

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания
по выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Системы искусственного интеллекта»
для направления подготовки 09.03.02 Информационные системы и
технологии
направленность (профиль) Информационные системы управления
технологическими и сервисными процессами

Невинномысск 2026

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа 1. Модель представления знаний, семантическая модель представления знаний, фреймовая модель представления знаний, продукционная модель представления знаний Базы знаний.....	7
Лабораторная работ 2. Инструментальные средства разработки СИИ.....	40
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	69
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	70

ВВЕДЕНИЕ

В результате изучения данной дисциплины студенты на основе приобретенных знаний, умений и навыков достигают освоения компетенций на определенном уровне согласно учебным планам и рабочим программам вышеперечисленных направлений:

- ✓ способность разрабатывать программное обеспечение, включая проектирование, отладку, проверку работоспособности и модификацию программного обеспечения;
- ✓ способность понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности.

Освоение студентами этих компетенций предполагает использование при их обучении специальных пакетов прикладных программ, в которых имеется широкий спектр методов математического анализа и моделирования. Одним из таких пакетов является математический пакет Scilab с открытой лицензией, в котором для программирования используется свой язык высокого уровня.

Пакет Scilab имеет обширный набор инструментальных средств как для выполнения математических расчетов и анализа, так и для моделирования различных типов систем. В Scilab моделируются

электрические и механические системы, а также системы управления и множество других систем. Кроме того, в качестве помощи для пользователей, данный пакет сопровождается обширной интерактивной документацией, содержащей подробные справки с примерами по всем применяемым модулям и функциям.

Состав пакета Scilab с открытой лицензией практически аналогичен составу коммерческого пакета Matlab, но для освоения пакета Scilab и использования интерактивной документации знание Matlab не обязательно. Свободно распространяемую последнюю версию пакета вместе с полной документацией в формате .pdf можно получить по официальному адресу URL: <http://www.scilab.org/>

В базовой комплектации Scilab – это система компьютерной математики, которая предназначена для выполнения различных инженерных и научных вычислений, например таких как:

- решение нелинейных уравнений и систем;
- решение задач линейной алгебры;
- решение задач оптимизации;
- дифференцирование и интегрирование;
- обработка экспериментальных данных;
- решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Кроме того, Scilab предоставляет широкие возможности по созданию и редактированию различных видов графиков как плоских, так и объемных. Несмотря на то, что Scilab содержит достаточное количество встроенных команд, операторов и функций, отличительная ее черта – это гибкость. Пользователь может создать любую новую команду или функцию, а затем использовать ее в своих программах.

К тому же имеется возможность расширять функционал пакета Scilab через загрузку и установку новых модулей Atoms. Для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Системы искусственного интеллекта» требуются следующие дополнительные модули Atoms:

- ANN Toolbox (инструменты для работы с искусственными нейронными сетями);
- Scilab Neural Network Module (модуль нейронных сетей);
- Fuzzy Toolbox (инструменты нечеткой логики).

Пакет Scilab свободно распространяется вместе с исходными кодами, то есть его использование, копирование, изменение и дальнейшее распространение не предусматривает какие-либо ограничения. Этот пакет защищен специальной лицензией, основное отличие которой от стандартной GNU лицензии, по утверждению авторов, определяется стремлением избежать появления клонов.

Существуют версии Scilab как для платформ Linux, так и для Windows. Во многие платформы Linux пакет Scilab включен в стандартную поставку, например в Ubuntu, Red Hat и openSUSE. Исходные тексты, рабочая версия для Windows и документация доступны в локальной сети университета.

Пакет Scilab предусматривает интерфейс взаимодействия с прикладными программами. Например, имеется возможность использовать откомпилированные функции языков C и Fortran.

В данное учебное пособие, помимо дополнительной теории к основным лекциям, входит лабораторный цикл, содержащий 8 лабораторных работ по изучению как общих методов программирования в Scilab, так и функционала готовых модулей, использующих математические методы нечеткой логики, искусственных нейронных сетей и генетические алгоритмы.

Основное назначение пособия – обеспечение необходимой теорией лабораторного практикума дисциплины «Системы искусственного интеллекта» для студентов вышеперечисленных направлений, однако оно может быть полезным и для самостоятельной подготовки аспирантов и магистрантов, применяющих математические методы анализа и моделирования в своей работе.

Лабораторная работа 1. Модель представления знаний, семантическая модель представления знаний, фреймовая модель представления знаний, продукционная модель представления знаний Базы знаний

В математическом пакете Scilab все числовые данные рассматриваются в виде матриц. Вектор представляется как частный случай матрицы (матрица-строка или матрица-столбец). Тип результата вычисления определяется автоматически по виду выражения.

Идентификаторы должны обеспечивать хорошую информативность переменных, поэтому высота их букв имеет существенное значение. С этой целью рекомендуется для имен простых переменных выбирать строчные буквы, а для структурированных переменных (векторы и массивы) – прописные буквы.

Для записи векторов используются квадратные скобки, в которых записываются элементы вектора, разделенные запятыми (или пробелами). Например, вектор можно записать так: $V=[1,2,3]$.

Матрицы также записываются с помощью квадратных скобок, при этом считается, что матрица в качестве строк содержит компоненты векторов. Строки (вектора) разделяются между собой знаком точка с запятой (;). Пример записи матрицы: $V=[1,2,3; 4,5,6; 7,8,9]$.

Если данные, которые требуется записать в матричной форме в виде нескольких строк, не умещаются построчно, то каждую строку можно отобразить несколькими строками, используя разделитель в виде многоточия (не менее трех точек).

Значения известных математических констант задаются с помощью знака процента (%). Например, число π задается системной константой с именем %pi.

Для правильного вызова и использования встроенных функций рекомендуется чаще обращаться к «Справочной системе». В панели оглавления слева нужно выделить нужный раздел (на рис. 1.1 выделен раздел «Основные функции»), при этом в правой панели будет

отображаться список доступных функций и их назначение.

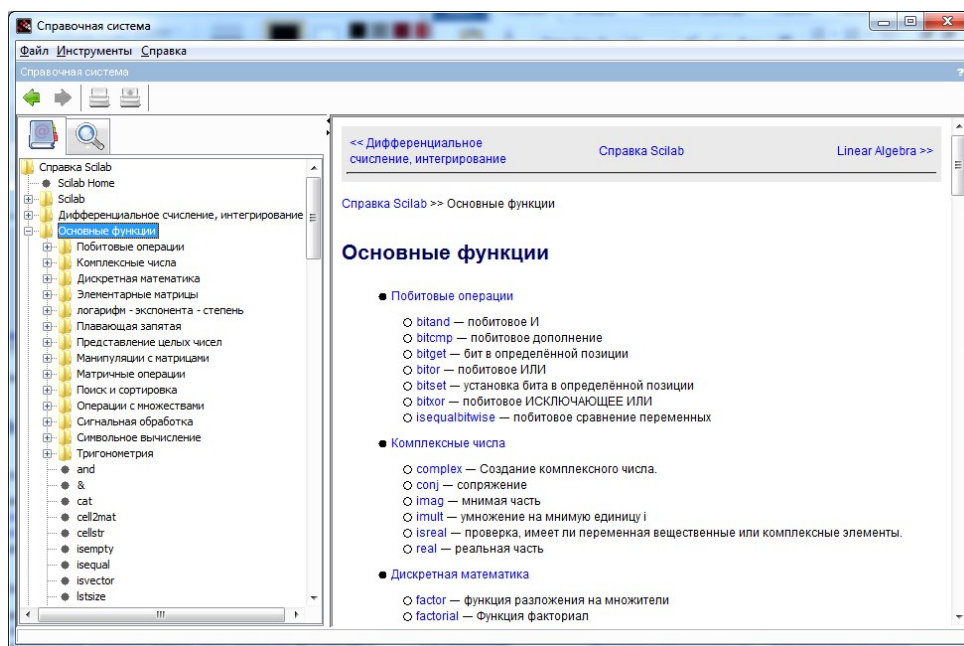
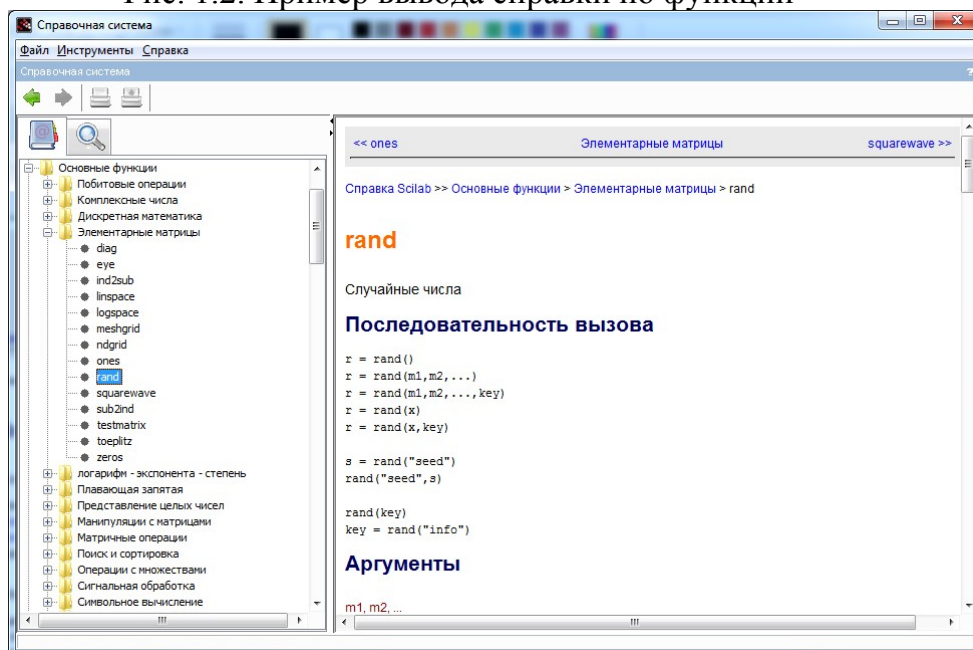


Рис. 1.1. Пример вывода содержания раздела

Для получения справки в правом окне нужно найти и щелкнуть по нужной функции. В правой панели отобразится ее описание с форматом обращения и примерами использования. На рис. 1.2 показано обращение к справке по функции случайных чисел **rand**.

Рис. 1.2. Пример вывода справки по функции



Работа в математическом пакете Scilab может осуществляться в

одном из двух возможных режимов:

- в командном окне, как с калькулятором (в этом случае каждое действие сразу же исполняется);
- в редакторе программ (в этом случае программа вводится как обычно, а исполняется по команде встроенного отладчика).

Когда выбрана работа в режиме калькулятора, то все выражения могут вводиться:

- в прямой форме, тогда после завершения ввода ответ будет выведен под встроенным системным именем **ans** (переменная с этим именем всегда хранит результат последнего вычисления);
- в форме оператора присвоения, когда переменной с выбранным именем присваивается значение выражения (ответ в этом случае выводится под именем этой переменной).

Если вычисляется значение переменной с выбранным именем по заданному выражению, то результат будет выводиться под именем этой переменной в следующей строке. Что касается векторов, то они выводятся в строке с пробелами, а матрицы выводятся построчно, причем каждая строка содержит вектор.

При работе в программном режиме результаты численных вычислений выводятся в командное окно строки, а построенные графики выводятся в отдельные окна. Командное окно вместе с окном редактора программ показаны на рис. 1.3.

Вывод результата можно заблокировать, если в конце строки ввода ввести знак точка с запятой (;). Значение переменной, которой результат присваивается, хранится в рабочей области.

При работе с массивами определены операторы почленного выполнения. В них перед символом операции вводится точка (.).

Символ присвоения – знак равенства (=). Равенство, как оператор отношения в условиях, вводится как двойное равенство (==).

На рис. 1.3 представлены совмещенные окна редактора программ и командное окно.

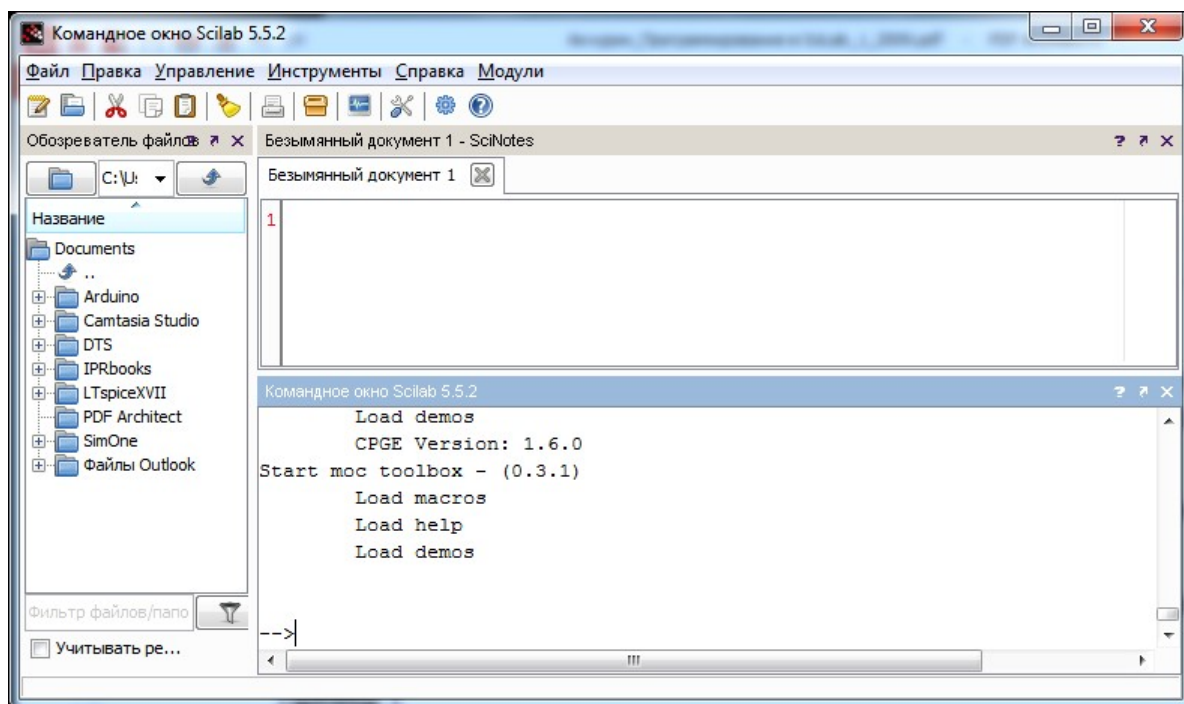














Рис. 1.3. Окно редактора программ и командное окно

Назначение кнопок панели инструментов в порядке слева направо:

-  – открывает редактор **SciNotes**
-  – открытие имеющегося файла
-  – вырезать фрагмент
-  – скопировать фрагмент
-  – вставить фрагмент
-  – очистка командного окна
-  – печать документа
-  – управление модулями **Atoms**
-  – моделирование в **Xcos**
-  – настройки Scilab
-  – демонстрационные примеры
-  – справочная система

