизительно равно отношению чисел витков первичной и вторичной обмоток. Формула расчёта коэффициента трансформации:

$$K_{\text{ТР}} = U_1 / U_2 = W_1 / W_2 \quad (11.1)$$

При нагрузке имеет место ток  $I_2$  в нагрузочном резисторе  $R_H$ , подключенном к выводам вторичной обмотки. Этот ток вызывает появление соответствующего тока в первичной обмотке

$$I_1 = I_2 / K_{\text{ТР}} \quad (11.2)$$

Через первичные напряжение и ток можно найти входное сопротивление трансформатора

$$R_1 = U_1 / I_1 \quad (11.3)$$

Нагрузочное сопротивление можно определить как

$$R_2 = R_H = U_2 / I_2 \quad (11.4)$$

Взяв отношение сопротивлений, получаем

$$R_1 / R_H = (U_1 / I_1) / (U_2 / I_2) = K_{\text{ТР}}^2 \quad (11.5)$$

$$\text{Или } R_1 = R_H \cdot K_{\text{ТР}}^2$$

Это означает, что сопротивление нагрузки  $R_H$  преобразуется к первичной стороне трансформатора. В реальном трансформаторе, если учесть сопротивление обмоток, получается  $R_1$  несколько больше, чем  $R_H K_{\text{ТР}}^2$ .

#### **Оборудование и материалы**

1. Лабораторная установка «Трансформаторы»
2. Трансформаторы (100 и 300 витков)

*Описание экспериментальной установки*

Состав комплекта лабораторного оборудования «Трансформаторы» представлен на рисунке 11.1.

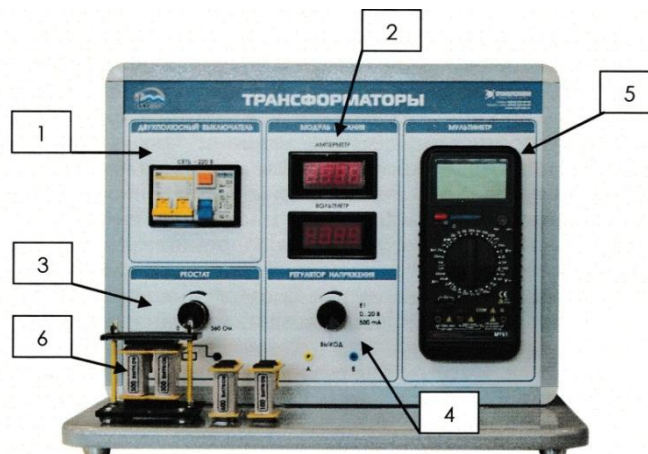


Рисунок 11.1 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Трансформаторы» включает в себя следующие блоки: двухполюсный выключатель(1) предназначен для подачи питания на установку; модуль питания(2) имеет два цифровых индикатора для отображения значений  $U$  и  $I$ , снимаемых с обмотки трансформатора(6); реостат(3) служит активной нагрузкой; регулятор напряжения(4) служит для изменения значений напряжения; мультиметр (5) предназначен для измерения параметров  $U$  и  $I$ .

#### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)

- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

Определите величины сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , измеряя токи и напряжения на первичной и вторичной обмотках трансформатора при различных соотношениях количества витков и различных значениях сопротивления нагрузки  $R_H$ . Определите входное сопротивление как  $R_2 K_{\text{ТР}}^2$  и сравните его с  $R_1$ .

1. Соберите трансформатор на разъемном сердечнике с катушками, имеющими числа витков  $W_1 = 300$  и  $W_2 = 100$ .

2. Подключите источник питания и установите напряжение  $U_1 = 6...7$  В, (при  $R_H = 10$  Ом).

3. Измерьте токи и напряжения при указанных количествах витков обмоток и сопротивлениях нагрузки согласно таблице 11.1.

Таблица 11.1

| $W_1$ | $W_2$ | $K_{\text{ТР}}$ | $R_H$ ,<br>Ом | $U_1$ ,<br>В | $U_2$ ,<br>В | $I_1$ ,<br>мА | $I_2$ ,<br>мА | $R_1$ ,<br>Ом | $R_2$ ,<br>Ом | $K_{\text{ТР}}^2 R_2$ |
|-------|-------|-----------------|---------------|--------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----------------------|
| 300   | 100   | 3               | 10            |              |              |               |               |               |               |                       |
| 300   | 300   | 1               | 100           |              |              |               |               |               |               |                       |

4. Вычислите сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  формуле  $R = U / I$ .

5. Вычислите входное сопротивление по формуле  $K_{\text{ТР}}^2 R_2$  и сравните его со значениями, найденными как  $U_1 / I_1$ .

6. Сформируйте отчет и сделайте выводы.

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. Что называется трансформатором?
2. Объяснить, для чего и каким образом проводится опыт холостого хода трансформатора.
3. На что влияет количество обмоток трансформатора?
4. Изменяет ли трансформатор частоту преобразуемого переменного тока?
5. Почему сердечник трансформатора собирают из отдельных пластин?

### Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

#### Основная литература:

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. -

346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820

2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>

2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>

3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Электричество и магнетизм. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 58 с.

2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 12. Опыт холостого хода и короткого замыкания**

**Цель работы:** исследовать трансформатор методом холостого хода и короткого замыкания.

**Формируемые компетенции или их части:**

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### **Теоретическая часть**

Холостым ходом трансформатора называют режим работы, когда нагрузка на вторичной обмотке отсутствует, то есть  $Z_n = \infty$ . При этом полезная мощность трансформатора равна нулю, так как ток во вторичной обмотке отсутствует. Мощность на входе трансформатора расходуется на тепловые потери в первичной обмотке  $I_0^2 r_1$  и на магнитные потери в сердечнике  $P_m$ . Так как величина тепловых потерь в первичной

обмотке мала, то ей часто пренебрегают. Поэтому магнитные потери называют потерями холостого хода.

Схема проведения опыта холостого хода для однофазного трансформатора. На схеме вольтметр  $V_1$  измеряет напряжение, подведенное к первичной обмотке, вольтметр  $V_2$  показывает напряжение на вторичной обмотке, амперметр  $A_1$  измеряет ток холостого хода  $I_0$ .

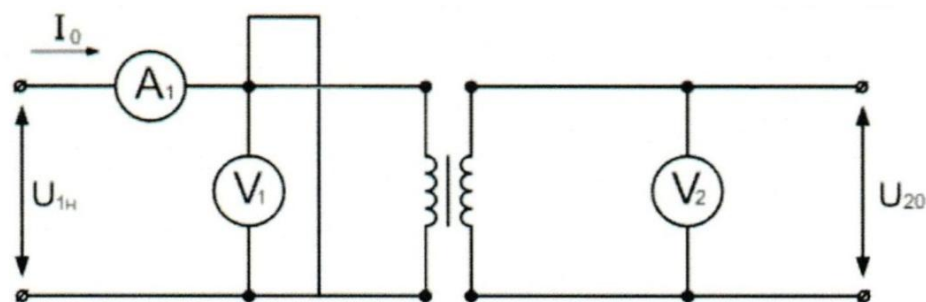


Рисунок 12.1 – Схема опыта холостого хода однофазного трансформатора

Режимом короткого замыкания трансформатора называют режим, когда вторичная обмотка замыкается накоротко ( $Z_H = 0$ ), а к первичной подводят такое пониженное напряжение  $U_k$ , при котором токи в обмотках должны быть равными номинальным  $I_{1K} = I_{1H}$ ;  $I_{2K} = I_{2H}$ .

В опыте короткого замыкания однофазного трансформатора вторичная обмотка закорачивается накоротко, то есть  $Z_H = 0$ , а напряжение вторичной обмотки  $U_2 = 0$ . При этом напряжение первичной обмотки подводится пониженным для того, чтобы не повредить трансформатор.

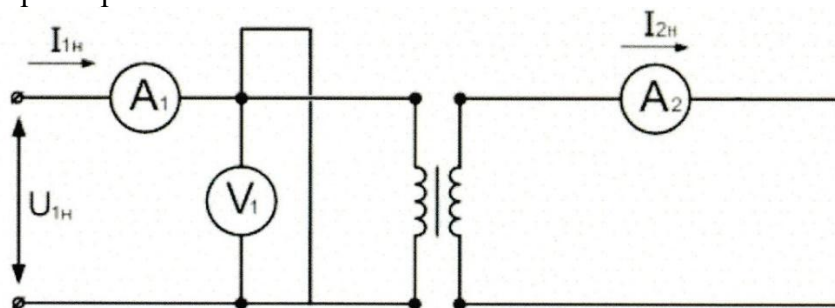


Рисунок 12.2 – Схема опыта короткого замыкания

### Оборудование и материалы

1. Лабораторная установка «Трансформаторы»
2. Трансформаторы (100 и 300 витков)

### Описание экспериментальной установки

Состав комплекта лабораторного оборудования «Трансформаторы» представлен на рисунке 12.3.

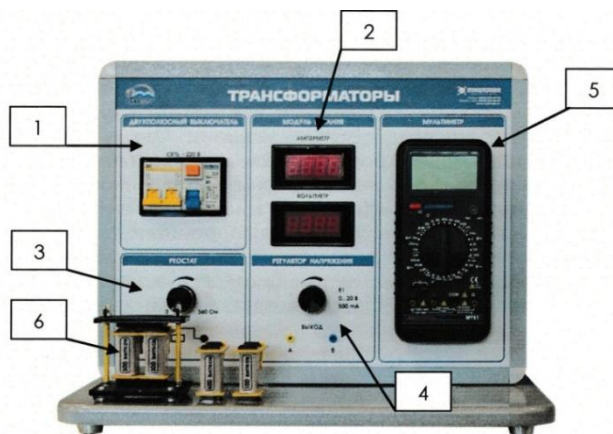


Рисунок 12.3 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Трансформаторы» включает в себя следующие блоки: двухполюсный выключатель(1) предназначен для подачи питания на установку; модуль питания(2) имеет два цифровых индикатора для отображения значений  $U$  и  $I$ , снимаемых с обмотки трансформатора(6); реостат(3) служит активной нагрузкой; регулятор напряжения(4) служит для изменения значений напряжения; мультиметр (5) предназначен для измерения параметров  $U$  и  $I$ .

#### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

## Задания

В опыте холостого хода необходимо определить следующие параметры:

1. Ток холостого хода  $I_0$ . С помощью амперметра  $A_1$  определяют ток холостого хода и выражают его в процентном соотношении от номинального тока.

$$I_{0\%} = \frac{I_0}{I_{1н}} 100\% \quad (12.1)$$

2. Коэффициент трансформации  $k$ . С помощью вольтметра  $V_1$  в первичной обмотке устанавливают номинальное напряжение  $U_{1н}$ , а с помощью вольтметра  $V_2$ , определяют напряжение  $U_{20}$ , которое равно номинальному  $U_{2н}$ .

$$k = \frac{w_1}{w_2} = \frac{U_1}{U_{20}} \quad (12.2)$$

3. Потери в первичной обмотке  $P_0$ . Потери в первичной обмотке складываются из электрических и магнитных потерь.

$$P_0 = I_0^2 r_1 + I_0^2 r_0 \quad (12.3)$$

4. По полученным данным постройте характеристики холостого хода трансформатора (на общей координатной сетке):  $I_0, P_0, \cos\varphi_0 = f(U_1)$ .

В опыте короткого замыкания определяют следующие параметры:

1. Номинальное напряжение короткого замыкания  $U_k$ . Это напряжение первичной обмотки, при котором значения токов короткого замыкания в обмотках равны номинальным. Выражается в процентном соотношении от номинального напряжения  $U_{1н}$

$$U_k = \frac{U_k}{U_{1н}} 100\% \quad (12.4)$$

2. Параметры схемы замещения. Так как ветви намагничивания при опыте короткого замыкания нет, то ток в первичной обмотке равен току во вторичной.

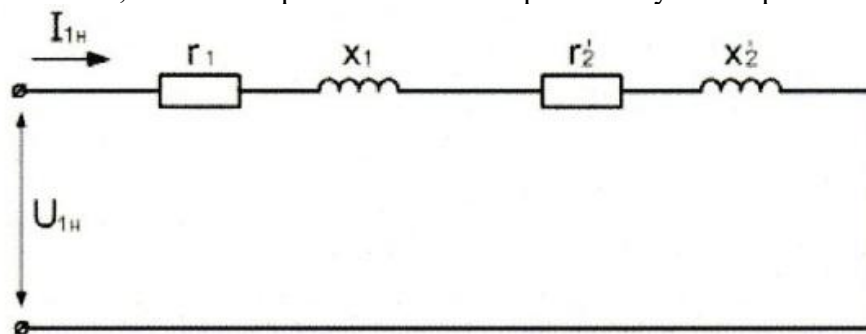


Рисунок 12.4 – Схема замещения при опыте короткого замыкания

Следовательно, полное сопротивление короткого замыкания можно определить как

$$Z_k = \frac{U_{1к}}{I_{1н}} \quad (12.5)$$

$$Z_k = \sqrt{r_k^2 + x_k^2} \quad (12.6)$$

$$r_k = r_1 + r_2' \quad (12.7)$$

$$x_k = x_1 + x_2' \quad (12.8)$$

3. Сопротивление вторичной обмотки

$$r_2 = \frac{r_2'}{k^2} \quad (12.9)$$

$$x_2 = \frac{x_2'}{k^2} \quad (12.10)$$

4. Полное падение напряжения короткого замыкания  $U_k$  в обмотках и его активную и реактивную составляющую в %

$$U_k = \frac{I_{1н} Z_k}{U_{1н}} \cdot 100\% \quad (12.11)$$

$$U_{ка} = \frac{I_{1н} T_k}{U_{1н}} \cdot 100\% \quad (12.12)$$

$$U_{кр} = \frac{I_{1н} x_k}{U_{1н}} \cdot 100\% \quad (12.13)$$

5. Потери короткого замыкания  $P_k$ . Так как, в опыте короткого замыкания на первичную обмотку подается пониженное напряжение, то магнитный поток имеет малую величину и им можно пренебречь. Следовательно, мощность потребляемая трансформатором расходуется на электрические потери в обмотках.

$$P_k = I_{1н}^2 r_1 + I_{1н}^2 r_2' \quad (12.14)$$

6. Сформируйте отчет и сделайте выводы.

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. В чем заключается опыт холостого хода трансформатора? По какой схеме он проводится?
2. Что называется током холостого хода и потерями холостого хода трансформатора? В каких единицах они выражаются?
3. В чем заключается опыт короткого замыкания трансформатора? По какой схеме он проводится?
4. Что называется напряжением короткого замыкания и потерями короткого замыкания трансформатора? В каких единицах они выражаются?
5. Почему с увеличением первичного напряжения при опыте холостого хода уменьшается коэффициент мощности трансформатора?

6. Почему при опыте короткого замыкания ток в первичной обмотке достигает номинального значения при напряжении в несколько раз меньше номинального?

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820

2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>

2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>

3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Электричество и магнетизм. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 58 с.

2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 13. Проверка первого закона Кирхгофа**

Цель работы: Экспериментальная проверка первого закона Кирхгофа

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### **Теоретическая часть**

Правила Кирхгофа (часто, в литературе, называются не совсем корректно Законы Кирхгофа) – соотношения, которые выполняются между токами и напряжениями на участках любой электрической цепи. Правила Кирхгофа позволяют рассчитывать любые электрические цепи постоянного, переменного и квазистационарного тока. Имеют особое значение в электротехнике из-за своей универсальности, так как пригодны для решения многих задач в теории электрических цепей и практических расчётов сложных электрических цепей. Применение правил Кирхгофа к линейной электрической цепи позволяет получить систему линейных уравнений относительно токов или напряжений, и соответственно, найти значение токов на всех ветвях цепи и все межузловые напряжения. Название «Правила» корректнее потому, что эти правила не являются фундаментальными законами природы, а вытекают из фундаментальных законов сохранения заряда и безвихревости электростатического поля (третье уравнение Максвелла при неизменном магнитном поле).

Для формулировки правил Кирхгофа вводятся понятия узел, ветвь и контур электрической цепи. Ветвью называют любой двухполюсник, входящий в цепь, например, на рисунке 13.1 отрезок, обозначенный  $R_1$ ,  $I_1$  есть ветвь. Узлом называют точку соединения трех и более ветвей (на рисунке 13.1 обозначены жирными точками). Контур – замкнутый цикл из ветвей. Термин замкнутый цикл означает, что, начав с некоторого узла цепи и однократно пройдя по нескольким ветвям и узлам, можно вернуться в исходный узел. Ветви и узлы, проходимые при таком обходе, принято называть принадлежащими данному контуру. При этом нужно иметь в виду, что ветвь и узел могут принадлежать одновременно нескольким контурам.

В терминах данных определений правила Кирхгофа формулируются следующим образом.

Первое правило:

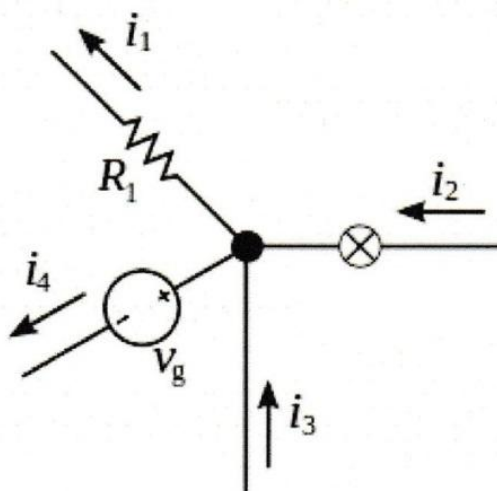


Рисунок 13.1 – Первый закон Кирхгофа

Сколько тока втекает в узел, столько из него и вытекает

$$i_2 + i_3 = i_1 + i_4 \quad (13.1)$$

Первое правило Кирхгофа гласит, что алгебраическая сумма токов в каждом узле любой цепи равна нулю. При этом направленный к узлу ток принято считать положительным, а направленный от узла – отрицательным: алгебраическая сумма токов, направленных к узлу, равна сумме направленных от узла.

$$\sum_{j=1}^n I_j = 0 \quad (13.2)$$

Иными словами, сколько тока втекает в узел, столько из него и вытекает. Это правило следует из фундаментального закона сохранения заряда.

### Оборудование и материалы

1. Лабораторная установка «Законы Кирхгофа»
2. Резисторы

#### Описание экспериментальной установки



Рисунок 13.2 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Законы Кирхгофа» включает в себя следующие блоки: модуль питания(1); монтажная и наборная панель(2); измерительный модуль(3).

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.

- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

1. Соберите электрическую схему, вставив в свободные посадочные места минимодули резисторов.



Рисунок 13.3 – Электрическая схема эксперимента

2. Подключите питание к стенду, подайте напряжение на схему
3. Измеряя токи в контурах убедитесь в том, что  $A1 = A2 + A3$ , То есть выполняется первый закон Кирхгофа.
4. Сформулируйте отчет и сделайте выводы.

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

1. Сформулировать первое правило Кирхгофа.
2. Из каких элементов состоит электрическая цепь и каково их назначение?
3. Что называется ветвью, узлом и контуром электрической цепи?
4. К какому участку электрической цепи применим первый закон Кирхгофа?

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Электричество и магнетизм. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 58 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 14. Проверка второго закона Кирхгофа**

Цель работы: Экспериментальная проверка второго закона Кирхгофа

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

Второе правило Кирхгофа (правило напряжений Кирхгофа) гласит, что алгебраическая сумма падений напряжений на всех ветвях, принадлежащих любому замкнутому контуру цепи, равна алгебраической сумме ЭДС ветвей этого контура. Если в контуре нет источников ЭДС (идеализированных генераторов напряжения), то суммарное падение напряжений равно нулю:

для постоянных напряжений:

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m U_k = \sum_{k=1}^m R_k I_k \quad (14.1)$$

для переменных напряжений:

$$\sum_{k=1}^n e_k = \sum_{k=1}^m u_k = \sum_{k=1}^m R_k I_k + \sum_{k=1}^m u_{Lk} + \sum_{k=1}^m u_{Ck} \quad (14.2)$$

Это правило вытекает из 3–го уравнения Максвелла, в частном случае стационарного магнитного поля.

Иными словами, при полном обходе контура потенциал, изменяясь, возвращается к исходному значению. Частным случаем второго правила для цепи, состоящей из одного контура, является закон Ома для этой цепи. При составлении уравнения напряжений для контура нужно выбрать положительное направление обхода контура. При этом падение напряжения на ветви считают положительным, если направление обхода данной ветви совпадает с ранее выбранным направлением тока ветви, и отрицательным – в противном случае (см. далее).

Правила Кирхгофа справедливы для линейных и нелинейных линеаризованных цепей при любом характере изменения во времени токов и напряжений.