Пункты главного меню

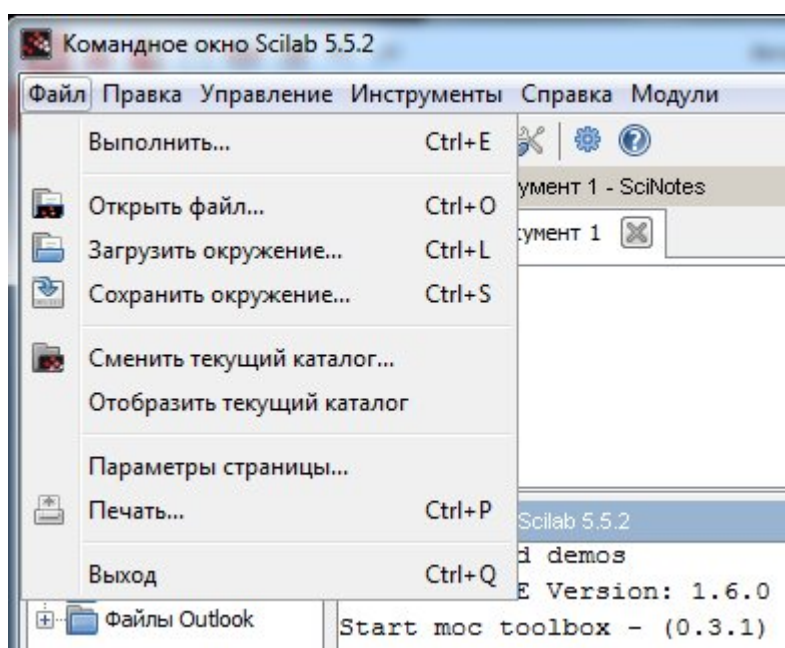


Рис. 1.4. Пункт «Файл»

В пункте «Файл» (рис. 1.4) имеются средства работы с файлами

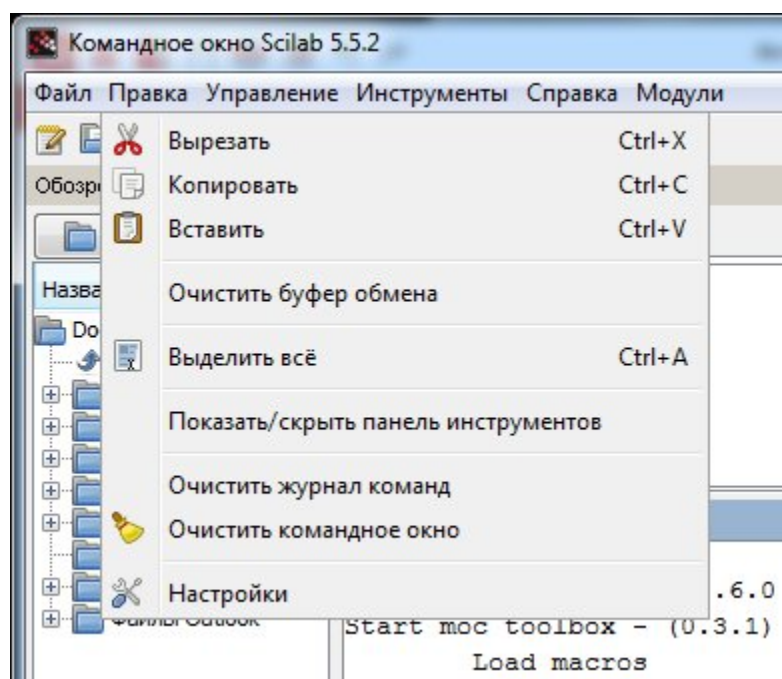


Рис. 1.5. Пункт «Правка»

В пункте «Правка» (рис. 1.5) определены стандартные средства редактирования программного кода.

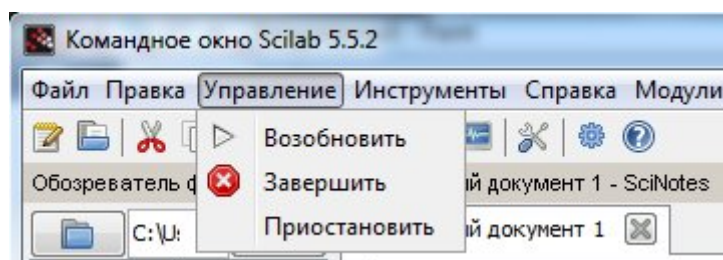


Рис. 1.6. Пункт «Управление»

В этом пункте (рис. 1.6) представлены основные средства управления программой.

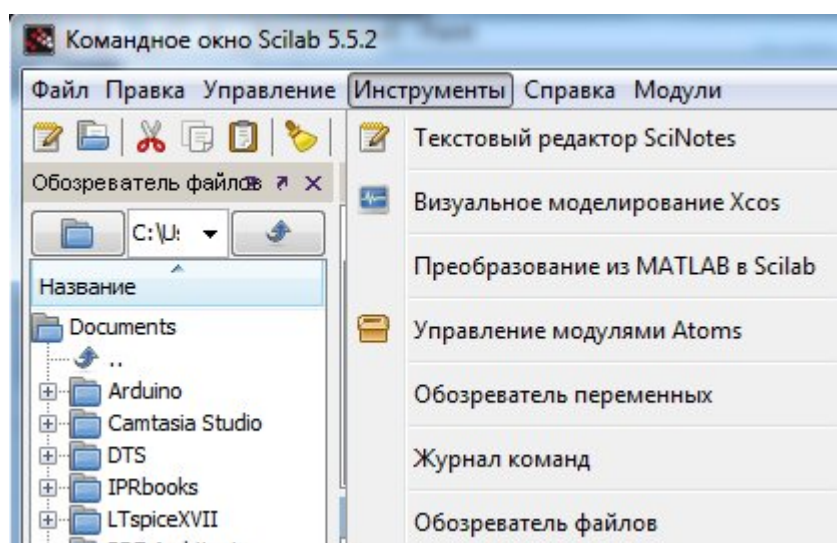


Рис. 1.7. Пункт «Инструменты»

Этот пункт (рис. 1.7) определяет инструментальные средства.

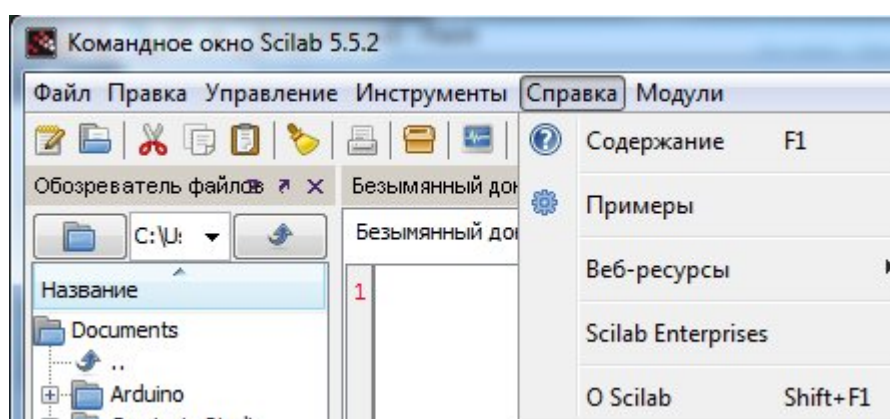


Рис. 1.8 Пункт «Справка»

В этом пункте (рис. 1.8) определена справочная информация, примеры и сведения о программе.

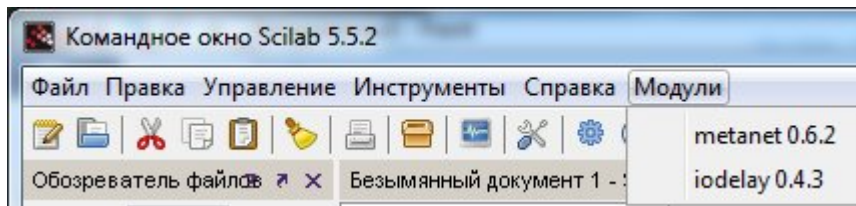



Рис. 1.9. Пункт «Модули»

Этот пункт (рис. 1.9) дает информацию о модулях.

Чтобы посмотреть демонстрационные примеры типовых программ Scilab через меню, нужно использовать команду «Справка => Примеры», либо нажать на кнопку  панели инструментов.

В этом случае откроются иерархически связанные окна выбора наглядных примеров работы программы Scilab.

На рис. 1.10 показан пример, в котором последовательно выбираются «Графика» => «2D и 3D графики» => «hist3d».

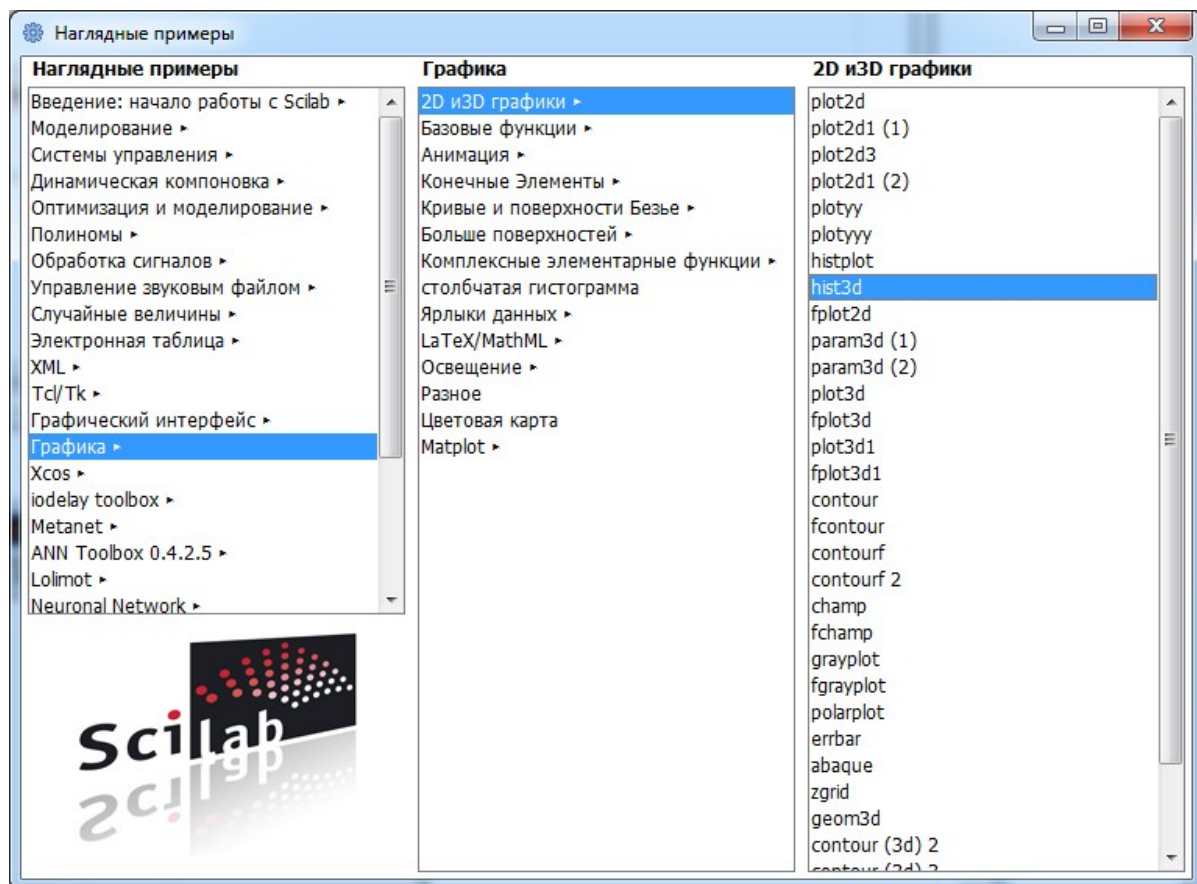


Рис. 1.10. Выбор примера построения графика

В результате этого выводится трехмерная гистограмма распределения, показанная на рис. 1.11.

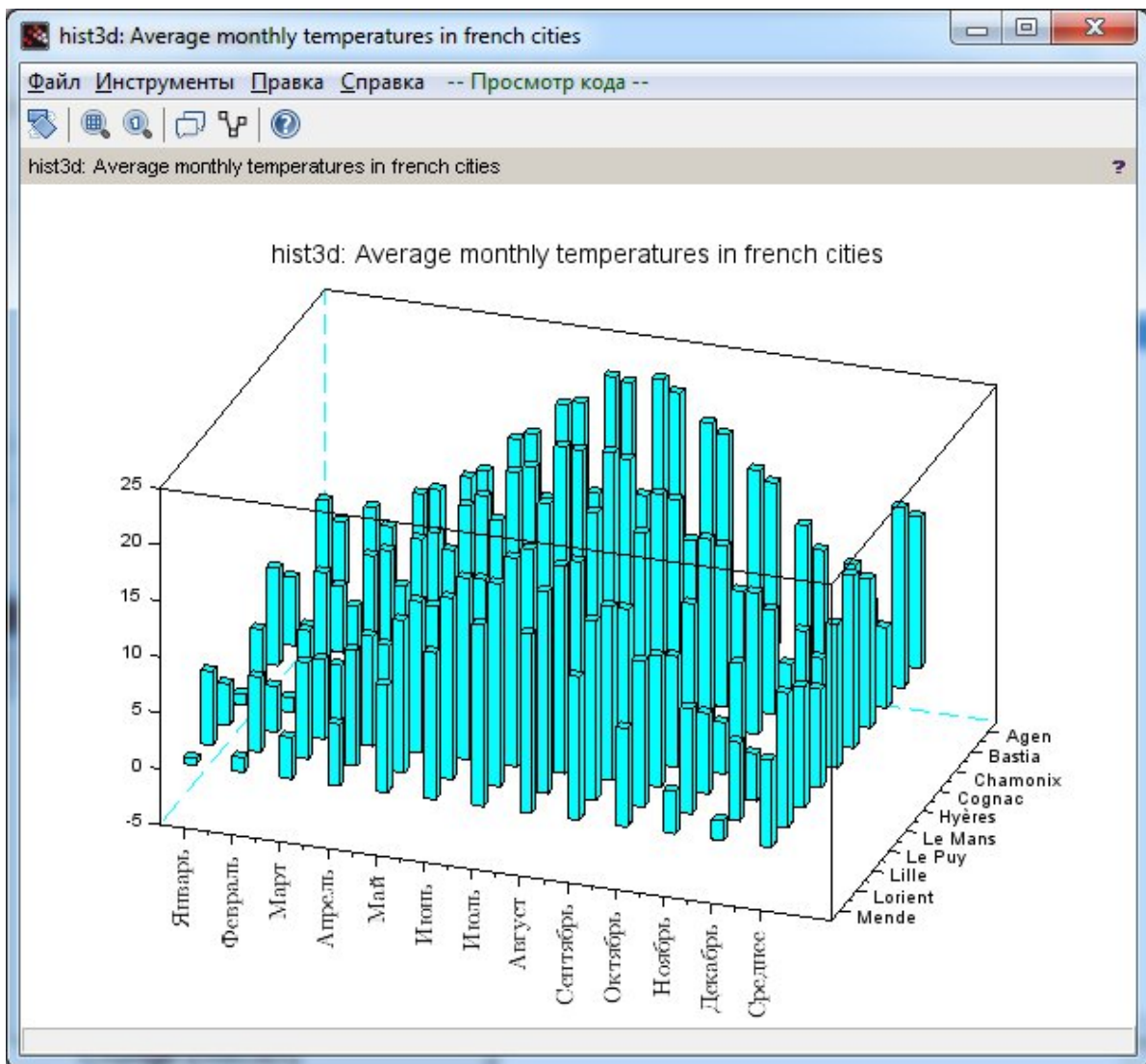


Рис. 1.11. Пример вывода трехмерной гистограммы распределения

Программирование сценариев в Scilab можно осуществлять как через командное окно, так и с помощью редактора Scipad. Второй вариант предпочтительнее, так как в редакторе содержится встроенный отладчик, облегчающий отладку сценариев.

В первой лабораторной работе даются навыки программирования вычисления двух функций. Результаты выводятся в виде двумерных графиков с использованием графических функций высокого уровня.

Задания к работе

Задание 1.

- В заголовке программы ввести текст в виде комментария, в котором отобразить свою фамилию с инициалами, группу, а также номер варианта, назначенный преподавателем.
- Ввести исходные данные своего варианта.
- Задать изменение аргумента функций.
- Вычислить значения функции 1 и 2 для значений аргумента в заданном интервале.
- Вывести графики обеих функций на одном графике в декартовых координатах (для графиков использовать разные типы линий).

Задание 2. Повторить задание 1, но графики функций вывести в двух подокнах в столбиковом формате.

Задание 3. Повторить задание 1, но графики вывести в 4-х подокнах (по 2 подокна на каждую функцию) с разными стилями линий (использовать функции plot2d, plot2d2, plot2d3, plot2d4).

Варианты заданий

№	Функция 1	Функция 2	a	b	h
1	$y = 2\sin(x)$	$z = \exp(x+4)/100 - 10$	-2π	2π	$\pi/10$
2	$y = \cos(x)$	$z = 0.1\exp(5 - x) - 6$	-2π	2π	$\pi/20$
3	$y = \sin(x) + 1$	$z = (1+x)^2$	-2π	2π	$\pi/10$
4	$y = (x^2 - 1)/10$	$z = 1+3\sin(x)$	-2π	2π	$\pi/20$
5	$y = (x^3 - 2)/100$	$z = 5\cos(x)$	-2π	2π	$\pi/10$
6	$y = x^2 - 100$	$z = 0.01\exp(-1.5x)$	-5	5	0.2
7	$y = 3\sin(x) - 2$	$z = 0.025x^3$	-6	6	0.3
8	$y = 4\cos(x) + 1$	$z = 0.05x^2$	-4	+4	0.1
9	$y = 0.2\exp(1 - x)$	$z = 2 - \sin(x)$	-2π	2π	$\pi/10$
10	$y = \cos(2x) - 1$	$z = (5+x)^2 - 20$	-5	5	0.1
11	$y = (3x^2 + 100)/10$	$z = \cos(3x) + 2$	-2π	2π	$\pi/10$
12	$y = \cos(4x) - 1$	$z = 0.5\exp(-3.5x)$	-6	6	0.2

Методические указания

Все пояснения в виде текста вводятся в программу как комментарий. Синтаксически комментарий начинается с символов //, которые располагается в первой позиции строки. Нужно помнить, что комментарий – это просто текст, и в него не включают символы операций.

Чтобы сформировать двумерный график в координатах XY, необходимо выполнить следующие операции:

- Задать аргумент в формате $x = \langle \text{начало} \rangle : \langle \text{шаг} \rangle : \langle \text{конец} \rangle$.
- Вычислить функцию, например, $y = f(x)$.

Далее осуществляют вывод графика, например, с помощью процедуры **plot(x,y,s)**. Эта процедура рисует график прямыми отрезками линий между вычисленными точками. Аргумент **s** – это строковая константа, задающая параметры линии (цвет, тип точки, тип линии). При ее отсутствии параметры линии выбираются по умолчанию. Определены следующие значения аргумента **s**:

Цвет линии		Тип точки		Тип линии	
y	желтый	.	точка	-	сплошная
m	фиолетовый	o	кружок	:	двойной пунктир
c	голубой	x	крест	-.	штрихпунктир
r	красный	+	плюс	--	штрих
g	зеленый	*	звездочка		
b	синий	s	квадрат		
w	белый	d	ромб		
k	черный	^	треугольник вверх		
		v	треугольник вниз		
		<	треугольник влево		
		>	треугольник вправо		

В случае необходимости отображения на одном графике несколько функций, например, $y_1=f(x)$ и $y_2=f(x)$, их вначале вычисляют, а затем выводят процедурой **plot(x,y1,'s1',x,y2,'s2'...)**. В качестве параметров для каждой функции следуют строки символов в произвольной последовательности, которые определяют тип линии, тип точки и цвет линии.

Чтобы создать в одном графическом окне несколько подокон, для вывода графиков используется процедура **subplot(m,n,p)**, где параметр **m** – число подокон в окне по горизонтали (число строк), параметр **n** – число подокон по вертикали (число столбцов), а **p** – номер подокна, используемого для дальнейшего вывода графика. Нумерация начинается с единицы слева-направо и сверху-вниз.

Для формирования графика в столбиковой форме (каждому вычисленному отсчету соответствует достаточно широкая вертикальная полоска) нужно использовать процедуру **bar(x,y)**. При выводе такого графика в коде программы должны быть задействованы функции **subplot(m,n,p)** и **bar(x,y)**.

Если нужно сформировать графики в форме с разными типами линий (сплошная, ступенчатая, вертикальные полоски, со стрелками), то нужно использовать функции **plot2d**, **plot2d2**, **plot2d3**, **plot2d4**.

Пример 1

Задание

- | | |
|---|-----------------|
| <input type="checkbox"/> Функция 1 | $y = 2*\sin(x)$ |
| <input type="checkbox"/> Функция 2 | $z = 0.02*x^3$ |
| <input type="checkbox"/> Начальное значение аргумента | $a = -8$ |
| <input type="checkbox"/> Конечное значение аргумента | $b = 8$ |
| <input type="checkbox"/> Шаг изменения аргумента | $h = 0.5$ |

Листинг программы

```
// Диапазон и шаг
a=-8; b=8; h=0.5;
// Задание аргумента
X=a:h:b;
// Расчет функций
Y=2*sin(X); Z=0.02*X.^3;
// Вывод с типами по умолчанию в окно 1
scf(1); plot(X,Y,X,Z); xgrid()
// Вывод с выбираемыми типами в окно 2
scf(2); plot(X,Y,'-gx',X,Z,':*r'); xgrid()
```

После запуска программы выводятся графики в отдельных окнах, как показано на рис. 1.12 и 1.13.

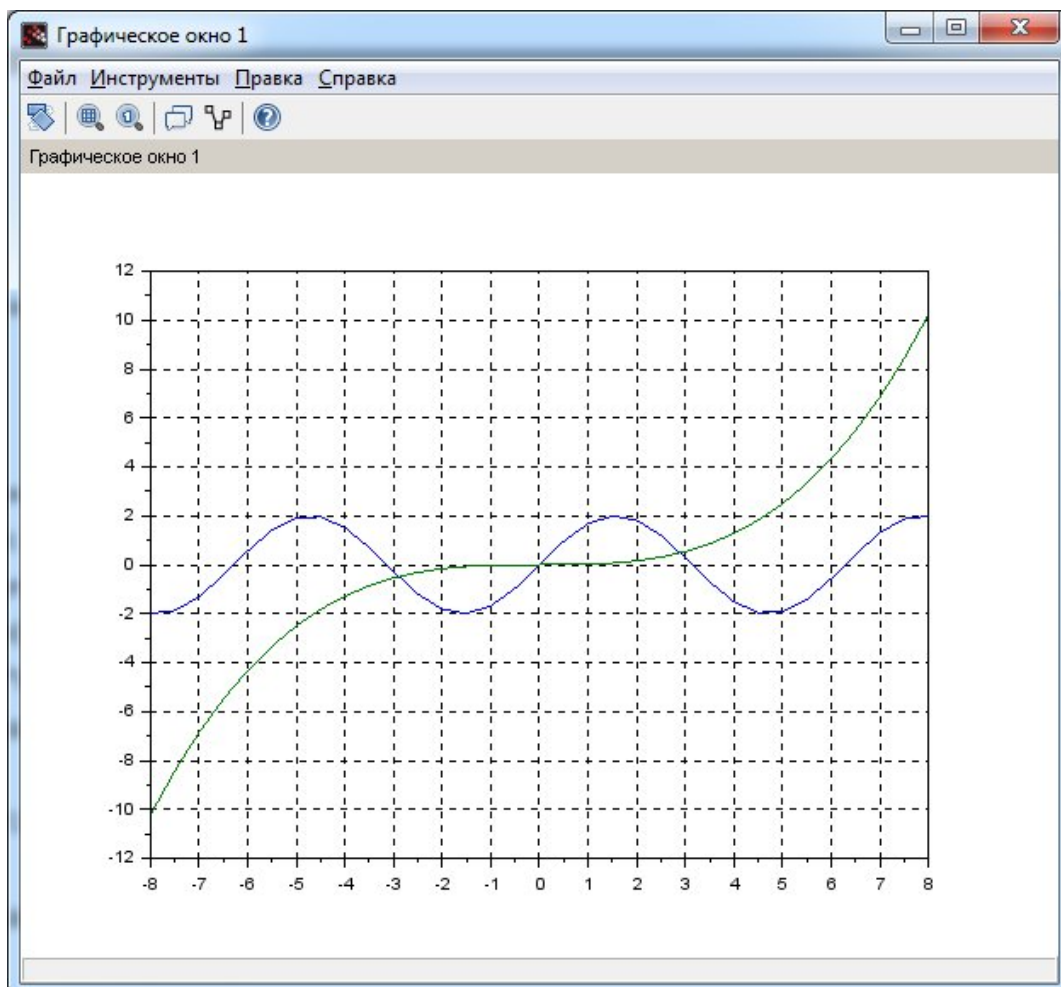


Рис. 1.12. Вывод графиков с одинаковым типом линий разного цвета

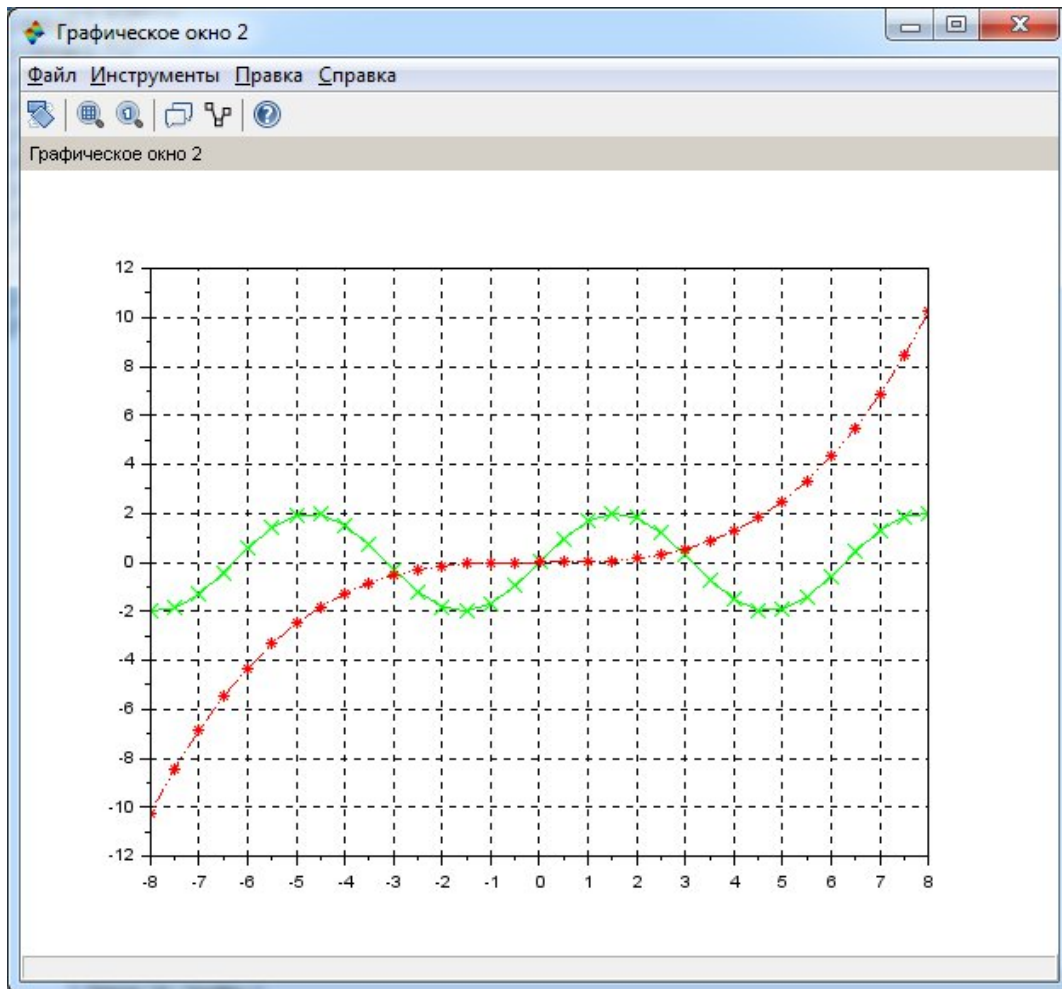


Рис. 1.13. Вывод графиков с разным типом линий и разного цвета

Пример 2

Листинг программы

```
// Подокна и функция bar
a=0;
b=20;
h=1;
// Задание аргумента
X=a:h:b;
// Расчет функций
Y=2*sin(X);
Z=0.02*X.^3;
// Вывод Y столбиками в подокно 1
subplot(2,1,1);
```

```

bar(X,Y);
// Включение координатной сетки
xgrid()
//Вывод Z столбиками в подокно 2
subplot(2,1,2);
bar(X,Z);
// Включение координатной сетки
xgrid()

```

После запуска программы выводятся графики в двух подокнах одного окна, как показано на рис. 1.14.