### Оборудование и материалы

1. Лабораторная установка «Законы Кирхгофа»
2. Резисторы

*Описание экспериментальной установки*



Рисунок 14.1 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Законы Кирхгофа» включает в себя следующие блоки: модуль питания(1); монтажная и наборная панель(2); измерительный модуль(3).

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

1. Соберите электрическую схему, вставив в свободные посадочные места минимодули резисторов.



Рисунок 14.2 – Электрическая схема эксперимента

2. Подключите питание к стенду, подать напряжение на схему
3. Измеряя падения напряжения в контурах, убедитесь в том, что  $E1 - E2 = U1R1 + U2R2 \dots$ , то есть выполняется второй закон Кирхгофа.

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

1. Сформулировать второе правило Кирхгофа.
2. Из каких элементов состоит электрическая цепь и каково их назначение?
3. Что называется ветвью, узлом и контуром электрической цепи?
4. К какому участку электрической цепи применим второй закон Кирхгофа?

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Электричество и магнетизм. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 58 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;

4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### Лабораторная работа 15. ЭДС электромагнитной индукции в движущемся контуре

Цель работы: изучение ЭДС электромагнитной индукции в движущемся контуре.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

#### Теоретическая часть

В 1831 году М. Фарадей опытным путем установил, что во всяком замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, пронизывающего этот контур, возникает электрический ток. Этот ток получил название индукционного тока, само явление было названо электромагнитной индукцией. Напомним, что потоком магнитной индукции (магнитным потоком)  $d\Phi$  через площадку  $dS$  называется скалярная величина, которая составляет

$$d\Phi = B dS \cos \alpha \quad (15.1)$$

где  $B$  – модуль вектора магнитной индукции,  $dS$  – площадь, охватываемая замкнутым проводящим контуром,  $\alpha$  – угол между вектором  $B$  и нормалью к площадке  $dS$ . Из формулы 15.1 видно, что причинами изменения магнитного потока могут быть: изменение площади замкнутого проводящего контура, изменение угла  $\alpha$  или изменение модуля магнитной индукции. Многочисленные опыты показали, что значение индукционного тока не зависит от способа изменения потока магнитной индукции, а определяется лишь скоростью его изменения. Согласно закону Ома электрический ток в замкнутой цепи может возникнуть только в том случае, если в этой цепи появляется электродвижущая сила. Поэтому возникновение индукционного тока свидетельствует о том, что в замкнутом проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, возникает ЭДС индукции. Обобщая результаты опытов, М. Фарадей сформулировал количественный закон электромагнитной индукции: какова бы ни была причина изменения потока магнитной индукции, охватываемого замкнутым проводящим контуром, возникающая в контуре ЭДС определяется только скоростью изменения магнитного потока:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (15.2)$$

Знак минус в формуле 6.2 определяется правилом Ленца: индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего индукционный ток.

Увеличение потока с  $d\Phi/dt > 0$  вызывает ЭДС  $\varepsilon_i < 0$ , т.е. поле индукционного тока направлено навстречу потоку. Уменьшение потока  $d\Phi/dt < 0$  вызывает ЭДС  $\varepsilon_i > 0$ , т.е. направления потока и поля индукционного тока совпадают. Таким образом, индукционный ток в контуре обусловлен возникновением в нем ЭДС индукции, а это значит, что на заряды в контуре действуют сторонние силы. Выясним, какова же природа этих сторонних сил. Для этого рассмотрим два случая изменения магнитного потока.

1 случай. Изменение магнитного потока, пронизывающего неподвижный проводящий контур, вызвано переменным во времени магнитным полем.

Согласно теории Максвелла, всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле. Это электрическое поле (в отличие от электростатического поля) не связано непосредственно с электрическими зарядами, поэтому его линии напряженности не могут на них начинаться и заканчиваться. Линии напряженности такого электрического поля представляют собой замкнутые линии, а сами поля называются вихревыми. Таким образом, в этом случае сторонними силами являются силы вихревого электрического поля, и именно они заставляют двигаться заряды в проводнике.

2 случай. Магнитный поток изменяется вследствие перемещения проводника в постоянном магнитном поле. В этом случае возникновение ЭДС индукции объясняется действием силы Лоренца на свободные заряды в движущемся проводнике (рисунок 15.1)

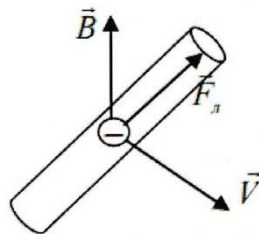


Рисунок 15.1 – Действие силы Лоренца на свободные заряды в движущемся проводнике

Под действием этой силы происходит смещение электронов. В результате на одном конце проводника образуется избыток отрицательного заряда, а на другом – положительного. Сила Лоренца в этом случае играет роль сторонней силы. Разделение зарядов внутри проводника приводит к возникновению электрического поля, со стороны которого на заряды будет действовать сила

$$F = -qE \quad (15.3)$$

где  $q$  – заряд,  $E$  – напряженность электрического поля.

Разделение зарядов будет происходить до тех пор, пока сила Лоренца не уравнивается силой, действующей со стороны электрического поля:

$$-qE = quB \sin \alpha \quad (15.4)$$

где  $\alpha$  – угол между вектором магнитной индукции  $B$  и вектором скорости  $v$ . Если эти векторы взаимно перпендикулярны, то  $\sin \alpha = 1$ , тогда после преобразования получим:

$$E = vB \quad (15.5)$$

Известно, что разность потенциалов  $d\phi = -Edl$ . Умножив обе части уравнения 6.5 на величину дифференциала эффективной длины проводника  $dl$ , получим

$$d\phi = vBdl \quad (15.6)$$

Так как  $\Delta\phi = U$  наведенное в проводнике напряжение можно найти как

$$U = vBl \quad (15.7)$$

Наводимое напряжение в этом случае имеет достаточно малую величину (порядка микровольт). Намного большее наведенное напряжение получается, если в магнитном поле движется проводящий контур с несколькими витками на жесткой рамке. Если при этом рамка лишь частично попадает в магнитное поле, ситуация такова, как схематично показано на рисунке 15.2

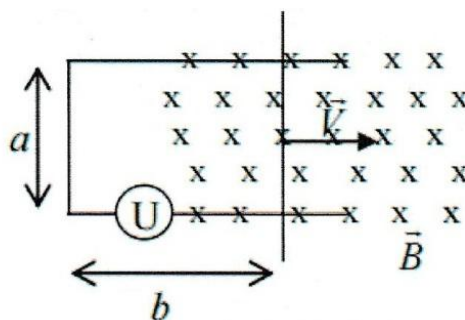


Рисунок 15.2 – Схема возникновения ЭДС индукции в движущемся проводящем контуре

Продвижение магнитной рамки в магнитное поле приводит к изменению магнитного потока со скоростью

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = BNav \quad (15.8)$$

где  $a$  – ширина контура,  $N$  – число витков. Наведенное напряжение в этом случае составит

$$U_1 = BNav \quad (15.9)$$

Как только проводящий контур оказывается полностью в магнитном поле, магнитный поток через поверхность, ограниченную этим контуром, перестает изменяться. Поэтому ЭДС индукции в контуре не возникает, следовательно, наведенное напряжение становится равным нулю. Дальнейшего изменения магнитного потока не происходит до тех пор, пока контур не начнет выходить из магнитного поля. За время  $\Delta t$  контур перемещается на расстояние  $v\Delta t$ , и часть площади контура, которую пересекает магнитное поле, уменьшается на величину  $\Delta S = b v \Delta t$ . Магнитный поток при этом уменьшится, а наведенное напряжение будет иметь противоположный знак по сравнению с первоначальным значением. Изменение знака также происходит, если направление движения контура изменяется на противоположное.

В данной работе изучается зависимость наведенного напряжения от скорости движения контура и числа витков в нем.

$$-F_3 = F = F_1 + F_2 \quad (15.10)$$

Задание: Определить зависимость индуцированной ЭДС в катушке от скорости ее движения.

### Оборудование и материалы

1. Лабораторная установка «Индукция в движущемся проводящем контуре»
2. Мультиметр

*Описание экспериментальной установки*

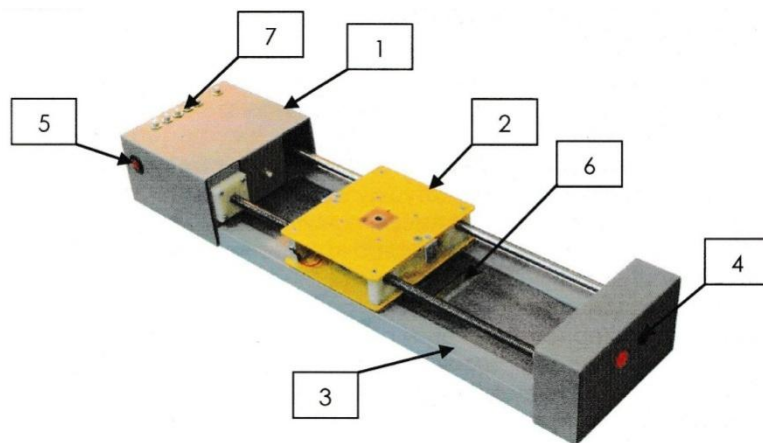


Рисунок 15.3 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Индукция в движущемся проводящем контуре» показана на рисунке 15.3

Горизонтальный короб(1), в основание которого устанавливаются постоянные магниты(6), на внутренней стороне которого закреплен U-образный токопроводящий контур(2) и нанесена метрическая шкала. Вдоль контура по направляющим на изолированной площадке (3) перемещается перемычка. Изменяя перемещением перемычки длину контура, можно изменять магнитный поток через площадь, ограниченную перемычкой. Наведенное напряжение измеряется с помощью измерительного прибора. Измеряя при помощи секундомера время, а по шкале расстояние, можно получить зависимость наведенного напряжения от скорости движения проводящего контура. Изменение скорости осуществляется кнопками(7) на верхней панели корпуса(1). С помощью мультиметра, подключенного к клеммам(4) производится измерение наведенного напряжения.

#### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.

- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

1. Подключите мультиметр к клеммам на установке.
2. Включите питание.
3. Кнопками переключения скоростей на установке, начиная с меньшей скорости, приведите катушку в движение.
4. Зафиксируйте время ее движения по всей длине установки.
5. Верните контур в первоначальное положение кнопкой «Возврат»
6. Принимая длину установки равной  $d = 0,4$  м, рассчитайте скорость равномерного движения рамки с катушкой.
7. Вновь приведите рамку с катушкой в движение и измерить мультиметром ЭДС индукции на пределе 200 mV.
8. Данные опыта занесите в таблицу 15.1.