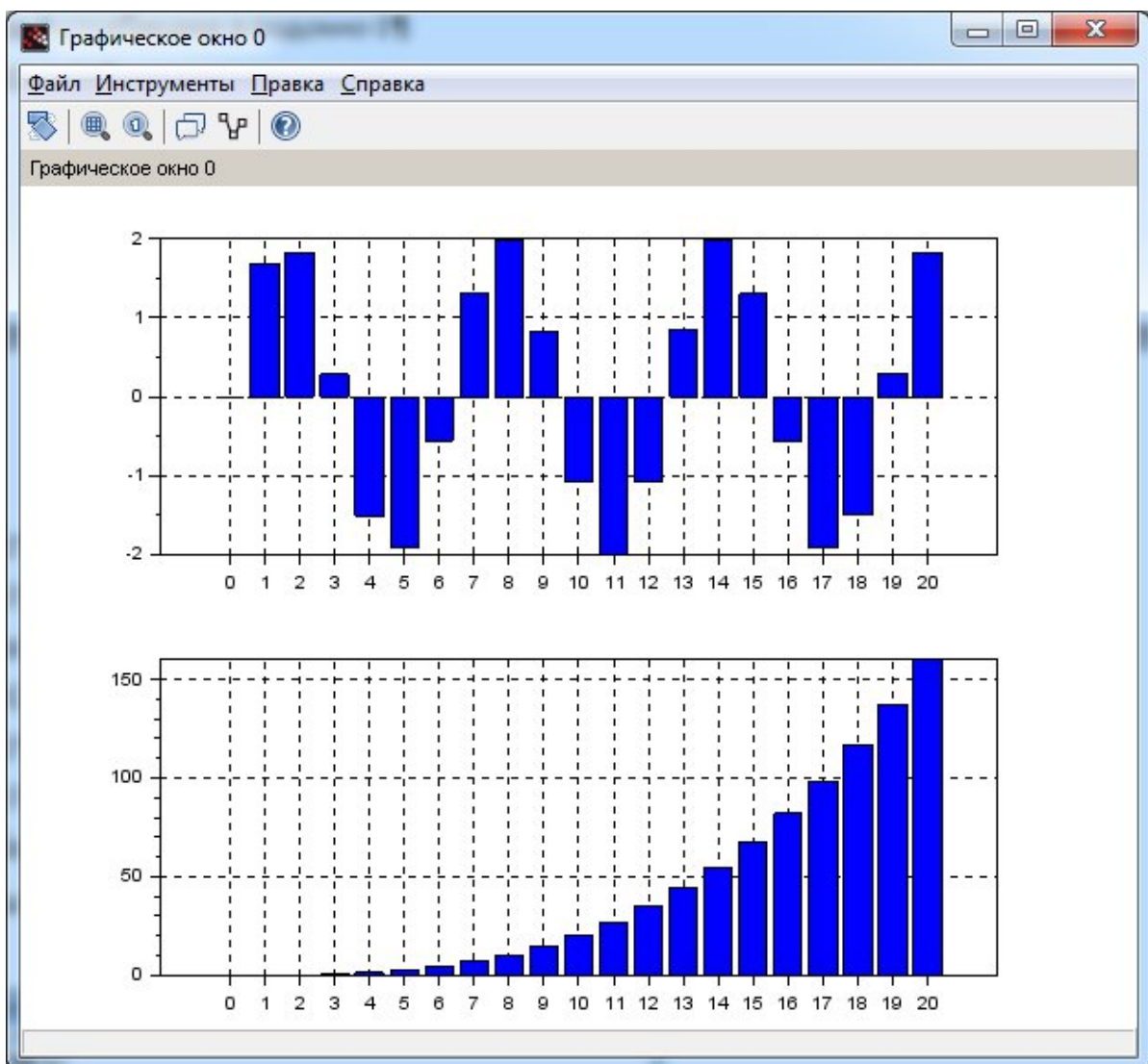


Рис. 1.14. Вывод графиков в двух подокнах одного окна

Пример 3

Листинг программы

```
// Подокна и функции со стилями линий
a=0;
b=20;
h=1;
// Задание аргумента
X=a:h:b;
// Расчет функций
Y=2*sin(X);
// Вывод Y в подокно 1
subplot(2,2,1);
plot2d(X,Y);
// Включить координатную сетку
xgrid()
// Вывод Y ступенькой в подокно 2
subplot(2,2,2);
plot2d2(X,Y);
//Включить координатную сетку
xgrid()
// Вывод Y вертикальными полосками в подокно 3
subplot(2,2,3);
plot2d3(X,Y);
// Включить координатную сетку
xgrid()
// Вывод Y со стрелками в подокно 4
subplot(2,2,4);
plot2d4(X,Y);
// Включить координатную сетку
xgrid()
```

После запуска программы выводятся графики в четырех подокнах одного окна, как показано на рис. 1.15.

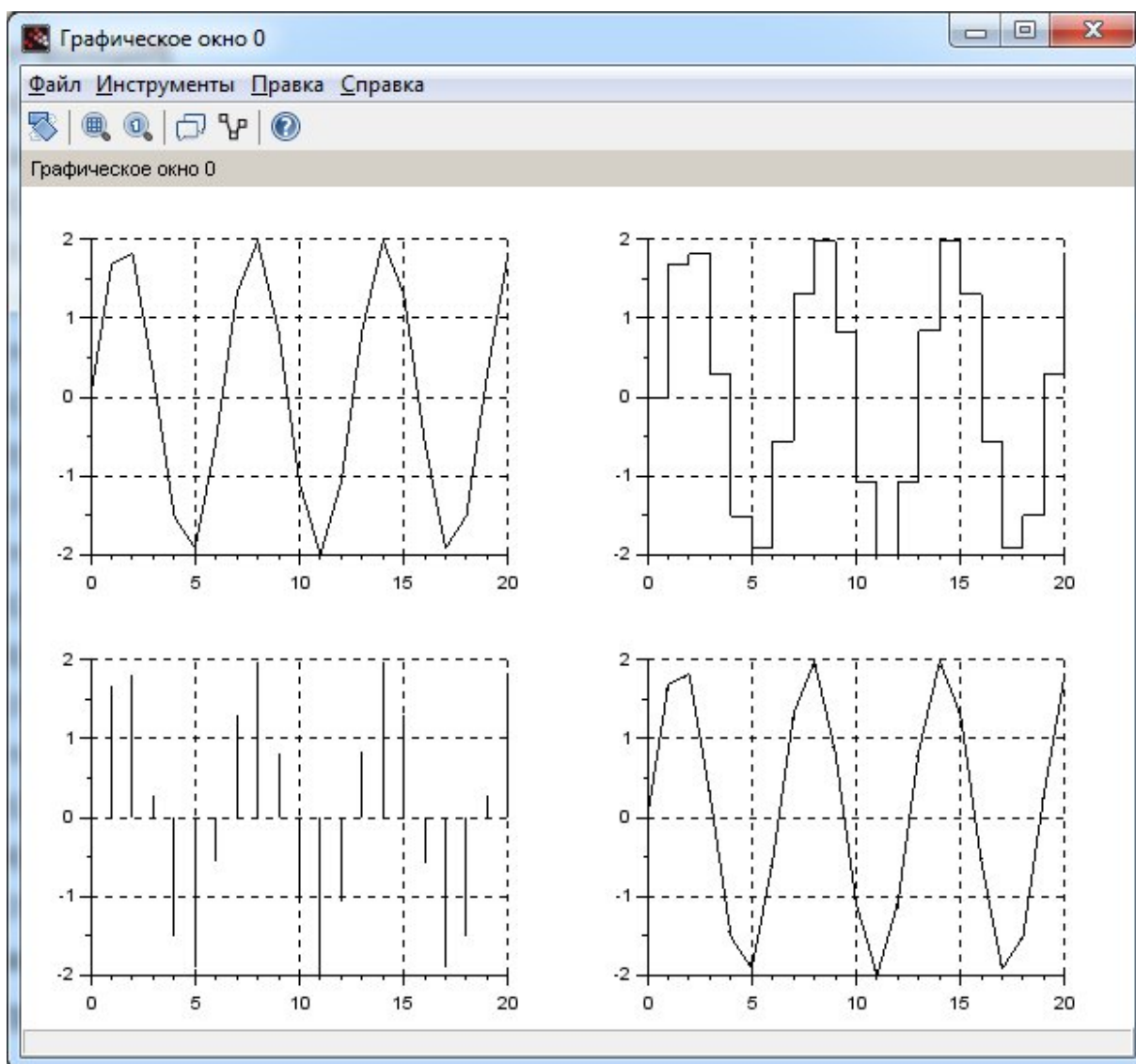


Рис. 1.15. Вывод графиков в двух подокнах одного окна

Контрольные вопросы

1. Структура окна редактора Scilab.
2. Правила ввода команд.
3. Правила ввода функций и операндов.
4. Правила ввода выражений.
5. Организация циклов.
6. Правила ввода комментариев.
7. Правила просмотра результатов операций.
8. Правила создания двумерных графиков.
9. Запуск и отладка программ.

При программировании сценариев в данной лабораторной работе используется редактор Scipad, как и в первой работе. С помощью редактора формируется файл программы, в заголовке которого в виде комментария отображается фамилия с инициалами, группа, а также номер варианта, назначенный преподавателем.

Эта лабораторная работа состоит из двух частей, каждая из которых имеет свою таблицу вариантов. Соответственно, в первой части рассматриваются два задания, посвященные пространственным кривым, а во второй части рассматриваются два задания, посвященные построению поверхностей.

Часть первая. Вначале рассмотрим процесс программирования вычислений функций, необходимых для построения пространственных кривых. Предполагаем, что результаты вычислений должны выводиться в виде трехмерных графиков с использованием графических функций высокого уровня **param3d** и **param3d1**.

Формирование заданий. По первой части работы предусмотрены два задания, в каждом из которых вычисляется функции, описывающие пространственные кривые, и строятся объемные графики с использованием различных графических функций. В первом задании рисуется одна кривая, а во втором задании две кривые.

Для формирования пространственных кривых необходимо:

- задать число точек по координатам X и Y ;
- вычислить элементы векторов координат X , Y ;
- создать графическое окно и вывести график выбранного типа.

Задания к работе

Задание 1. Функции пространственных кривых (функция **param3d**).

- Ввести исходные данные варианта.
- Вычислить координаты пространственной кривой.
- Вывести эту кривую в виде трехмерного графика.

Задание 2. Функции пространственных кривых (функция **param3d1**).

- Ввести исходные данные варианта.
- Вычислить координаты двух пространственных кривых.
- Вывести обе кривые в виде трехмерного графика.

В таблице ниже задаются две функции для расчета пространственных координат X, Y. Для выполнения задания 1 нужно использовать только одну первую функцию.

Варианты заданий по первой части

№	X	Y	t
1	$\sin(t), \sin(2t)$	$\cos(t), \cos(2t)$	$0:0.1:5*\%pi$
2	$\sin(1.5t), \sin(2t)$	$\cos(1.5t), \cos(2t)$	$0:0.1:4*\%pi$
3	$\sin(2t), \sin(3t)$	$\cos(2t), \cos(3t)$	$0:0.1:3*\%pi$
4	$\sin(2.5t), \sin(4t)$	$\cos(2.5t), \cos(4t)$	$0:0.1:2*\%pi$
5	$\sin(t), \sin(2t)$	$\cos(t), \cos(2t)$	$0:0.1:5.5*\%pi$
6	$\sin(1.5t), \sin(2t)$	$\cos(1.5t), \cos(2t)$	$0:0.1:4.5*\%pi$
7	$\sin(2t), \sin(3t)$	$\cos(2t), \cos(3t)$	$0:0.1:3.5*\%pi$
8	$\sin(2.5t), \sin(4t)$	$\cos(2.5t), \cos(4t)$	$0:0.1:2.5*\%pi$
9	$\sin(t), \sin(2t)$	$\cos(t), \cos(2t)$	$0:0.1:6.5*\%pi$
10	$\sin(1.5t), \sin(2t)$	$\cos(1.5t), \cos(2t)$	$0:0.1:5.5*\%pi$
11	$\sin(2t), \sin(3t)$	$\cos(2t), \cos(3t)$	$0:0.1:4.5*\%pi$
12	$\sin(2.5t), \sin(4t)$	$\cos(2.5t), \cos(4t)$	$0:0.1:3.5*\%pi$

Пример 1

Кривая 1: $x=\sin(t), y=\cos(t)$,

Используется функция **param3d**.

```
// Функция param3d, пространственная кривая  
t=0:0.1:4*%pi;  
param3d(sin(t),cos(t),t/10,35,45,"X@Y@Z",[2,3])  
e=gce() // обработчик 3D полилинии  
e.foreground=color('red');  
a=gca(); // обработчик осей  
a.rotation_angles=[35 90];
```

Описание аргументов функции **param3d** имеется в справочной системе. Однако для более глубокого понимания их назначения рекомендуется с ними поэкспериментировать.

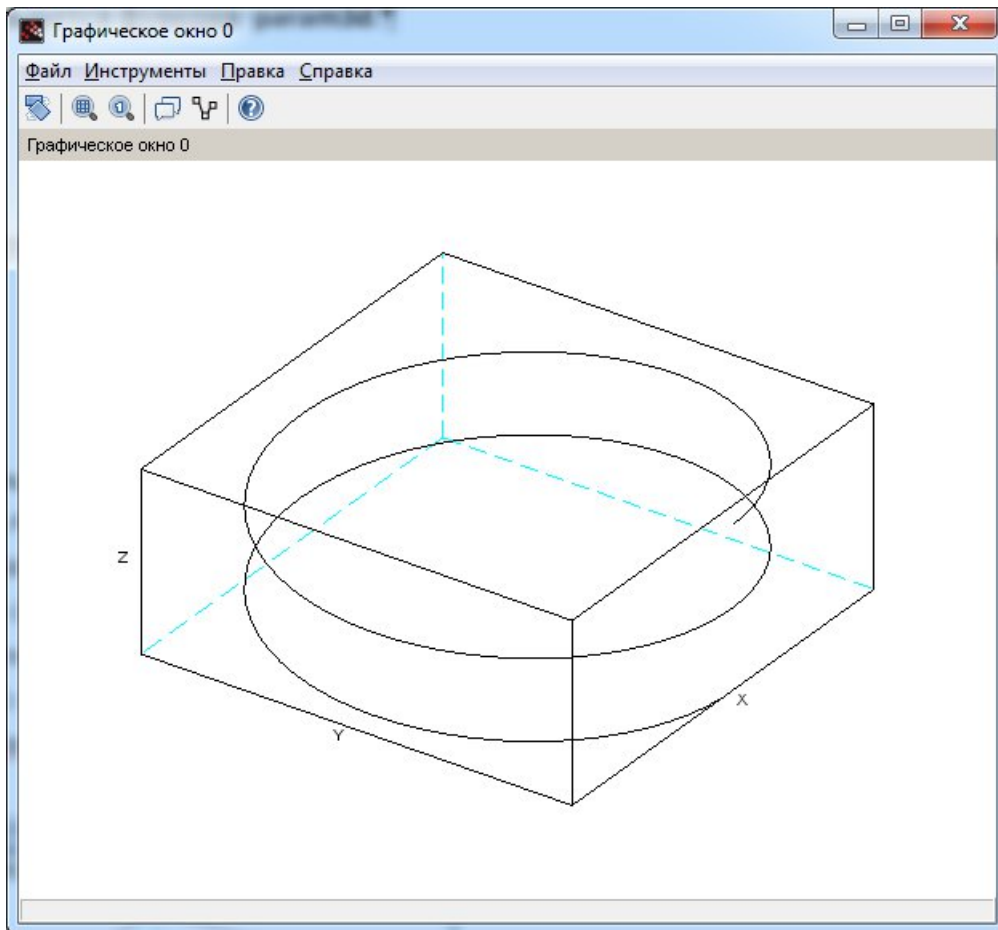


Рис. 1.16. Вывод кривой с параметрами по умолчанию (без последних 4-х строк)

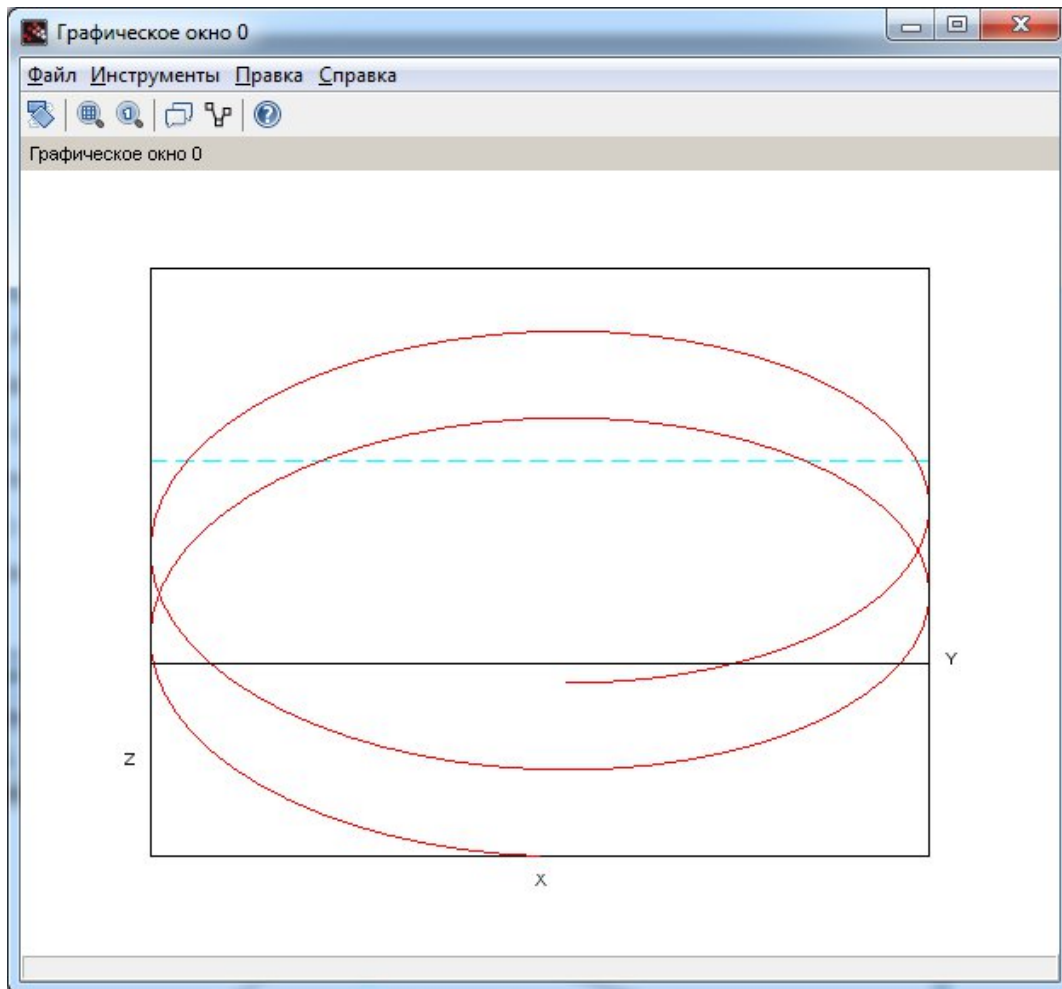


Рис. 1.17. Вывод пространственной кривой по полному листингу

Например, из анализа полного листинга и рис. 1.17 можно сделать некоторые полезные выводы о назначении двух угловых параметров **theta** и **alpha**.

Изменение параметра **alpha** до 90 градусов приводит к ориентации плоскости YZ перпендикулярно плоскости экрана. Значит **alpha** отвечает за поворот угла обзора в горизонтальной плоскости относительно оси Z . Аналогичный эксперимент с угловым параметром **theta** приводит к выводу, что этот параметр отвечает за поворот угла обзора в вертикальной плоскости относительно плоскости XY .

Пример 2

Кривая 1: $\sin(t)$, $\cos(t)$. Кривая 2: $\sin(2*t)$, $\cos(2*t)$.

Если используется функция **param3d1**, то это позволяет нарисовать сразу несколько пространственных кривых.

Листинг программы

```
// Функция param3d1, пространственные кривые
t=[0:0.1:5*%pi]';
param3d1([sin(t),sin(2*t)],[cos(t),cos(2*t)],...
list([t/10,sin(t)],[3,2]),35,45,"X@Y@Z",[2,3])
```

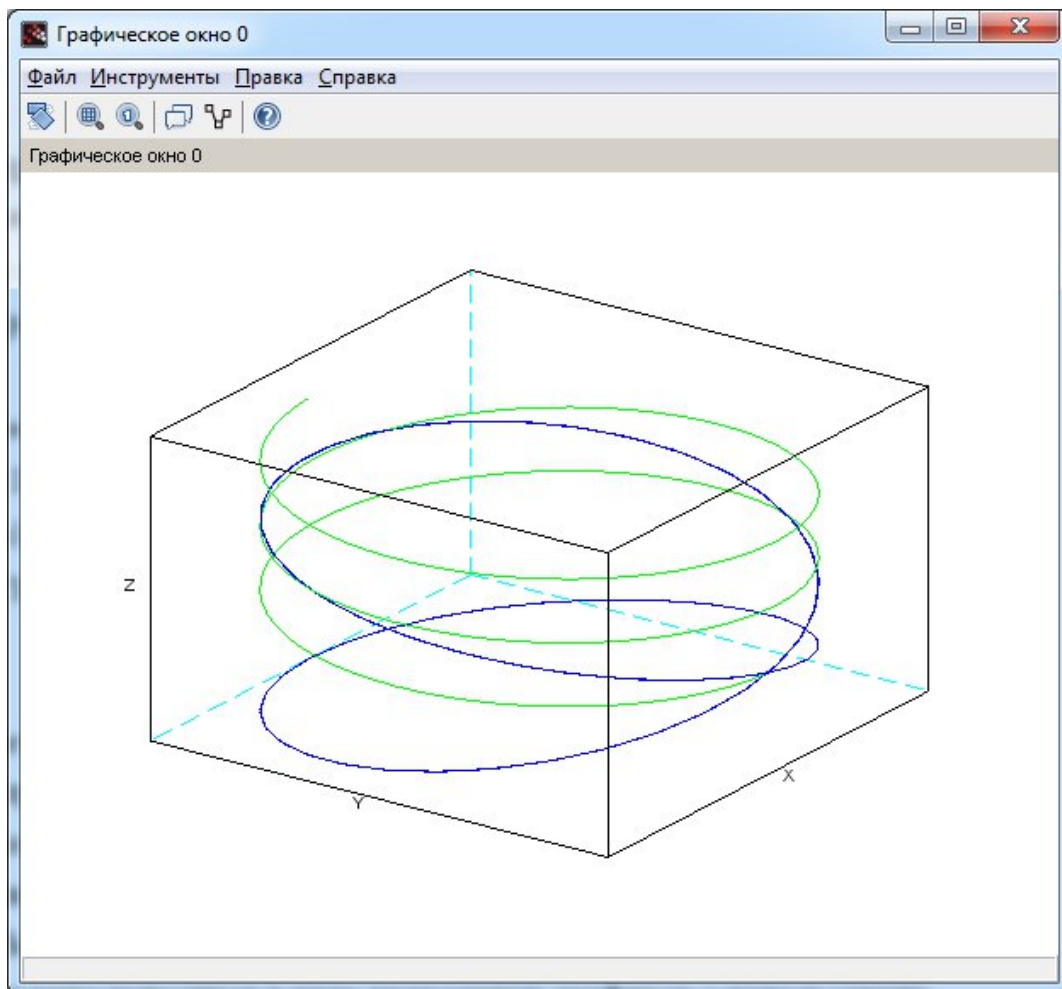


Рис. 1.18. Вывод двух пространственных кривых

Часть вторая. Во второй части работы программируются вычисления функций для поверхностей. При этом предполагается, что все результаты вычислений должны выводиться в виде трехмерных графиков с использованием графических функций высокого уровня, таких как **plot3d**, **mesh**, **surf** и **contour**.

Формирование заданий. Во второй части работы предусмотрены также два задания, в каждом из которых вычисляется двумерная функция, описывающая объемную фигуру, и строятся поверхностные и контурные графики с использованием перечисленных графических функций. В первом задании каждый график выводится в отдельное окно, а во втором задании в подокна одного общего окна.

Поверхностный и контурный графики. Для формирования поверхностного или контурного графика необходимо:

- задать число точек по координатам X и Y ;
- создать вложенные циклы по X и Y с вычислением функции $Z=f(X,Y)$;
- ввести номер графического окна и вывести в него график выбранного типа.

Следует использовать графики:

- трехмерный с аксонометрией, функция **plot3(X,Y,Z)**;
- трехмерный с функциональной окраской, функция **mesh(X,Y,Z)**;
- трехмерный с функциональной окраской и проекцией, функция **surf(X,Y,Z)**;
- контурный, функция **contour(X,Y,Z)**.

Задание 1. Трехмерная графика (функции **plot3d**, **mesh**, **surf**, **contour**).

- Ввести исходные данные.
- Вычислить функцию.
- Вывести функцию в виде трехмерных графиков разного типа.

Задание 2. Повторить задание 1 с отображением графиков в подокнах.

Варианты заданий по второй части

№	Функция	Пределы изменения	
		x	y
1	$z=\sin(x)\cos(y)$	от -6 до 6	от -6 до 6
2	$z=\sin(x/2)\cos(y)$	от -2π до 2π	от -2π до 2π
3	$z=\sin(2x)\cos(y)$	от -6 до 6	от -6 до 6
4	$z = \sin(x)\cos(y/2)$	от -2π до 2π	от -2π до 2π
5	$z = \sin(x/2)\cos(2y)$	от -6 до 6	от -6 до 6
6	$z = \sin(2x)\cos(2y)$	от -2π до 2π	от -2π до 2π
7	$z = (1+\sin(x)/x)(\sin(y)/y)$	от -6 до 6	от -6 до 6
8	$z = (\sin(x)/x)\cos(y)$	от -2π до 2π	от -2π до 2π
9	$z = \sin(2x)\cos(y/3)$	от -6 до 6	от -6 до 6
10	$z = \sin(x/2)\cos(4y)$	от -2π до 2π	от -2π до 2π
11	$z = \sin(3x)\cos(2y)$	от -6 до 6	от -6 до 6
12	$z = (2+\sin(x)/x)(\sin(y)/y)$	от -2π до 2π	от -2π до 2π

Пример 1

Функция $\frac{x}{x} \frac{y}{y}$

Диапазон аргументов -2π...2π

Листинг программы

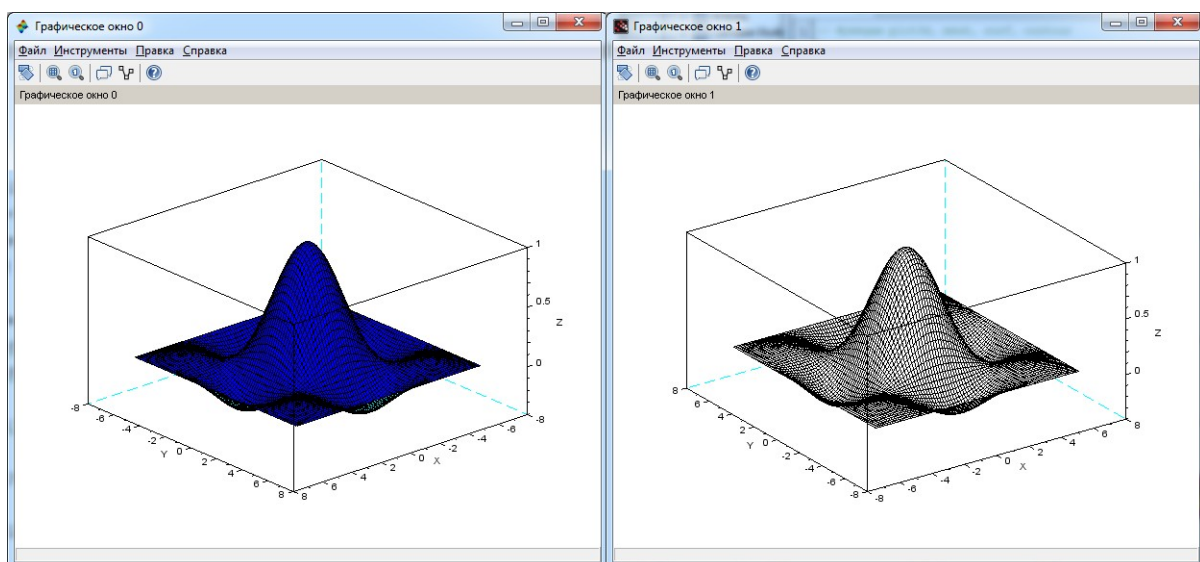
```
// Функции plot3d, mesh, surf, contour
N=40;
h=%pi/20;
// Расчет матрицы
for n=1:2*N+1
    if n==N+1
        A(n)=1;
    else A(n)=sin(h*(n-N-1))/(h*(n-N-1));
    end;
```

```

end;
for n=1:2*N+1
    for m=1:2*N+1
        Z(n,m)=A(n)*A(m);
    end;
end;
// Задание площадки
X=-N*h:h:N*h;
Y=-N*h:h:N*h;
scf();
plot3d(X,Y,Z*100);// Окно 1. 3d график с монотонной окраской
scf();
mesh(X,Y,Z);// Окно 2. 3d график, каркас
scf();
surf(X,Y,Z);// Окно 3. 3d график с функциональной окраской
scf();
contour(X,Y,Z,3);// Окно 4. 3d график, контуры

```

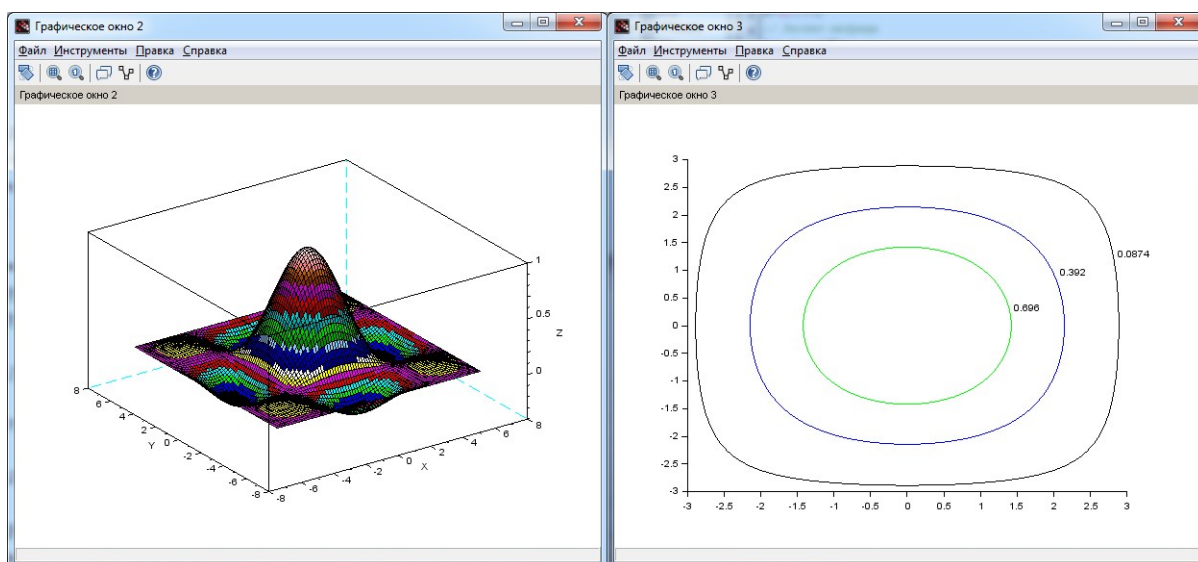
После запуска программы получаем результат (рис. 1.19) в виде графиков, которые представлены в отдельных окнах.



а)

б)

Рис. 1.19. Вывод 3D графиков: а) с монотонной окраской; б) каркас



а)

б)

Рис. 1.20. Вывод 3D графиков: а) с функциональной окраской; б) контуры

Пример 2

Листинг программы

// Функции plot3d, mesh, surf, contour. Используются подокна.