Таблица 15.1

| 1. $v$ , мм/с | 2. ЭДС, mV |
|---------------|------------|
|               |            |
|               |            |
|               |            |
|               |            |

9. Опыты по пунктам 3–6 повторите для скоростей 2–5.
10. Постройте график зависимости  $\varepsilon_i = f(v)$ .
11. Измените расположение магнитов и повторите опыт.
12. Сформулируйте отчёт и сделайте выводы

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. Что такое электромагнитная индукция?

2. При каких условиях возникает данное физическое явление?
3. Что называют потоком магнитной индукции?
4. Сформулируйте закон электромагнитной индукции Фарадея.
5. Какова природа сторонних сил?

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Электричество и магнетизм. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 58 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 16. Исследование силы Лоренца**

Цель работы: изучение поведения рамки с током в постоянном магнитном поле и определение величины индукции магнитного поля  $B$ .

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

## Теоретическая часть

Силу, действующую на движущуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля, называют силой Лоренца.

В случае постоянного магнитного поля сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}] \quad (16.1)$$

где  $q$  – заряд частицы,  $v$  – ее скорость,  $B$  – вектор магнитной индукции.

Из формулы 16.1 видно, что сила Лоренца направлена перпендикулярно плоскости, в которой находятся векторы  $V$  и  $B$ . Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входили линии индукции магнитного поля, а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора скорости  $V$ , тогда для положительного заряда отогнутый большой палец покажет направление силы Лоренца (рисунок 16.1а).

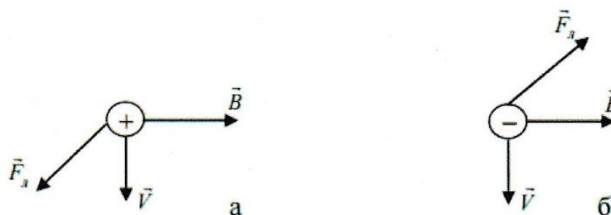


Рисунок 16.1 – а) направление силы Лоренца;  
б) противоположное направление силы Лоренца;

На отрицательный заряд сила действует в противоположном направлении (рисунок 16.1, б). Модуль силы Лоренца составляет

$$F = qv \sin \alpha \quad (16.2)$$

где  $\alpha$  – угол между вектором скорости  $V$  и вектором магнитной индукции  $B$  (рисунок 16.2).

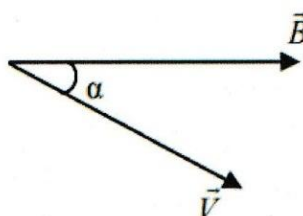


Рисунок 16.2 – К расчету модуля силы Лоренца

Таким образом, заряженные частицы, движущиеся в магнитном поле, отклоняются в направлении, перпендикулярном силовым линиям магнитного поля, а также перпендикулярно направлению движения.

Экспериментально определить силу Лоренца, действующую на один электрон трудно, так как она слишком мала даже в случае электрона, движущегося с большой скоростью в очень сильном магнитном поле. Для экспериментального определения силы Лоренца, действующей на электрон, рассмотрим проводник с током. На каждый электрон проводимости этого проводника будет действовать сила, определяемая формулой 16.2. Результирующая этих сил – это сила, с которой магнитное поле действует на проводник с током в целом. Эта сила называется силой Ампера. Тогда

$$dF_A = dN \cdot F_L \rightarrow F_A = \frac{dF_A}{dN} \quad (16.3)$$

где  $dN$  – общее число свободных зарядов в проводнике с током, которое определяется как  $dN = n S dl$ , где  $n$  – концентрация заряженных частиц, т.е. число частиц в объеме  $Sdl$ .

Таким образом, определив экспериментально силу Ампера, можно вычислить силу Лоренца. Согласно закону Ампера, сила, действующая на бесконечно малый элемент проводника  $dl$ , по которому течет ток  $I$ , прямо пропорциональна произведению силы тока на векторное произведение векторов  $dl$  и  $\vec{B}$

$$dF_A = I [d\vec{l} \times \vec{B}] \quad (16.4)$$

Модуль силы Ампера

$$dF_A = B \cdot I \cdot dl \cdot \sin\beta \quad (16.5)$$

где  $\beta$  – угол между векторами  $dl$  и  $\vec{B}$  (рисунок 16.3),  $dl$  – длина активной части проводника с током (эффективная длина проводника).

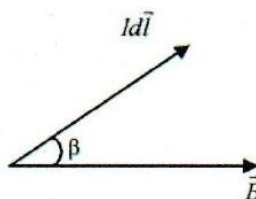


Рисунок 16.3 – К расчету модуля силы Ампера

Задание: найти экспериментальную зависимость магнитной индукции поля, действующего на рамку с током в зазоре постоянного магнита, от угла поворота рамки. Проанализировать полученные результаты.

### Оборудование и материалы

1. Лабораторная установка «Сила Лоренца»
2. Источник питания
3. Резистор

*Описание экспериментальной установки*

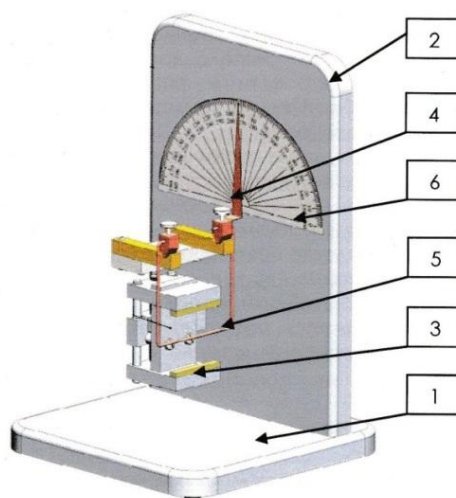


Рисунок 16.4 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Сила Лоренца» показана на рисунке 16.4. К основанию (1) прикреплена вертикальная стойка(2), с закрепленным на ней транспортом(6). К вертикальной стойке присоединена система для измерения силы Лоренца, включающая в себя параллельно закрепленные постоянные магниты(3), медный

стержень(5) и указатель(4), показывающий угол отклонения при протекании электрического тока в цепи.

В поле, создаваемое магнитами, на проводниках подвешивается в горизонтальном положении медный стержень. При замыкании электрической цепи ток, протекающий в стержне, отклоняет от вертикального положения висящие проводники со стержнем. Измеряя угол отклонения с помощью транспортира, можно определить силу Лоренца.

### **Указания по технике безопасности**

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломки оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### **Задания**

1. Установите расстояние между полюсами магнита приблизительно равное 10 мм.
2. Используя проводники, соберите электрическую схему. Последовательно подключите резистор к источнику питания и к системе для измерения силы Лоренца. Включите источник питания и определите с помощью амперметра значение тока, соответствующего отклонению пластины до правого края магнита.
3. Установите минимальное значение тока  $I = 0.1 \text{ А}$
4. Определите угол  $\phi$  поворота рамки, используя транспортир.
5. Занесите измеренные значения  $I$  и  $\phi$  в таблицу 16.1.
6. Измерения проводят для 10 значений тока  $I$ .
7. Рассчитайте силу Ампера, измерив длину вертикальной части рамки и считая приведенную массу равной 1,8 г.

Таблица 16.1

| № измерения | I, mA | Φ, дел | Φ, град. | Sin(140° – φ) | B, Тл |
|-------------|-------|--------|----------|---------------|-------|
| 1           |       |        |          |               |       |
| 2           |       |        |          |               |       |
| ...         |       |        |          |               |       |
| 10          |       |        |          |               |       |

### Обработка результатов измерений

1. Выражают угол поворота рамки  $\varphi$  в градусах.
2. Заносят в таблицу значения  $\sin(140^\circ - \varphi)$ .
3. По формуле 16.7 рассчитывают значения индукции  $B$  в Тл.
4. На миллиметровой бумаге строят график зависимости  $B(\varphi)$ . Убеждаются в однородности поля в средней части зазора магнита.
5. Определяют среднее значение  $B$ . Для этого используют данные для  $\varphi = 150 \pm 30$  дел. ( $50^\circ \pm 30^\circ$ ).
6. Для одного из опытов рассчитывают относительную и абсолютную погрешности измерений, пользуясь формулами:  

$$E = \frac{\Delta B}{B} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta \varphi}{\varphi} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta \varphi}{\operatorname{tg}(140^\circ - \varphi)}$$
7. Сформулируйте отчёт и сделайте выводы

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение вектора магнитной индукции  $B$ .
2. В каких единицах измеряется величина  $B$  в системе СИ?
3. Как направлен вектор магнитной индукции  $B$  зазоре магнита в данной работе?
4. Сформулируйте закон Ампера.
5. Чему равна индукция магнитного поля, в котором на прямой проводник длиной 10 см, расположенный под углом  $30^\circ$  к линиям индукции, действует сила 0,2 Н, когда по проводнику течет ток 8 А?
6. Дайте определение вектора магнитного момента рамки с током. В каких единицах измеряется магнитный момент в СИ?
7. Контур с током свободно подвешен в магнитном поле, перпендикулярном его плоскости. Какое воздействие со стороны поля испытывает контур?
8. Дайте определения силы Ампера и силы Лоренца.
9. Как направлена сила Ампера?
10. Каким образом можно экспериментально определить силу Ампера?
11. Как определить направление вектора  $B$  с помощью рамки с током?

13. Напишите формулу для механического момента  $M_{\text{упр}}$ , создаваемого спиральной пружиной, соединенной с рамкой.

12. Чем определяется угол поворота рамки в условиях данной работы, если по ней пропустить ток  $I$ ?

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820

2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>

2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>

3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

#### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Электричество и магнетизм. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 58 с.

2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

#### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;  
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;

3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;

4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

### **Лабораторная работа 17. Исследование электрического поля плоского конденсатора**

Цель работы: Измерение напряженности электрического поля плоского конденсатора в зависимости от напряжения и расстояния между пластинами, определение емкости плоского конденсатора.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### Теоретическая часть

Известно, напряженность электрического поля  $E$  и потенциал  $\phi$  связаны между собой соотношением:

$$E = \text{grad}\phi \quad (17.1)$$

$$E_x = - d\phi/dx$$

В однородном электрическом поле соотношение 17.1 может быть представлено как

$$E_x = \frac{\Delta\phi}{\Delta x} = \frac{U}{\Delta x} \quad (17.2)$$

где  $U$  – напряжение между точками поля, которые находятся на расстоянии  $\Delta x$ ;  $E_x$  – проекция на ось  $x$ .

Для электрического поля между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии  $d$ , можно написать

$$E = \frac{U}{d} \quad (17.3)$$

где  $U$  – напряжение, подводимое на пластины конденсатора.

Емкость плоского конденсатора можно определить на основании измерения  $E$  и  $U$ . Известно, что

$$E = \frac{q}{S\epsilon_0}, C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon_0 S E}{U} \quad (17.4)$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $S$  – площадь пластин конденсатора,  $q$  – заряд конденсатора.

С другой стороны  $C$  можно рассчитать по формуле

$$C_{\text{теор}} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot S}{d} \quad (17.5)$$

В работе следует:

1. Исследовать зависимость напряженности электрического поля  $E$  от напряжения, подаваемого на пластины конденсатора.
2. Исследовать зависимость напряженности электрического поля  $E$  от расстояния между пластинами  $d$ .
3. Исследовать зависимость напряженности электрического поля  $E$  от вида диэлектрика между пластинами  $d$ .
4. Сопоставить  $C_{\text{эсп.}}$  и  $C_{\text{теор.}}$

### Оборудование и материалы

1. Плоский конденсатор
2. Блок питания
3. Измерительный прибор

*Описание экспериментальной установки*



Рисунок 17.1 – Конструкция изделия

Схема лабораторной установки «Электрическое поле в плоском конденсаторе» показана на рисунке 17.1. К основанию (1) прикреплена вертикальная ось (2) с датчиком напряженности электрического поля, на которой расположены горизонтально параллельно друг другу две круглые пластины (3), к которым с помощью блока питания (5) подводится напряжение. Пластина датчика и вращающаяся нижняя пластина стойки образуют плоский конденсатор. Конденсатор представляет собой две пластины: одна неподвижная, другая – подвижная. Подвижная пластина может передвигаться с помощью вращения с малой подачей. Между пластинами могут располагаться образцы различных диэлектриков разной толщины. Напряжение с блока питания подается на клеммы, расположенные на стойке с помощью соединительных проводов. Напряжение индицируется измерительным прибором (4) на блоке питания.

Показания снимаются с табло измерительного прибора. Выбор предела измерения производится переключателем.

Прибор «Линейный источник питания» предназначен для подачи питания на лабораторную установку. Прибор выполнен в настольном исполнении с одноканальным регулируемым стабилизированным источником питания постоянного тока.

Постоянное выходное напряжение и величина ограничения выходного тока имеют возможность плавной регулировки вращением регуляторов на передней панели.

На переднюю панель прибора выведены два 3-х разрядных LCD-дисплея на ток и напряжение, два клемма для соединительных проводов, ведущих к установке, кнопка включения/выключения блока. Прибор «Линейный источник питания» представлен на рисунке 17.2

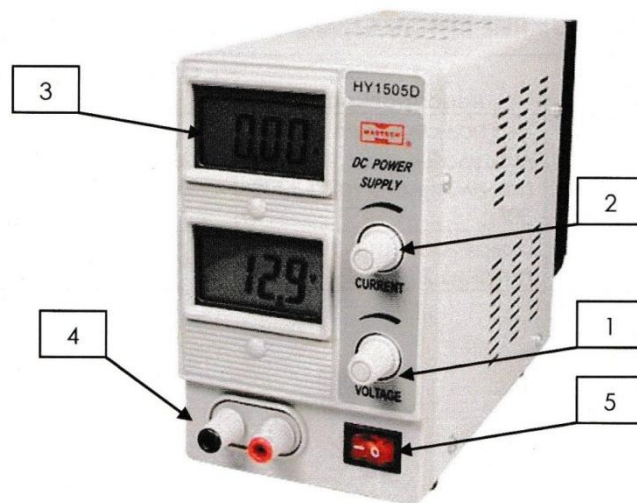


Рисунок 17.2 – Лине́йный источник питания

### Указания по технике безопасности

При эксплуатации оборудования необходимо соблюдать следующие правила безопасности:

- К обслуживанию оборудования допускаются лица, прошедшие инструктаж по технике безопасности.
- Перед началом эксплуатации оборудования необходимо убедиться, что оборудование находится в выключенном состоянии.
- При обнаружении любых повреждений и неисправностей оборудования, а также при появлении дыма, искрения или специфического запаха перегретой изоляции, немедленно обесточьте оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ неисправное оборудование.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ использовать изделие и его отдельные компоненты не по назначению.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ вскрывать изделие.
- ЗАПРЕЩАЕТСЯ видоизменять принципиальную схему и общие функции работы изделия.
- После хранения оборудования в холодном помещении или после перевозки в зимних условиях включать его в сеть можно не раньше, чем через 6 часов пребывания при комнатной температуре в распакованном виде.
- Изделие эксплуатировать только в помещении без повышенной опасности по степени поражения электрическим током.
- Во избежание поражения электрическим током и выхода из строя элементов изделия, при работе запрещается использовать внешние источники питания.
- Не устанавливайте оборудование в непосредственной близости от легковоспламеняющихся и распространяющих огонь предметов.
- Не оставляйте оборудование включенным без присмотра.
- Не допускайте попадания жидкости внутрь оборудования.
- Не оставляйте оборудование в режиме ожидания на длительное время (более 12 часов)
- Во избежание поломок оборудования не прикладывайте чрезмерных усилий при манипуляциях с органами управления.

### Задания

Задание 1: измерение напряженности электрического поля плоского конденсатора в зависимости от расстояния между пластинами.

1. Установить пластины конденсатора на расстояние 1 – 1,5 см между ними.
2. Включить источник питания и измерительные приборы.
3. Подать напряжение 12 В (первый слева регулятор на источнике питания) и отбалансировать измеритель напряженности поля нулевым напряжением.
4. Подать на пластины конденсатора напряжение 10–15 Вольт
5. Показания измерителя напряженности, записать в таблицу 17.1 показания напряженности электрического поля при разных расстояниях между пластинами.

Таблица 17.1

| №   | d, см | $E_{\text{эксп}}$ , В/м | U, В | $E_{\text{теор}}$ , В/м | $C_{\text{эксп}}$ , Ф | $C_{\text{теор}}$ , Ф |
|-----|-------|-------------------------|------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1   |       |                         |      |                         |                       |                       |
| 2   |       |                         |      |                         |                       |                       |
| ... |       |                         |      |                         |                       |                       |
| 6   |       |                         |      |                         |                       |                       |

6. Отключить источник питания и установить пластины на меньшее расстояние и снова сбалансировать измеритель напряженности электрического поля.
7. Подать напряжение и измерить напряженность при новом расстоянии.
8. Выполнить пункты 6–8 для других расстояний.
9. По формуле 17.4 найти  $C_{\text{эксп}}$ .
10. Зная параметры пластин, рассчитать  $C_{\text{теор}}$  по формуле 17.5

Задание 2: измерение напряженности электрического поля в зависимости от напряжения.

1. Установить пластины на фиксированное расстояние.
2. Выполнить пункты 3–5 (задания 1) и снять зависимость  $E$  от  $U$ , занося данные в таблицу 17.2.

Таблица 17.2

| №   | d, см | U, В | $E_{\text{эксп}}$ , В/м | $E_{\text{теор}}$ , В/м |
|-----|-------|------|-------------------------|-------------------------|
| 1   |       |      |                         |                         |
| 2   |       |      |                         |                         |
| ... |       |      |                         |                         |
| 6   |       |      |                         |                         |

Задание 3: измерение напряженности электрического поля в зависимости от вида диэлектрика.

1. Установить пластины на фиксированное расстояние.
2. Выполнить пункты 3–5 (задания 1) и снять зависимость  $E$  от вида диэлектрика, занося данные в таблицу 17.3.

Таблица 17.3

| №   | d, см | U, В | $E_{\text{эксп}}$ , В/м | $E_{\text{теор}}$ , В/м |
|-----|-------|------|-------------------------|-------------------------|
| 1   |       |      |                         |                         |
| 2   |       |      |                         |                         |
| ... |       |      |                         |                         |
| 6   |       |      |                         |                         |

*Обработка результатов*

1. По данным таблицы 17.1 рассчитать  $E_{\text{теор}}$  по формуле 17.3 и сопоставить с экспериментальными данными.
2. По данным таблицы 17.1 определить  $C_{\text{эксп}}$  по формуле 17.4 и сопоставить с результатами  $C_{\text{теор}}$ , рассчитанной по формуле 17.5.
3. Построить график зависимости  $E$  от  $d$  при разных  $U$ .
4. Построить график зависимости  $C$  от  $d$ .
5. Рассчитать потенциал как функцию координаты. по формуле:  $\varphi = \varphi_0 \pm E \cdot x$
6. Построить эквипотенциальные фиксированных  $U$  и  $d$ .
7. Рассчитать погрешности измеренных величин.

### Содержание отчёта

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### Контрольные вопросы

1. Что такое напряженность, потенциал электрического поля, электроёмкость?
2. Что такое однородное электрическое поле? Как изменяется потенциал в однородном электрическом поле?
3. От чего зависит напряженность электрического поля, электроёмкость конденсатора?
4. Как влияет диэлектрик на электрическое поле и электроёмкость?
5. Что такое эквипотенциальная поверхность, силовая линия поля? Как ориентированы эквипотенциальные поверхности?

### Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме

#### Основная литература:

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.: учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### Дополнительная литература:

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>
3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

### **Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Электричество и магнетизм. – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 58 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

### **Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

## **ТЕМА 5. ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ**

### **Лабораторная работа 8. Исследование внутренней энергии атома**

Цель работы:

4. Измерить зависимость тока мишени  $I$  от напряжения  $U$  между катодом и сеткой.
5. Определить разнесение  $\Delta U$  максимумов или минимумов тока.
6. Сравнить интервалы напряжения с энергиями возбуждения атомов ртути.

Формируемые компетенции или их части:

ОПК-2 – способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач

### **Теоретическая часть**

Джеймс Франк и Густав Герц заявили, что электроны, проходящие через пары ртути, передают энергию дискретно, и что это сопровождается наблюдением эмиссии ультрафиолетовой спектральной линии ртути ( $\lambda=254\text{нм}$ ). Несколькими месяцами позже Нильс Бор понял, что это было подтверждением разработанной им модели атома. Таким образом, опыт Франка–Герца с ртутью стал классическим опытом для подтверждения квантовой теории. Стекло́нная тру́бка, из которой откачан воздух, имеет катод накала  $C$ , сетку  $G$  и электрод–мишень  $A$ , размещенные именно в такой последовательности (рисунок 18.1), электроны вылетают из катода и ускоряются напряжением  $U$  в направлении сетки. Проходя через сетку, они достигают мишени и, таким образом, вносят вклад в ток мишени  $I$ , если их кинетическая энергия достаточна, для того чтобы преодолеть замедляющее напряжение  $U_{GA}$  между сеткой и мишенью. Кроме того, имеется стеклянная трубка с небольшим количеством ртути, которая нагревается, чтобы получить давление паров приблизительно  $15\text{гПа}$ .