N=40;

h=%pi/20;

// Расчет матрицы

for n=1:2*N+1

 if n==N+1

 A(n)=1;

 else A(n)=sin(h*(n-N-1))/(h*(n-N-1));

 end;

end;

for n=1:2*N+1

 for m=1:2*N+1

 Z(n,m)=A(n)*A(m);

 end;

end;

// Задание площадки

X=-N*h:h:N*h;

Y=-N*h:h:N*h;

```

subplot(2,2,1); // Подокно 1. 3d график с монотонной окраской
plot3d(X,Y,Z*100);
subplot(2,2,2); // Подокно 2. 3d график, каркас
mesh(X,Y,Z);
subplot(2,2,3); // Подокно 3. 3d график с функциональной окраской
surf(X,Y,Z);
subplot(2,2,4); // Подокно 4. 3d график, контуры
contour(X,Y,Z,3);

```

После запуска программы получаем результат (рис. 1.21), в котором графики отображены в отдельных подокнах одного общего окна.

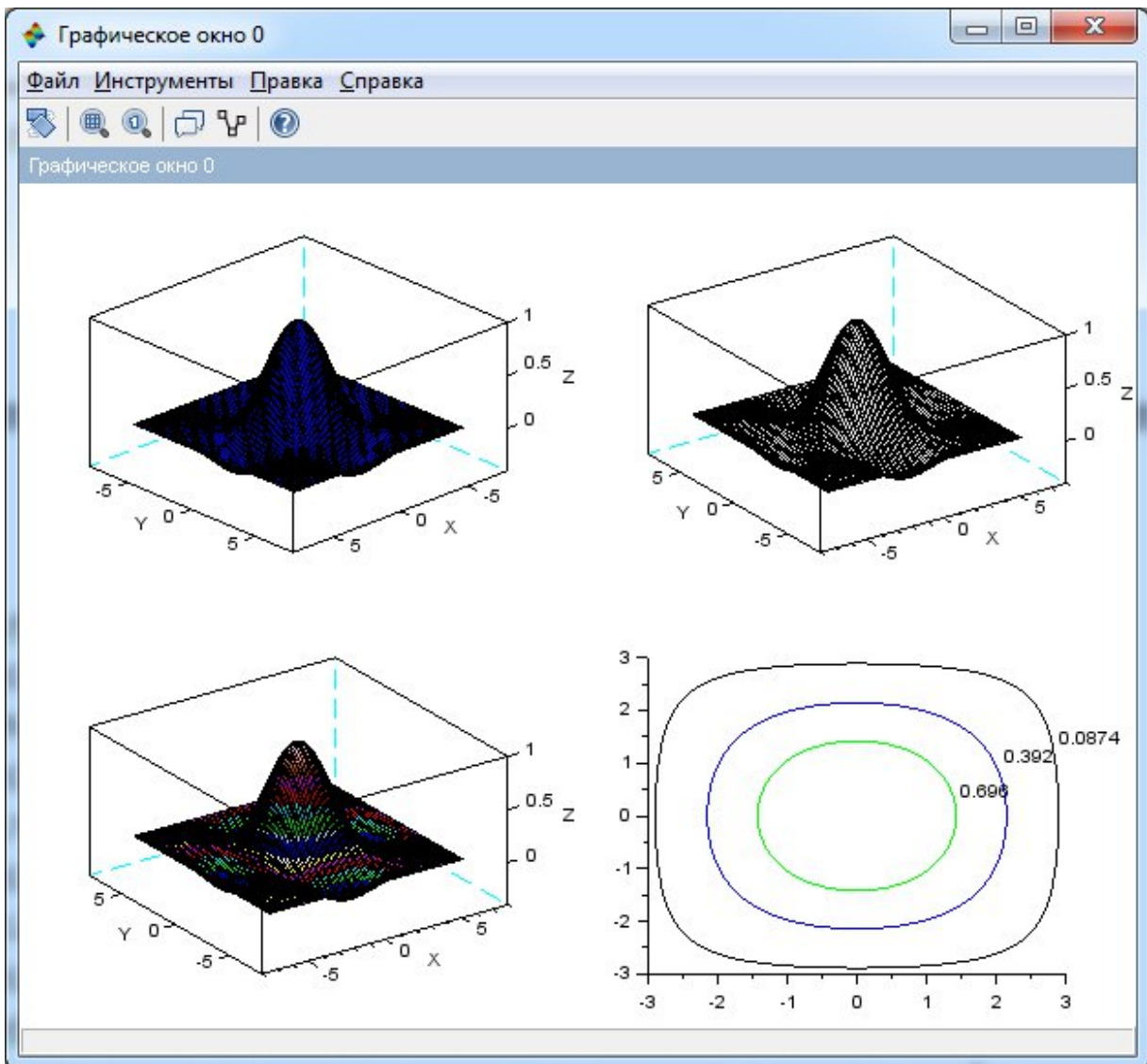


Рис. 1.21. Вывод 3D графиков в подокнах общего окна

Контрольные вопросы

1. Организация вложенных циклов.
2. Правила задания многомерных функций.
3. Связь двумерной функции с матрицей для вывода графиков.
4. Трехмерная графика в аксонометрии.
5. Функция `param3d`.
6. Функция `param3d1`.
7. Правила задания многомерных функций.
8. Связь двумерной функции с матрицей для вывода графиков.
9. Трехмерная графика в аксонометрии.
10. Трехмерная графика с функциональной раскраской.
11. Контурная графика.

Решение системы из N линейных уравнений в Scilab производится с использованием матричного деления. Результат решения системы линейных уравнений выводится в командное окно. Числа представляются в формате с плавающей запятой.

Задание 1. Решение системы линейных уравнений.

- Создать программу решения системы из N линейных уравнений в редакторе Scipad.
- Задать матрицу A постоянных коэффициентов системы линейных уравнений. Элементы матрицы A определяются умножением матрицы A примера 1 на номер варианта, заданный преподавателем. Постоянные коэффициенты размещаются по столбцам матрицы. Число строк в матрице равно N .
- Задать вектор правой части B размером N .
- Найти результат по формуле $X=B/A$.
- Проверить ответ по формуле $B1=X*A$. В результате проверки должно получиться $B1=B$.

Пример 1

Листинг программы

```
// Решение системы линейных уравнений
// Матрица коэффициентов
A=[1,4;2,3]
// Вектор правой части
V=[10,20]
// Решение
X=V/A
// Проверка
V1=X*A
```

```
-->// Решение системы линейных уравнений
-->// Матрица коэффициентов
-->A=[1,4;2,3]
A =
    1.    4.
    2.    3.
-->// Вектор правой части
-->V=[10,20]
V =
    10.   20.
-->// Решение
-->X=V/A
X =
    2.    4.
-->// Проверка
-->V1=X*A
V1 =
    10.   20.
```

Рис. 1.22. Вывод результатов решения системы линейных уравнений

Решение нелинейного уравнения вида $f(x)=0$ в Scilab можно реализовать с помощью функции **fsolve**. Метод решения основан на поиске корня в окрестности предполагаемого его значения x_0 . Для его определения проводится локализация решений по предварительно построенному графику $f(x)$. Результаты решения могут выводиться как в командное окно, так и в строку заголовка графика.

Задание 2. Решение нелинейного уравнения.

- Создать программу решения нелинейного уравнений в редакторе Scipad.
- В программе определить функцию $f_1(x)$.
- Вывести $y_1=f_1(x)$ в виде XY графика и по нему определить приближенно корни уравнения $y_1(x)=0$. Если корни на графике не просматриваются, то необходимо подобрать пределы изменения аргумента и повторить операции.
- Для каждого корня найти точное значение, используя функцию **fsolve**. Перед расчетами задать приближенное значение корня x_0 .
- Сформировать строку с результатами и вывести ее в заголовок окна графика.

Задание 3. Решение системы из двух нелинейных уравнений.

- Создать программу решения нелинейных уравнений в редакторе Scipad.
- В программе определить функции $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)=f_2(x)-f_1(x)$.
- Вывести $y_3=f_3(x)$ в виде XY графика. По нему определить приближенно корни уравнения $y_3(x)=0$. Если корни на графике не просматриваются, то изменить пределы изменения аргумента и повторить операции.
- Для каждого корня найти точное значение, используя функцию **fsolve**. Перед расчетами задать приближенное значение корня x_0 .
- Сформировать строку с результатами и вывести ее в заголовок окна графика.

Варианты для заданий 2 и 3

№	f1(x) - полином 3-й степени с коэффициентами a				f2(x)
	a3	a2	a1	a0	
1	0	-1	3	-2	$0.1\exp(x) - 80$
2	0	4	-2	-5	$20 \cos(x) $
3	0	2	4	-1	$10\ln(x + 2.5)$
4	0	9	-8	-70	$40 \sin(x) $
5	0	-4	4	50	$30\cos(x)$
6	0.1	-5	3	40	$2\exp(0.01*x) - 50$
7	0.2	-3	2	30	$10\sin(4x)$
8	0.3	-2	1	50	$\exp(x)\sin(4x)$
9	0.4	6	-7	-70	$90 \sin(x) $
10	0.5	-2	4	50	$50\cos(x)$
11	0.1	-7	8	40	$10\exp(0.1*x) - 90$
12	0.2	-5	5	30	$20\sin(3x)$

При решении нелинейного уравнения задания 2 оно формируется из таблицы вариантов как $f1(x)=0$. При решении системы из двух нелинейных уравнений задания 3 из таблицы вариантов формируется уравнение $f3(x) = f1(x) - f2(x) = 0$.

Локализация корней. Уравнение или система уравнений может иметь несколько корней, каждый из которых ищется отдельно. При этом для каждого корня необходимо задавать диапазон аргумента, в котором расположен именно этот корень.

Это осуществляется с помощью локализации корня. Для этого нужно вычислить значения функций в заданном интервале, а затем построить их графики. Начальное значение для решения одного уравнения – точка пересечения графиком функции оси X. График выво-

дится процедурой, в которой аргументы – переменная x и анализируемая функция. Рекомендуется включать координатную сетку:

```
plot(x,f1(x)); xgrid();
```

Начальное значение для решения системы из двух уравнений – это точка взаимного пересечения графиков этих функций. Графики выводятся процедурой, в которой для каждого графика следует группа параметров:

```
plot(x,f(x),x,f2(x)); xgrid();
```

Функция **fsolve**. Эта функция используется для нахождения корня нелинейного уравнения по его приближенному значению, и она имеет следующий формат записи: **<имя результата>=fsolve(x0, f1)**

Пример 1

Листинг программы

```
// Решение нелинейного уравнения
function y1=f1(x); // Функция f1
y1=x+3*(x-1)^2-2;
endfunction
x=0:0.1:2;
plot(x,f1(x)); xgrid; // Графики
x0=0.2;
x1=fsolve(x0,f1) // Корень 1
x0=1.4;
x2=fsolve(x0,f1) // Корень 2
rezult='x1 = '+string(x1)+' x2 = '+string(x2);
title(rezult);
```

В этой программе осуществляется поиск двух корней нелинейного уравнения. Приближенные значения корней 0.2 и 1.4 определены по предварительно построенному графику нелинейной функции. Точные значения корней выводятся в окне графика функции.

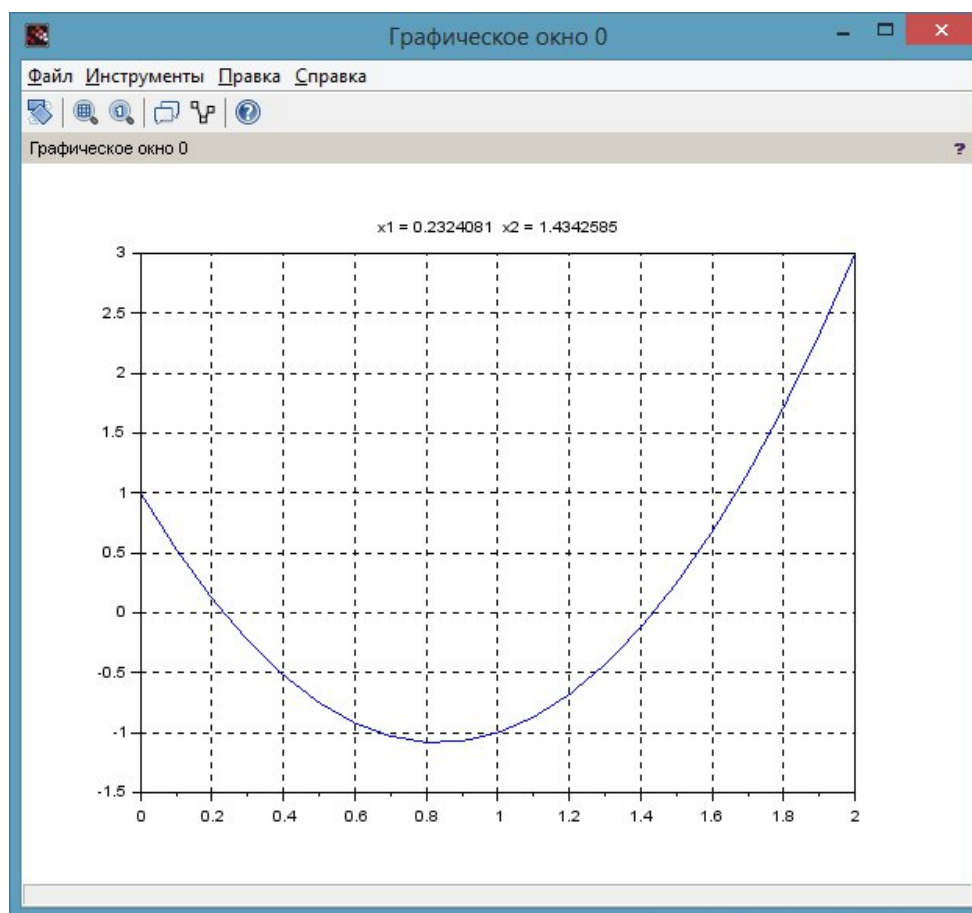


Рис. 1.23. Вывод результатов решения нелинейного уравнения

Пример 2

Листинг программы

```
// Решение системы нелинейных уравнений
function y1=f1(x); // Функция f1
y1=x+3*(x-1)^2-2;
endfunction
function y2=f2(x); // Функция f2
y2=x-1;
endfunction
function y3=f3(x); // Функция f3
y3=f1(x)-f2(x);
endfunction
x=0:0.1:2;
plot(x,f1(x),x,f2(x)); xgrid; // Графики
x0=0.4;
x1=fsolve(x0,f3) // Корень 1
```

$x_0=1.5;$

$x_2=\text{fsolve}(x_0,f_3)$ // Корень 2

$\text{result}='x_1 = '+\text{string}(x_1)+' x_2 = '+\text{string}(x_2); \text{title}(\text{result});$

Программа осуществляет поиск двух корней системы из двух нелинейных уравнений. Приближенные значения корней 0.4 и 1.5 определены графически. Точный результат приведен в графическом окне.