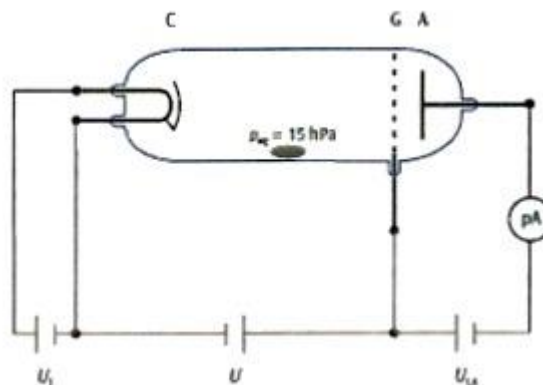


Рисунок 18.1 – Схема установки для измерения кривой Франка–Герца для ртути

По мере возрастания напряжения  $U_T$  ток мишени  $I$  сначала увеличивается, т.к., все больше и больше атомов вытягивается электрическим полем из области объемного заряда вокруг катода. При определенном значении  $U=U_1$  некоторые атомы приобретают достаточную кинетическую энергию непосредственно перед сеткой, так что могут обеспечить достаточную энергию для возбуждения атомов ртути при неупругом столкновении. Затем ток мишени падает почти до нуля, так как после такого столкновения электроны больше не обладают достаточной энергией, чтобы преодолеть замедляющее напряжение.

По мере дальнейшего возрастания напряжения электроны приобретают достаточную энергию для возбуждения атомов ртути, находящихся дальше от сетки. После таких столкновений они вновь ускоряются и снова способны приобрести достаточную энергию, чтобы достичь мишени, поэтому ток мишени вновь возрастает. При еще большем напряжении  $U=U_2$  электроны могут приобретать такую большую энергию после первого столкновения, что они способны возбудить другой атом ртути. Ток мишени вновь резко падает, но вновь увеличивается по мере дальнейшего возрастания напряжения. Это же происходит и в третий раз при еще более высоком напряжении, и опять ток мишени резко падает.

#### Экспериментальный расчёт

Все напряжения  $U_1, U_2, U_3, \dots$ , при которых ток регистрируемой характеристики  $I(U)$  резко падает, появляются с постоянным интервалом  $\Delta U = 4,9\text{В}$ . Этот интервал соответствует энергии возбуждения  $E_{Hg} = 4,9\text{эВ}$  ( $\lambda = 254\text{нм}$ ), при которой атомы ртути поднимаются из основного состояния  $^1S_0$  на первое состояние  $^3P_1$ .

Справедливо следующее равенство:

$$E_{Hg} = e \cdot \Delta U, \quad (18.1)$$

где  $e$  – элементарный заряд электрона.

Таким образом результаты можно свести к дискретному поглощению энергии атомами ртути вследствие неупругого столкновения и связанной с ним передачей фиксированного количества энергии от электронов.

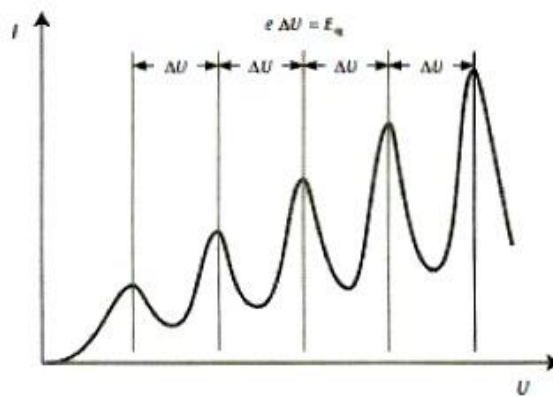


Рисунок 18.2 – Зависимость тока мишени  $I$  от ускоряющегося напряжения  $U$ .

### Оборудование и материалы

6. Стеклянная трубка
7. Нагревательная камера
8. Блок управления
9. Осциллограф
10. Цифровой вольтметр

#### *Порядок настройки оборудования перед экспериментом*

13. Поместите переднюю пластину на открытую сторону нагревательной камеры и заверните 6 винтов с накаткой.
14. Отключите нагревательную камеру и блок управления и поверните все ручки управления налево до упора.
15. Запрещается подавать напряжение на трубку, если она холодная (ртуть может вызвать короткое замыкание).
16. Подключите клеммы «А», «F» и «К» (см. рисунок 18.3).
17. Подключите клемму «Е» трубки Франка–Герца к соответствующему входу блока управления при помощи кабеля BNC.
18. Подключите клемму «FH Signal UY-out» блока управления ко входу Y осциллографа, а клемму «UX» ко входу X.
19. Включите нагревательную камеру. Задайте температуру около  $210^{\circ}\text{C}$  и дождитесь прогревания трубки (около 5–10 минут).
20. Включите блок управления, и оборудование войдет в режим Ramp.
21. Задайте напряжение накала 6–7 В. Катод непрямого нагрева нагревается за 90 секунд после подачи напряжения.
22. Установите минимальное ускоряющее напряжение на 0, затем медленно увеличивайте его до 80 В. Не следует увеличивать ускоряющее напряжение слишком быстро, так как самозаряд может исчезнуть в трубке. Ионизация, вызванная столкновением частиц, нарушит кривую.
23. Задайте следующие настройки осциллографа  $x = 1 \text{ V/div}$  и  $y = 1 \text{ V/div}$ . Не следует превышать максимальное значение, указанное на экране осциллографа.
24. Задайте все параметры, ускоряющее напряжение, катодный накал, напряжение смещения и амплитуду таким образом, чтобы получить кривую с четко разграниченными максимальными и минимальными значениями.

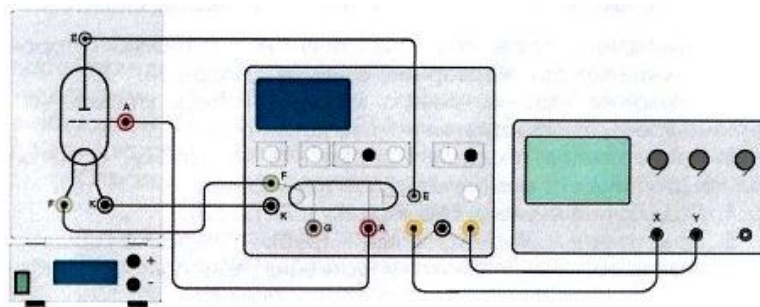


Рисунок 18.3 – Настройка для проведения эксперимента с трубкой Франка–Герца, заполненной ртутью

Описанная процедура является общей процедурой настройки. В реальных условиях могут возникнуть отклонения от процедуры, вызванные особенностями производства отдельных трубок, и это означает, что оптимальные параметры зависят от конкретной ситуации. Испытательный отчет, поставляемый с трубкой, должен содержать параметры для достижения наилучших результатов работы трубки.

Коллекторный ток демонстрирует периодические равноудалённые максимальные и минимальные значения, который не зависят от ускоряющего напряжения. Интервал между этими пиками составляет 4,9В.

Контактный потенциал, равный 2В, присутствует между анодом и катодом трубки, поэтому первое максимальное значение появляется только в районе 7В. Первое максимальное значение будет более очевидным, если температура нагревательной камеры будет ниже.

#### Оценка кривой Франка–Герца

Для полной оценки кривой Франка–Герца требуется цифровой вольтметр. Не требуется точно устанавливать ток электронного луча. Экран осциллографа должен отображать траекторию кривой Франка–Герца с четкими максимальными и минимальными значениями.

4. Подключите цифровой вольтметр между выходом сигнала (UX) и разъемом заземления (см. рисунок 18.4).
5. Нажмите кнопку «Man/Ramp», и на дисплее появится «Man», что говорит о включении ручного режима.
6. Полностью поверните ручку ускоряющего напряжения налево ( $U_A = 0$  В).

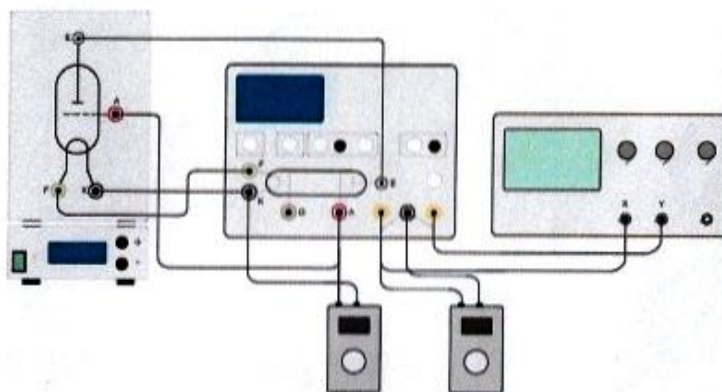


Рисунок 18.4 – Настройка для проведения эксперимента с трубкой Франка–Герца, заполненной ртутью

На дисплее отобразится ускоряющее напряжение с шагом 0,5 В. Для получения лучших испытательных результатов цифровой вольтметр можно подключить между разъемами «А» и «К», чтобы получить более точное измерение ускоряющего напряжения.

Примечание: Ускоряющее напряжение сокращается в 10 раз на выходе сигнала (UX). Однако цифровой вольтметр измеряет полное ускоряющее напряжение между разъемами «А» и «К».

Путем постепенного увеличения ускоряющего напряжения с постоянной скоростью можно установить точное положение максимальных и минимальных значений при помощи цифрового вольтметра.

### **Содержание отчёта**

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие основные разделы:

1. Наименование работы.
2. Цель работы.
3. Описание экспериментальной методики.
4. Порядок проведения работы, таблицы результатов прямых и косвенных измерений.
5. Определение погрешности измерения.
6. Выводы.
7. Ответ.

### **Контрольные вопросы**

7. В чём заключается идея опыта, предложенная Франком и Герцом?
8. Объясните характер вольт–амперной характеристики в опыте Франка и Герца.
9. Объясните, на каких участках вольтамперной характеристики имеет место упругое, и на каких неупругое столкновение электрона с атомом.
10. Какие виды соударений возможны между атомом и налетающим на него с некоторой скоростью электроном? Является ли опыт Франка и Герца доказательством возможности неупругих соударений?
11. Сформулируйте постулаты Бора.
12. Объясните с помощью квантовой теории существование дискретных энергетических уровней атома.

### **Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме**

#### **Основная литература:**

1. Трофимова, Т. И. Физика: учебник: для студентов вузов, обучающихся по техн. напр. подготовки / Т.И. Трофимова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2013. - 346 с.: ил. - (Высшее профессиональное образование) (Бакалавриат). - Предм. указ.: с. 330-339. - ISBN 978-5-7695-9820
2. Трофимова, Т. И.; Курс физики с примерами решения задач: В 2-х т.:учебник / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов, Т.2. - М. : Кнорус, 2015. - 378 с. - (Бакалавриат). - Прил.: с. 376-378. - ISBN 978-5-406-04428-5.

#### **Дополнительная литература:**

1. Повзнер, А. А. Физика. Базовый курс. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. А. Повзнер, А. Г. Андреева, К. А. Шумихина. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 168 с. — 978-5-7996-1701-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68406.html>
2. Никеров, В. А. Физика. Современный курс [Электронный ресурс]: учебник / В. А. Никеров. — Электрон. текстовые данные. — М.: Дашков и К, 2016. — 454 с. — 978-5-394-02349-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14114.html>

3. Чертов, А. Г. Задачник по физике : [учеб. пособие для втузов] / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. - 8-е изд., перераб. и доп. - М. :Физматлит, 2007. - 640 с. : ил. - Прил.: с. 623-640. - ISBN 5-94052-098-7

**Методическая литература:**

1. Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Физика»: Часть 2. Оптика. Физика атома– Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 54 с.
2. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Физика». – Невинномысск, НТИ СКФУ, 2019. - 141 с.

**Интернет – ресурсы:**

1. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система IPRbooks;
2. <http://window.edu.ru> – Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам;
3. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО;
4. <https://openedu.ru> – Национальный портал онлайн обучения «Открытое образование».

## МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕНИЙ

Физика – наука экспериментальная. Каждый эксперимент заканчивается измерением, где под «измерением» понимается процесс сравнения данной величины с другой, принятой за единицу измерения (эталон).

В результате эксперимента подтверждаются или опровергаются физические теории, накапливаются знания в той или иной области науки, выявляются физические закономерности в различных процессах и явлениях.

Вследствие этого лабораторный практикум по физике является неотъемлемой частью учебного процесса при изучении общего курса физики в высшем учебном заведении. Первая задача лабораторного практикума – студенты должны познакомиться с применением экспериментальных методов для изучения фундаментальных законов физики, для решения некоторых прикладных задач.

Второй, не менее важной, задачей лабораторного практикума по физике является обучение студентов работе с различными измерительными приборами, обработке результатов, полученных при измерениях, а также оценке точности или достоверности полученного результата, выбору правильного метода проводимых измерений.

По окончании изучения курса физики студент не только получит базовые знания для изучения других дисциплин, но и навыки работы с достаточно сложным оборудованием, знания и навыки, необходимые специалисту с высшим образованием в его производственной деятельности.

## ВИДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерения, при которых получают непосредственно значения измеряемой величины, называются прямыми.

Пример: линейкой измеряют длину предмета; с помощью весов измеряют массу предмета.

Если для определения искомой величины требуется провести математические действия над результатами прямых измерений, то такие измерения называются косвенными.

Пример: определение скорости по известному пути и времени; определение плотности тела по известной массе и объему (измерение объема может являться и прямым, и косвенным измерением).

## Виды ошибок при измерениях

Как непреложную истину следует запомнить: физическую величину нельзя измерить абсолютно точно. При измерении мы всегда допускаем большую или меньшую ошибку. Поэтому при физических измерениях важно определить не только физическую величину, но и ошибку, допускаемую при ее определении.

## Ошибки систематические, случайные, промахи

Какие же ошибки могут быть допущены при измерениях? Различают три основных типа ошибок: систематические, случайные, промахи.

Систематические ошибки – ошибки, обусловленные действием какого-либо постоянного фактор (неточность изготовления приборов, неправильный выбор метода измерений).

Пример. При измерениях не учитывается тепловое расширение тел, дефект при изготовлении приборов (штрихи на линейке нанесены неравномерно). При вычислениях с числом "П" считают, что число "П" равно: 3; 3,1; 3,14 вместо 3,14159265.

Таким образом, систематические ошибки вызваны действием вполне определенных факторов, которые могут быть учтены и исключены. Но на практике решение этой проблемы оказывается достаточно сложным делом.

Случайные ошибки — ошибки, связанные с действием внешних факторов, которые не одинаковы для каждого опыта и не могут быть учтены,

Пример. При считывании показаний по шкале величина считываемого результата зависит от положения глаза наблюдателя по отношению к стрелке, которое может изменяться в каждом эксперименте.

Случайные ошибки нельзя учесть, но их действие можно уменьшить, проводя не одно, а несколько измерений, и чем более точно мы хотим провести измерение, тем большее число опытов мы должны проделать. При этом следует иметь в виду, что если случайная ошибка окажется значительно меньше систематической, то не имеет смысла уменьшать случайную ошибку.

Промахи – ошибки, допущенные экспериментатором вследствие недостатка внимания. Этот вид ошибок исчезает при тщательной и аккуратной записи результатов, их обработке и при внимательном считывании показаний приборов.

### Приборная ошибка

Особо следует отметить понятие "приборная ошибка" – это ошибка, вносимая прибором в измерение. Эта ошибка может быть как систематической (неправильная установка прибора, неверный режим использования, класс прибора, влияние какого-либо постоянного внешнего фактора), так и случайной (воздействие случайных внешних факторов – сотрясение, нерегулярно проявляющиеся внутренние особенности данного прибора, например, при плавном изменении силы тока прибор покажет одно значение, а при скачкообразном (вследствие трения) – возможно другое значение). Поэтому при всех измерениях необходимо учитывать приборную ошибку, в особенности необходимо обращать внимание на класс точности прибора. Класс точности определяет минимально возможную ошибку (следовательно, максимально возможную точность) при работе с данным прибором.

### Абсолютная и относительная ошибки

При проведении физических экспериментов в научных лабораториях требуется достижение наибольшей возможной точности. Поэтому обработке результатов уделяется большое внимание. Существуют сложные теоретические расчеты, позволяющие достаточно точно определить точность измерения. Они используют методы математической статистики и теории вероятностей. В студенческом лабораторном практикуме не требуется высокой точности, поэтому использование сложных методов расчета ошибок не имеет смысла. Мы будем пользоваться упрощенной схемой расчета ошибок, которая, тем не менее, использует фундамент более сложных методов.

Итак, в силу того, что физическую величину нельзя измерить абсолютно точно, мы должны получить не число, а некоторый ряд чисел, среди которых с большой долей вероятности находится истинное значение определяемой величины. Пусть  $A$  – истинное значение измеряемой величины. При измерении были получены значения:  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ . Тогда результат каждого измерения отличается от истинного значения на величину

$$\Delta A_1 = |A - A_1|$$

$$\Delta A_2 = |A - A_2|$$

.....

$$\Delta A_n = |A - A_n|$$

Суммируя левые и правые части, получим

$$\sum_{i=1}^n \Delta A_i = n \cdot A - \sum_{i=1}^n A_i$$

Введем важное предположение о том, что если ошибки  $\Delta A_i$  случайны, то суммарная ошибка измерения равна нулю, т.к. в одном эксперименте мы, равновероятно, можем получить как положительную, так и отрицательную ошибку. Тогда при большом количестве измерений  $\langle A \rangle \rightarrow A$ , где  $\langle A \rangle$  – среднее значение измеряемой величины.

$$\langle A \rangle = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n A_i$$

Так как в студенческом лабораторном практикуме нет достаточно времени для проведения большого числа экспериментов, то будем считать, что  $\langle A \rangle = A$  при  $1 \leq n \leq 6$ . Тогда ошибка при каждом измерении запишется в виде

$$\Delta A_n = |\langle A \rangle - A_n|$$

$\Delta A_n$  называется абсолютной ошибкой измерений. Более точно: абсолютной ошибкой измерения называется именованное (т.е. имеющее размерность) число, показывающее максимально возможное отличие истинного значения измеряемой величины от полученного в эксперименте

$$\langle A \rangle - \Delta A_n \leq A \leq \langle A \rangle + \Delta A_n.$$

Интервал, в который попадает истинное значение измеряемой величины, называется доверительным интервалом. Следовательно, при записи результатов измерений мы будем записывать доверительный интервал

Так как в каждом измерении мы допускаем свою ошибку, то необходимо определить, какую ошибку мы запишем как итоговую ошибку всего эксперимента.

В случае небольшого числа измерений будем считать, что ошибка эксперимента — среднее арифметическое ошибок, допущенных при измерениях

$$\langle \Delta A \rangle = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta A_i$$

Тогда итоговый результат запишется в виде

$$A = \langle A \rangle \pm \langle \Delta A \rangle, \text{ или } A = A_{\text{ср}} \pm \Delta A_{\text{ср}}.$$

Если число измерений три или менее трех, то ошибка эксперимента – наибольшая из полученных ошибок измерений.

Пример;  $\Delta A_1 = 0,2$ ,  $\Delta A_2 = 0,1$ ,  $\Delta A_3 = 0,3$ , тогда ошибка эксперимента:

$$\Delta A = 0,3.$$

Абсолютная ошибка дает сведения только об интервале, в котором лежит значение измеряемой величины, но ничего не говорит о точности измерений.

Пример. При некоторых измерениях мы допускаем ошибку  $\Delta A = 1$  см. Если эта ошибка допускается при измерении расстояния от Ставрополя до Невинномысска, то это высокая точность. Если же эта ошибка допускается при измерении размеров коробка спичек, то это низкая точность.

Сведения о точности измерений дает относительная ошибка.

Относительная ошибка – это отношение абсолютной ошибки к значению измеряемой величины (в дальнейшем мы опускаем слово "средний").

$$\varepsilon = \frac{\Delta A}{A} \cdot 100\%$$

То есть относительная ошибка показывает, какую долю составляет абсолютная ошибка от значения измеряемой величины. Она измеряется или в процентах, или остается величиной безразмерной, если ее не умножать на 100 %.

Относительная ошибка служит также для сравнения точности разноименных измерений.

Пример. Пусть длина стержня составляет  $a = 25,2 \pm 0,8$  см, а его масса  $m = 315 \pm 4$  г. Что измерено точнее?

Для ответа на этот вопрос найдем относительную ошибку каждого измерения.