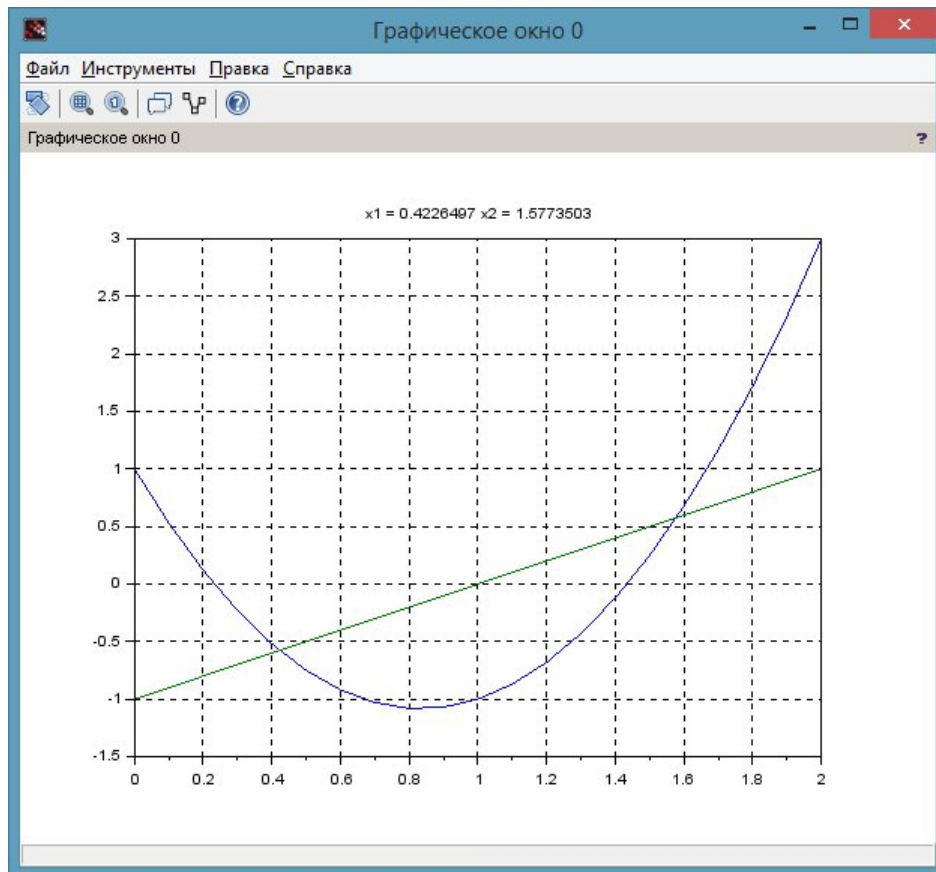


Рис. 1.24. Вывод результатов решения двух нелинейных уравнений

Контрольные вопросы

1. Методы решения системы линейных уравнений.
2. Ввод коэффициентов и вывод полученного решения.
3. Задание функции пользователя.
4. Локализация решений уравнения.
5. Решение нелинейного уравнения с помощью функции **fsolve**.
6. Локализация решений системы из двух уравнений.
7. Решение системы из двух уравнений.

Лабораторная работ 2. Инструментальные средства разработки СИИ

Для работы с нечеткой логикой (НЛ) в математическом пакете Scilab предназначен специальный модуль Fuzzy Toolbox, в состав которого входит редактор SciFLT.

Данный модуль содержит в своем составе более десяти встроенных типов *функций принадлежности*, формируемых на основе кусочно-линейных функций, распределения Гаусса, сигмоидной кривой, квадратических и кубических полиномиальных кривых.

Линейные функции принадлежности являются наиболее простыми, что является их несомненным достоинством. Этих функций принадлежности в модуле Fuzzy Toolbox всего лишь две: треугольная и трапецевидная.

Треугольная функция принадлежности – **trimf** (от английских слов **triangle membership function**) в параметрическом виде представляет собой не что иное, как набор трех точек, соответствующих вершинам. С помощью этого набора трех точек можно образовывать различные виды треугольников.

Описание функции:

$$y = \text{trimf}(x, [a \ b \ c]).$$

Вектор **x** в данном выражении представляет базовое множество, на котором определяется функция принадлежности. Аргументы в квадратных скобках **a** и **c** определяют положение основания треугольника, а **b** – его вершину.

На рисунке 2.1 представлены примеры трех различных треугольных функций принадлежности, построенных на основе примера 1.

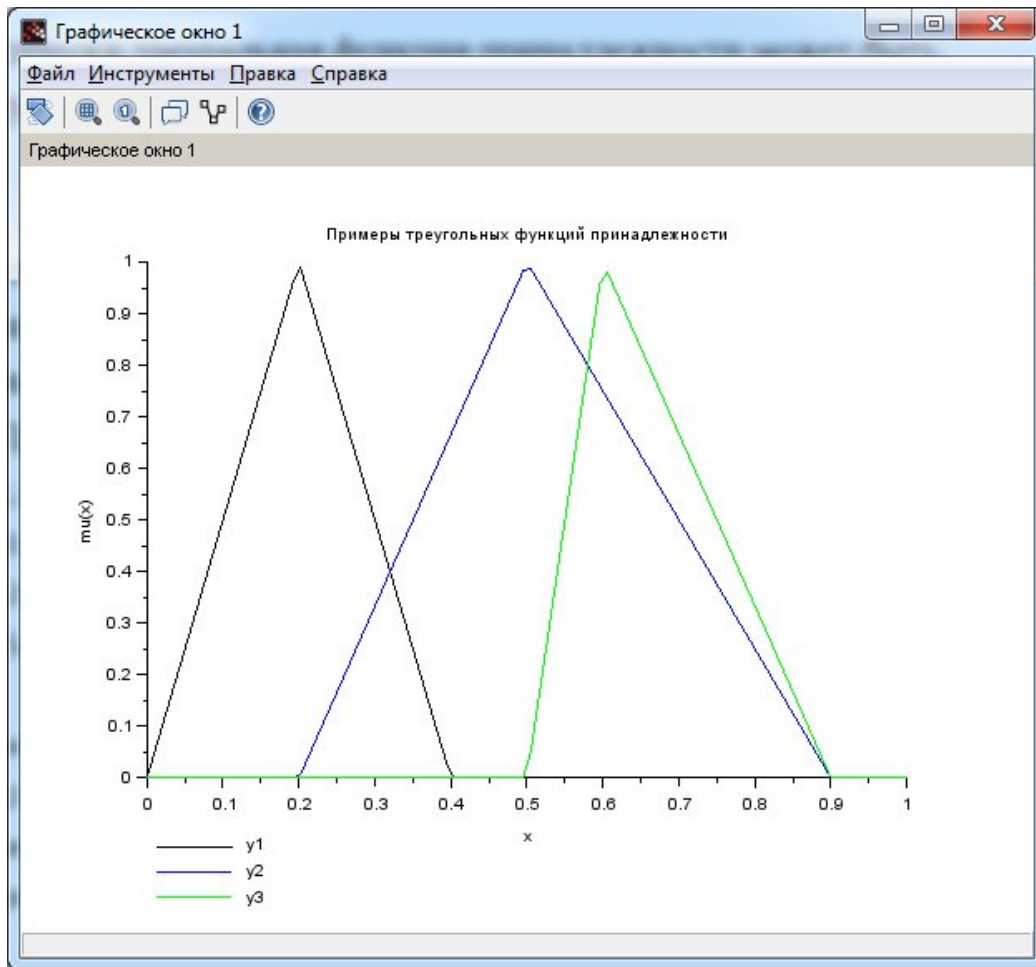


Рис. 2.1. Треугольные функции принадлежности

Аналитически треугольная функция принадлежности может быть задана следующим образом:

$$f(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x - a}{b - a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c - x}{c - b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & x > c \end{cases}$$

Рассмотрим примеры использования различных функций принадлежности, входящих в состав модуля нечеткой логики.

Пример 1. Программа использования **trimf** (результат на рис.2.1)

```
x=linspace(0,1,100)'; //задаем множество x
y1=trimf(x,[0 0.2 0.4]); //и три треугольных функции на нем
y2=trimf(x,[0.2 0.5 0.9]); y3=trimf(x,[0.5 0.6 0.9]);
```

```
scf(); clf(); plot2d(x,[y1 y2 y3],leg="y1@y2@y3");
xtitle("Примеры треугольных функций принадлежности","x","mu(x)");
```

Трапециевидная функция принадлежности – **trapmf** (от английских слов **trapezoid membership function**), отличается от треугольной функции лишь тем, что имеет верхнее основание.

Описание функции: $y = \text{trapmf}(x, [a \ b \ c \ d])$,
где аргументы **a** и **d** задают нижнее основание, **b** и **c** – верхнее основание трапеции (рис. 2.2).

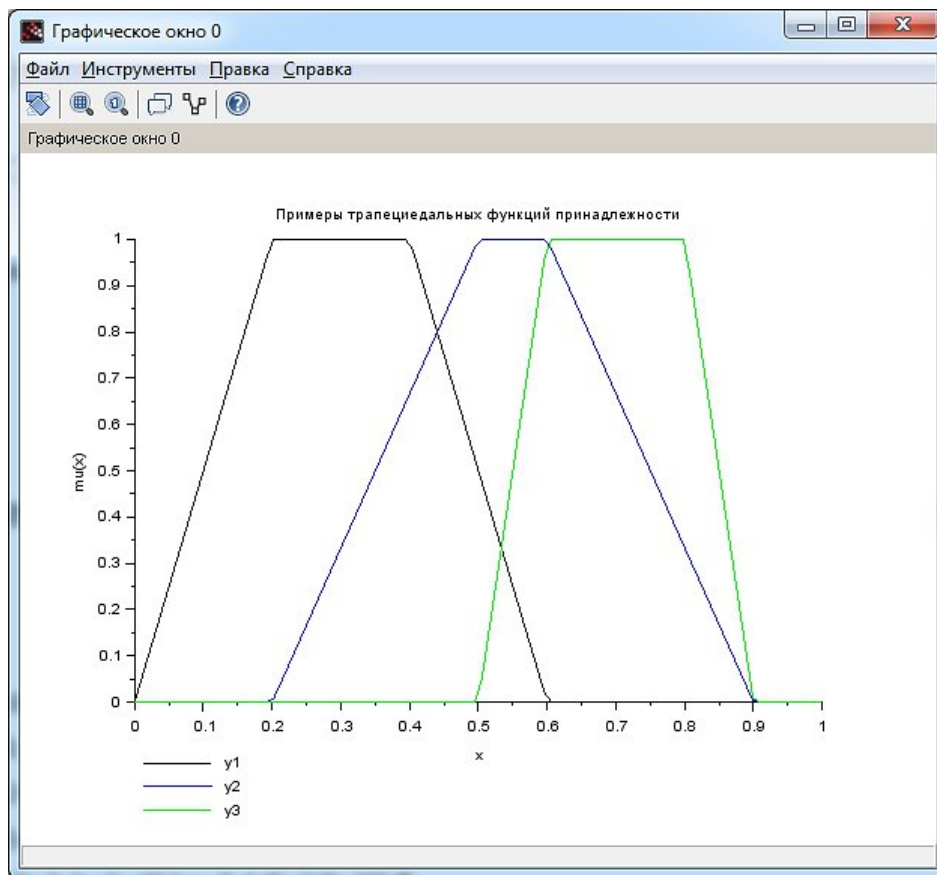


Рис. 2.2. Трапециевидные функции принадлежности

Аналитически трапециевидную функцию записывают так:

$$f(x, a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x - a}{b - a}, & a \leq x < b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d - x}{d - c}, & c < x \leq d \\ 0, & x > d \end{cases}$$

Пример 2. Программа использования **trapmf** (результат на рис. 2.2)

```
x=linspace(0,1,100)';
y1=trapmf(x,[0 0.2 0.4 0.6]);
y2=trapmf(x,[0.2 0.5 0.6 0.9]);
y3=trapmf(x,[0.5 0.6 0.8 0.9]);
scf(); clf(); plot2d(x,[y1 y2 y3],leg="y1@y2@y3");
xtitle("Примеры трапецеидальных функций принадлежности","x","mu(x)");
```

На основе функции Гаусса в Scilab можно построить функции принадлежности двух видов: простую функцию Гаусса **gaussmf** и двухстороннюю функцию Гаусса **gauss2mf**, которая образована двумя функциями Гаусса с разными параметрами.

Описание простой функции Гаусса:

$y = \text{gaussmf}(x, [\sigma, c])$.

Простая функция Гаусса зависит только от 2-х параметров σ и c :

$$f(x, \sigma, c) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}.$$

Двухсторонняя функция принадлежности Гаусса:

$y = \text{gauss2mf}(x, [\sigma_1, c_1, \sigma_2, c_2])$.

Это выражение является комбинацией двух функций Гаусса с различными параметрами. Первая функция определяется параметрами σ_1 и c_1 и задает форму левой стороны, а вторая с параметрами σ_2 и c_2 задает форму правой стороны функции принадлежности.

Если $c_1 < c_2$, то функция **gauss2mf** достигает максимального значения, равного единице, в противном случае максимальное значение функции будет меньше единицы.

На рис. 2.3 представлены графики кривых **gaussmf** и **gauss2mf**, которые задаются в программе из примера 3.

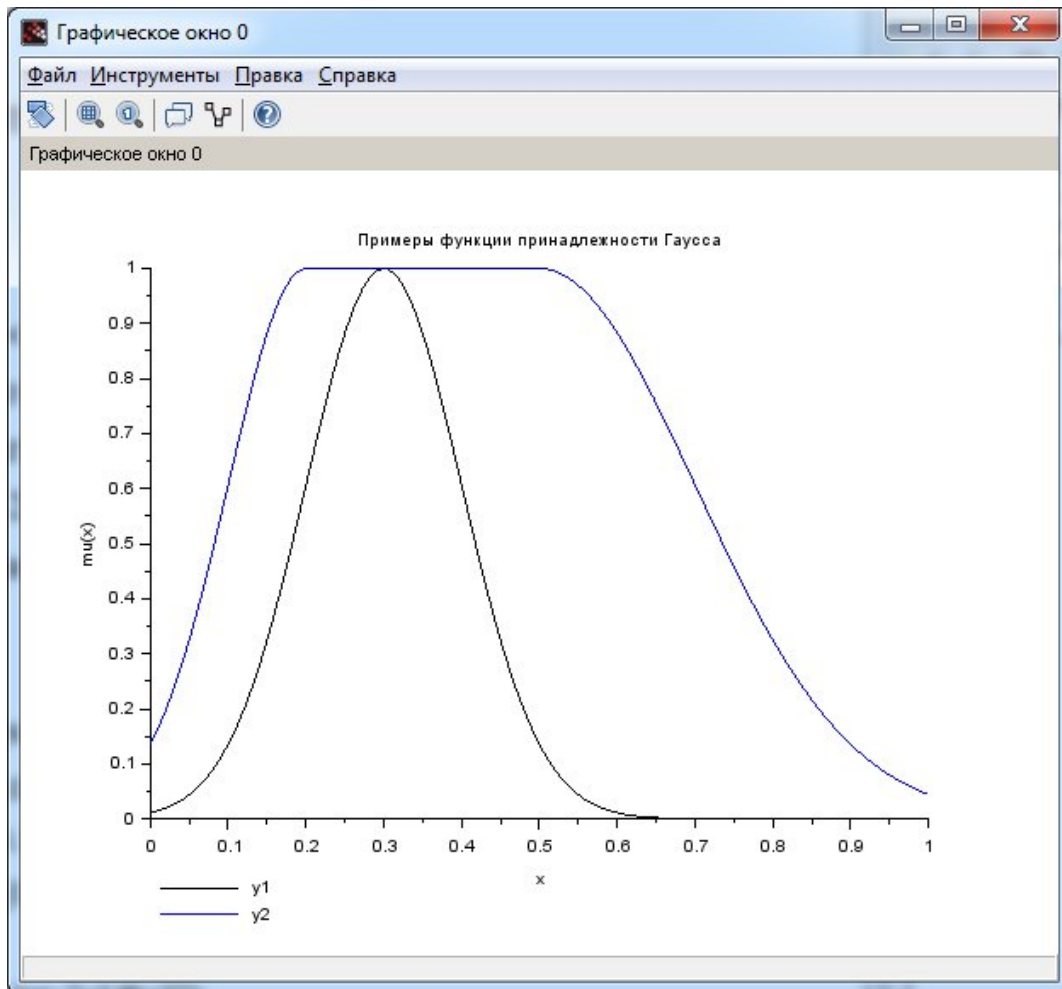


Рис. 2.3. Гауссовы кривые

Пример 3. Программа использования функции **gaussmf**

```
x=linspace(0,1,100)';
y1=gaussmf(x,[0.1 0.3]);
y2=gauss2mf(x,[0.1 0.2 0.2 0.5]);
scf(); clf(); plot2d(x,[y1 y2],leg="y1@y2");
xtitle("Примеры функции принадлежности Гаусса","x","mu(x)");
```

В первой строке определения базового множества **x** используется символ « ' », показывающий, что это множество транспонировано.