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} = \frac{0,8}{25,2} \cdot 100\% = 3\%$$

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m} = \frac{4}{315} \cdot 100\% = 1,3\%$$

Видно, что массу стержня мы измерили точнее. Поэтому при записи результатов эксперимента мы должны указать не только величину абсолютной, но и величину относительной ошибки.

### Методика обработки прямого и косвенного измерения

#### Прямое измерение

1. Делаем серию измерений (5 – 7) измеряемой величины.
2. Находим среднее значение измеряемой величины

$$A_{cp} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n A_i$$

3. Находим абсолютную ошибку каждого измерения

$$\Delta A_n = |A_{cp} - A_n|.$$

4. Находим среднюю абсолютную ошибку

$$\Delta A_{cp} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta A_i$$

5. Находим относительную ошибку

$$\varepsilon = \frac{\Delta A_{cp}}{A_{cp}} \cdot 100\%$$

6. Записываем ответ в виде

$$A_{cp} \pm \Delta A_{cp} = \dots$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta A_{cp}}{A_{cp}} \cdot 100\% = \dots$$

Во всех случаях записи именованных величин нужно указать их размерность.

#### Косвенное измерение

При обработке косвенных измерений будем считать, что при небольшом количестве измерений ошибки накапливаются, т.е. ошибка косвенного измерения — сумма ошибок величин, входящих в косвенное измерение.

Производя измерения, надо стремиться к тому, чтобы точность измерений приближалась к точности прибора. При этом выполняется ряд правил, которые мы сейчас докажем.

Пусть имеются величины  $(A \pm \Delta A)$  и  $(B \pm \Delta B)$ , где  $A, B$  — измеренные значения этих величин,  $\Delta A$  и  $\Delta B$  — абсолютные ошибки, допущенные при измерении этих величин.

#### Правило 1

Если  $C = A + B$  или  $C = A - B$ , то  $\Delta C = \Delta A + \Delta B$ .

Доказательство:  $C = A + B$  или  $C = A - B$ ,

тогда:  $C \pm \Delta C = A \pm \Delta A + B \pm \Delta B$  или  $C \pm \Delta C = A \pm \Delta A - B \pm \Delta B$ .

Вычитая из второго равенства первое, получим:

$$\pm \Delta C = \pm \Delta A \pm \Delta B.$$

Для небольшого числа измерений считаем, что ошибки накапливаются, следовательно:  $\Delta C = \Delta A + \Delta B$ .

### Правило 2

Если  $C = A \cdot B$  или  $C = \frac{A}{B}$  то  $\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$

Доказательство: Пусть  $C = A \cdot B$ , тогда

$$C \pm \Delta C = (A \pm \Delta A) \cdot (B \pm \Delta B) = A \cdot B \pm A \cdot \Delta B \pm B \cdot \Delta A \pm \Delta A \cdot \Delta B.$$

Пренебрегаем  $(\Delta A \cdot \Delta B)$ , тогда:

$$C \pm \Delta C = (A \pm \Delta A) \cdot (B \pm \Delta B) = A \cdot B \pm A \cdot \Delta B \pm B \cdot \Delta A.$$

$$\rightarrow \Delta C = A \cdot \Delta B \pm B \cdot \Delta A$$

$$\rightarrow \frac{\Delta C}{C} = \frac{A \cdot \Delta B \pm B \cdot \Delta A}{A \cdot B} = \frac{\Delta B}{B} \pm \frac{\Delta A}{A} \text{ или } \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

Если  $C = \frac{A}{B}$ , то  $\Delta C = \Delta \left( \frac{A}{B} \right)$ ,

или  $\Delta C = A \cdot (B^{-1}) + \Delta A \cdot (B^{-1})$ , но  $\Delta(B^{-1}) = -B^{-2} \cdot \Delta B$

$$\rightarrow \Delta C = \frac{B \cdot \Delta A + A \cdot \Delta C}{B^2}$$

$$\text{Разделим обе части на } C = \frac{A}{B} \rightarrow \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}.$$

То есть, в случае косвенного измерения, в котором проводятся действия вычитания и сложения, удобно сначала искать абсолютную ошибку, а затем относительную, если же проводятся действия умножения, деления, а также возведения в степень, то сначала удобно искать относительную ошибку, а затем уже абсолютную.

В общем случае для нахождения относительной ошибки поступают следующим образом

- 1) логарифмируют выражение;
- 2) дифференцируют полученное выражение;
- 3) заменяют "d" на "Δ" и "-" на "+" между ошибками (так как  $d(\ln x) = dx/x$  или  $\Delta(\ln x_{\text{ср}}) = \Delta x / x_{\text{ср}}$ ).

### Пример

$$A = \frac{k \cdot \sqrt{p}}{(a-b)^3}, \text{ ищем } \frac{\Delta A}{A}.$$

$$1) \ln A = \ln k + (1/2) \cdot \ln p - 3 \cdot \ln(a-b);$$

$$2) \frac{dA}{A} = \frac{dk}{k} + \frac{dp}{2 \cdot p} - 3 \frac{d(a-b)}{a-b};$$

$$3) \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta p}{2 \cdot p} + 3 \frac{\Delta a + \Delta b}{a-b}.$$

### Как учесть приборную ошибку

Приборная ошибка указывается на приборе или в паспорте к нему. Может быть указана как абсолютная ошибка, даваемая прибором (например, цена деления на линейке 1 мм), так и относительная ошибка. Величина относительной ошибки определяется классом точности прибора.

Различают классы точности: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Класс точности указывается на лицевой панели прибора, При этом возможны два случая.

1. Класс точности дается в виде числа, не заключенного в кружок. В этом случае указывается величина приведенной ошибки, то есть ошибки, выраженной в процентах от верхнего предела измерений или от длины шкалы. Например, если имеется амперметр, рассчитанный на

измерение 100А, с классом точности 0,5, это означает, что приборная ошибка  $\Delta I_{\text{приб}}$  определяется по формуле

$$\Delta I_{\text{приб}} = \frac{0,5}{100} \cdot I_{\text{max}},$$

Где  $I_{\text{max}} = 100\text{А}$ .

Тогда  $\Delta I_{\text{приб}} = 0,5\text{А}$ , т.е. абсолютная приборная ошибка измерений составляет 0,5А, в любом диапазоне изменений прибора. А относительная ошибка будет наибольшей в начале шкалы прибора, а наименьшей – в конце шкалы.

2. Класс точности дается в виде числа, заключенного в кружок. В этом случае относительная ошибка указывается в процентах от измеряемой величины. Абсолютная ошибка измерения определяется по формуле

$$\Delta I_{\text{приб}} = \frac{k}{100} \cdot I,$$

Где  $k$  – класс точности;

$I$  – измеряемое значение тока.

Пусть амперметром с классом точности 0,5 измерили величину тока и получили  $I = 20\text{А}$ . Тогда приборная ошибка будет

$$\Delta I_{\text{приб}} = \frac{0,5}{100} \cdot 20 = 0,1 \text{ А}, \varepsilon = 0,5\%.$$

В случае измерений, проводимых несколькими приборами, приборная ошибка эксперимента – сумма ошибок, даваемых каждым прибором в отдельности. Очевидно, что экспериментальная ошибка не может быть меньше приборной ошибки, поэтому всегда из двух возможных ошибок записываем большую – как более реальную.

### Как правильно произвести вычисления и записать ответ

Конечным итогом любого эксперимента является получение некоторого численного значения какой-либо величины: неправильность итоговой записи результата может дать неверные сведения о точности измерения и о значении самой измеряемой величины. Поэтому условимся, что при косвенных измерениях количество значащих цифр в конечном результате может быть лишь на 1 больше, чем среднее арифметическое количества значащих цифр всех величин, входящих в данное измерение, (напомним, что значащие цифры – все цифры, кроме "0", стоящего в начале числа).

Пример:  $\frac{100}{3} = 33,3$ ;

100 – три значащих цифры;

3 – одна значащая цифра;

$N_{\text{ср}} = (3 + 1) / 2 = 2$ ;

33,3 – три значащие цифры  $\rightarrow 3 > 2$  на единицу.

При записи ошибки измерения необходимо руководствоваться двумя правилами.

Первое правило: при записи ошибки измерения (абсолютной или относительной) условимся, что если первая значащая цифра в ошибке "1" или "2", то можем оставить две значащие цифры, если же "3" или выше – одну значащую цифру.

Пример: 2,5 – верно      2,51 – неверно

0,3 – верно      0,32 – неверно

7 – верно      7,0 – неверно

Второе правило: при записи ошибки разряд, до которого определена ошибка, должен совпадать с разрядом, до которого определена измеряемая величина, или абсолютная ошибка должна заканчиваться в том же разряде, что и результат.

Пример:  $27,5 \pm 0,12$  –  
 неверно;  
 $27,5 \pm 0,1$  – верно.

Применение этих двух правил необходимо выполнять в той последовательности, в которой они даны в изложении.

Приведем ряд примеров. Пусть были произведены измерения, определены их ошибки, сделаны записи

- 1)  $27,12 \pm 0,18$ ;
- 2)  $27,12 \pm 1,8$ ;
- 3)  $27,12 \pm 0,018$ ;
- 4)  $27,12 \pm 3,1$ ;
- 5)  $27,12 \pm 0,31$ ;
- 6)  $27,12 \pm 0,031$ ;
- 7)  $27,12 \pm 3$ .

Применяя эти два правила, проверим правильность записи ответов, и если они верны – оставим их без изменений, а если неверны – запишем их правильно

- 1) оба правила выполнены.
- 2) правило 1 выполнено, 2 – нет  $\rightarrow$  правильный ответ:  $27,1 \pm 1,8$ ;
- 3) 1 – выполнено, 2 – нет  $\rightarrow 27,12 \pm 0,02$ ;
- 4) 1 – не выполнено, 2 – не выполнено  $\rightarrow 27 \pm 3$ ;
- 5) 1 – не выполнено  $\rightarrow 27,12 \pm 0,3$ , теперь 2 – не выполнено  $\rightarrow 27,1 \pm 0,3$ ;
- 6) 1 – не выполнено, 2 – не выполнено, поэтому верно  $27,12 \pm 0,03$ ;
- 7) 1 – выполнено, 2 – нет  $\rightarrow 27 \pm 3$ .

Пользуясь вышеуказанными правилами, мы можем грамотно оформить работу, причем результаты этой работы будут понятны любому, кого они интересуют.

Окончанием работы должен служить ответ, записанный в виде:

$$X \pm \Delta X = \dots$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X} \cdot 100\% = \dots$$