Следующая функция называется «обобщенный колокол» и она позволяет представлять нечеткие субъективные предпочтения. Ее особенность – наличие третьего параметра, который позволяет сделать плавный переход от нечеткого множества к четкому.

Описание функции:

$y = \text{gbellmf}(x, [a \ b \ c])$.

Аналитическое выражение для функции «обобщенный колокол»:

$$f(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}}$$

где параметр c определяет расположение центра функции принадлежности, параметры a и b определяют форму кривой (рис. 2.4).

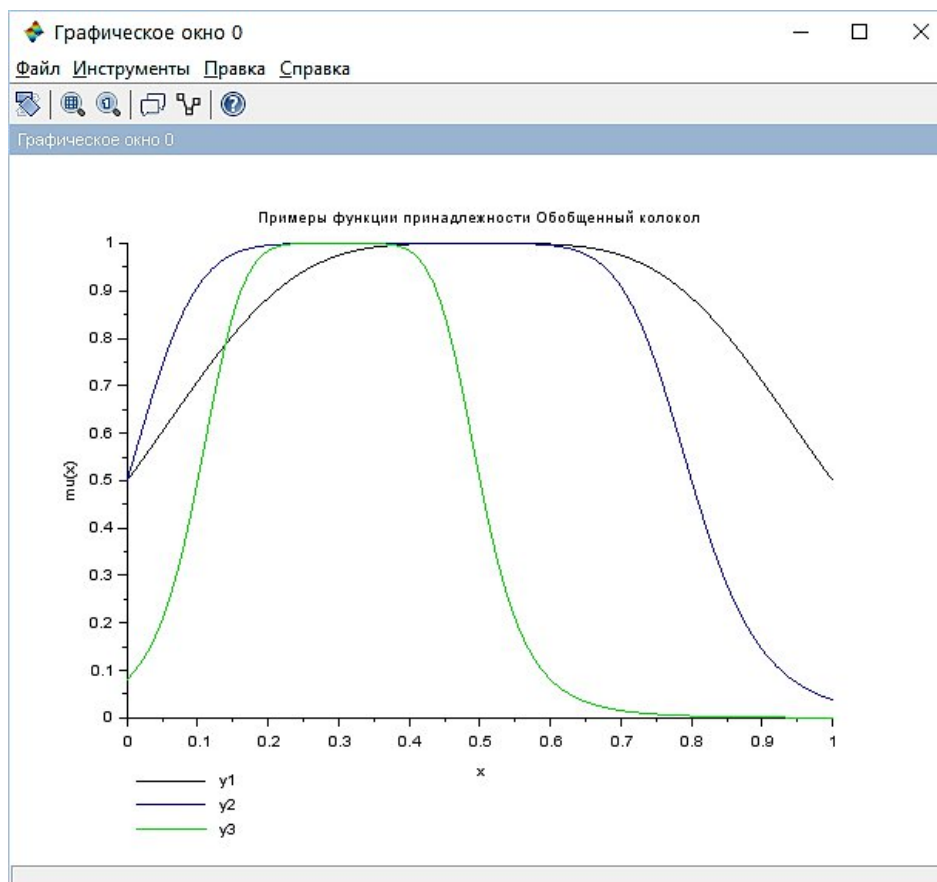


Рис. 2.4. Функции принадлежности «Обобщенный колокол»

Пример 4. Программа использования **gbellmf**

```
x=linspace(0,1,100)';  
y1=gbellmf(x,[0.5 2 0.5]);  
y2=gbellmf(x,[0.4 4 0.4]);  
y3=gbellmf(x,[0.2 3 0.3]);  
plot2d(x,[y1 y2 y3],leg="y1@y2@y3");  
xtitle("Примеры функции принадлежности Обобщенный колокол","x","mu(x)");
```

Функции принадлежности Гаусса и «обобщенный колокол» отличаются гладкостью и простотой записи, а также являются наиболее используемыми при описании нечетких множеств.

Однако они не позволяют формировать асимметричные функции. Для этих целей используют сигмоидные функции, которые могут быть открыты как слева, так и справа.

Симметричные и закрытые функции синтезируют с помощью двух дополнительных сигмоид. Основная сигмоидная функция обозначается **sigmf**, а дополнительные – **dsigmf** и **psigmf**.

Описание основной сигмоидной функции:

$$y = \text{sigmf}(x, [a \ c]).$$

Аналитическая запись сигмоидной функции **sigmf** имеет вид:

$$f(x, a, c) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}.$$

В зависимости от знака параметра **a** функция будет открыта справа или слева (см. рис. 2.5), что позволит применять ее при описании нечетких понятий «очень большой», «крайне малый» и т. д.

Описание дополнительной сигмоидной функции:

$$y = \text{dsigmf}(x, [a_1 \ c_1 \ a_2 \ c_2]).$$

ФП **dsigmf** зависит от четырех параметров **a₁**, **c₁**, **a₂**, **c₂** и определяется разностью двух сигмоидных функций: $f_1(x, a_1, c_1) - f_2(x, a_2, c_2)$.

Описание дополнительной сигмоидной функции:

$$y = \text{psigmf}(x, [a_1 \ c_1 \ a_2 \ c_2]).$$

ФП **psigmf** также, как и предыдущая функция, зависит от четырех параметров **a₁**, **c₁**, **a₂**, **c₂** и определяется как произведение двух сигмоидных функций: $f_1(x, a_1, c_1) \cdot f_2(x, a_2, c_2)$.

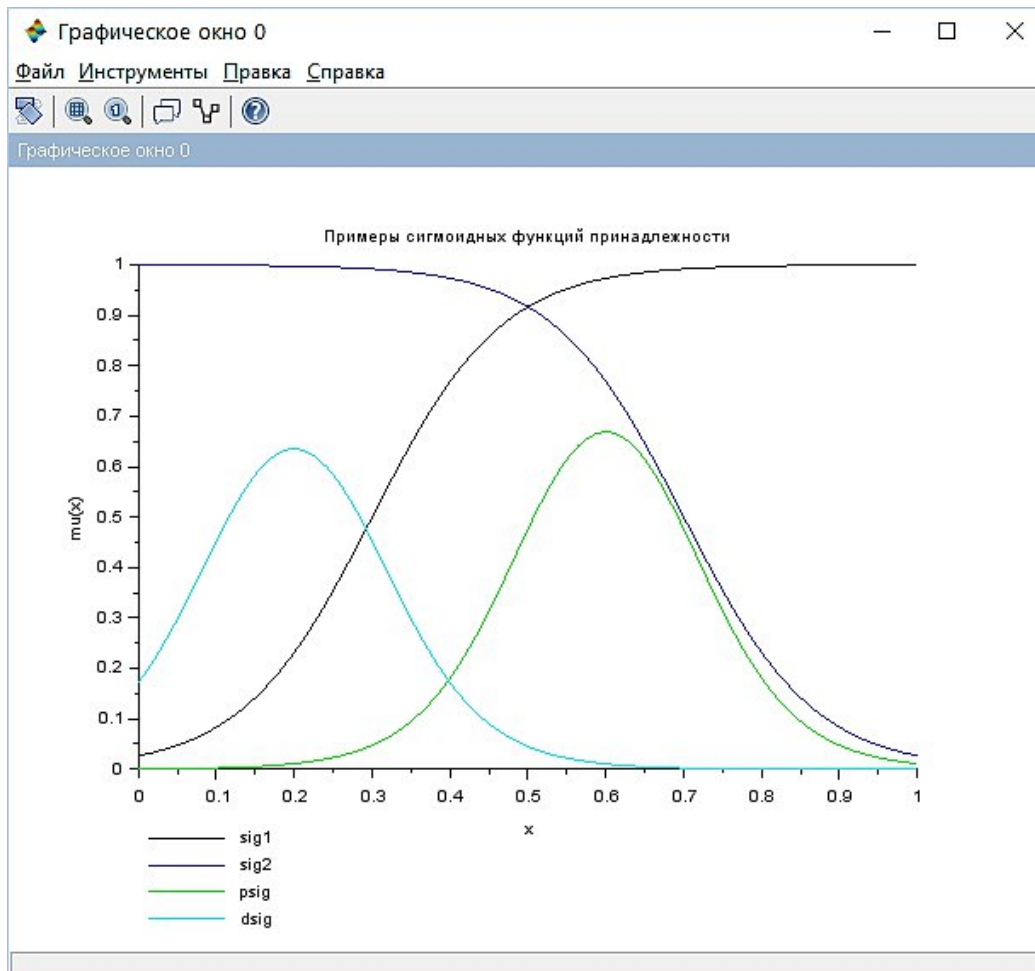


Рис. 2.5. Сигмоидные функции принадлежности

Пример 5. Программа использования сигмоидных функций

```
x=linspace(0,1,100)';
sig1=sigmf(x,[12 0.3]);
sig2=sigmf(x,[ -12 0.7]);
psig=psigmf(x,[15 0.5 -15 0.7]);
dsig=dsigmf(x,[15 0.1 15 0.3]);
plot2d(x,[sig1 sig2 psig dsig],leg="sig1@sig2@psig@dsig");
xtitle("Примеры сигмоидных функций принадлежности","x","mu(x)");
```

Можно формировать ФП на основе полиномиальных кривых. Это Z-функции (**zmf**), PI-функции (**pimf**) и S-функции (**smf**). Функция **zmf** – асимметричная кривая, открытая слева, функция **smf** – ее зеркальное отображение. Функция **pimf** равна нулю справа и слева и равна единице в середине некоторого отрезка (см. рис. 2.6).

Описание функции:

$$y = zmf(x, [a \ b]).$$

Параметры a и b определяют экстремальные значения кривой.

Описание функции:

$$y = pimf(x, [a \ b \ c \ d]).$$

Параметры a и d задают переход функции в нулевое значение, параметры b и c – в единичное.

Описание функции:

$$y = smf(x, [a \ b]).$$

Параметры a и b определяют экстремальные значения кривой.

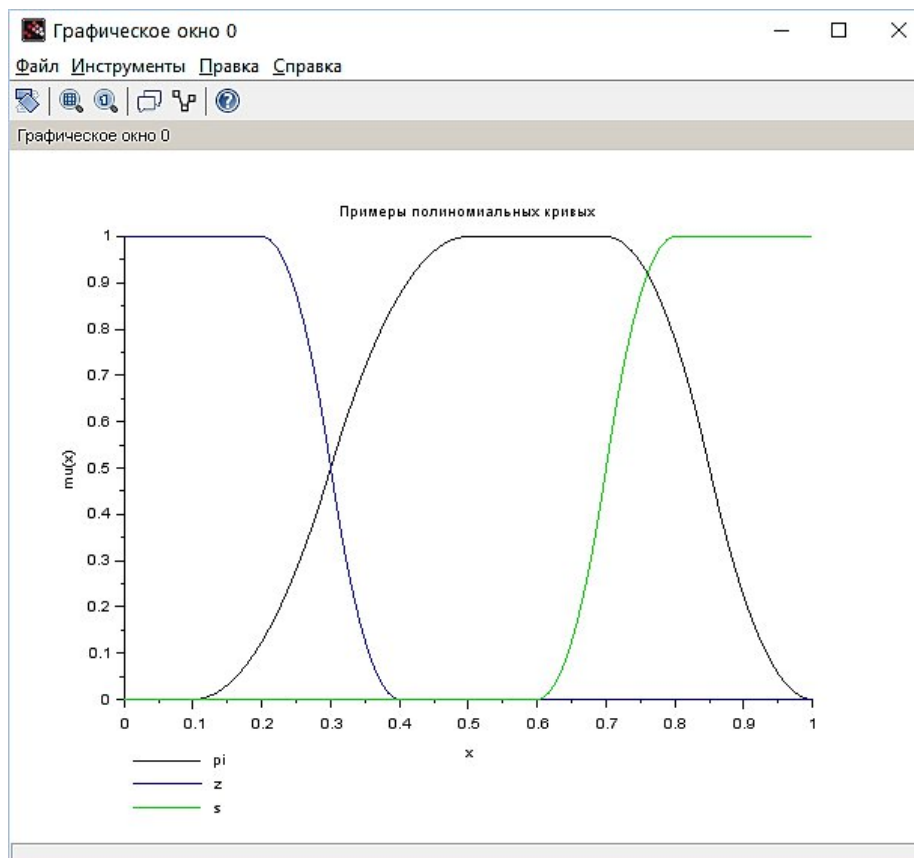


Рис. 2.6. Полиномиальные кривые

Пример 6. Программа использования полиномиальных кривых

```
x=linspace(0,1,100)';
```

```
pi=pimf(x,[0.1 0.5 0.7 1.0]);
```

```
z=zmf(x,[0.2 0.4]);
```

```
s=smf(x,[0.6 0.8]);
```

```
plot2d(x,[pi z s],leg="pi@z@s");
xtitle("Примеры полиномиальных кривых","x","mu(x)");
```

Кроме рассмотренных выше функций, позволяющих представлять нечеткие множества, в SciFLT можно формировать собственные функции принадлежности, а также модифицировать встроенные.

Среди базовых операций в модуле SciFLT выделяют три логические операции: конъюнкцию, дизъюнкцию и логическое отрицание. При этом существует возможность определять конъюнктивные и дизъюнктивные операторы различными методами.

Конъюнкция, или Т-норма, представляет собой нахождение логического И. Она представлена следующими операторами:

$$\begin{aligned}
 & \frac{x_1 x_2}{\max(x_1, x_2, w)} && \text{if class is dubois} \\
 & 1 - \min[1, ((1 - x_1)^w + (1 - x_2)^w)^{1/w}] && \text{if class is yager} \\
 \text{tnorm}([x_1, x_2], \text{class}, w) = & \begin{cases} x_1 \text{ if } x_2 = 1 \\ x_2 \text{ if } x_1 = 1 \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases} && \text{if class is dprod} \\
 & \frac{x_1 x_2}{2 - (x_1 + x_2 - x_1 x_2)} && \text{if class is eprod} \\
 & \frac{x_1 x_2}{\min(x_1, x_2)} && \begin{array}{l} \text{if class is aprod} \\ \text{if class is min} \end{array}
 \end{aligned}$$

Определение функции:

$$y = \text{tnorm}(x, \text{class} [, \text{class_par}]),$$

где x – матрица, размерностью $[m, n]$; y – матрица, размерностью $[m, 1]$; **class** – строка, которая задает вид Т-нормы (принимает значения: «dubois» для Т-норм Дюбуа-Прада, «yager» для Т-норм Ягера, «dprod» для вероятностного И, «eprod» для произведения Эйнштейна, «aprod» для алгебраического произведения и «min» для операции минимума); **class_par** – скалярная величина для Т-норм «dubois» и «yager».

Дизъюнкция или S-конорма представляет собой логическое ИЛИ и может быть найдена с помощью следующих операторов:

$$\begin{aligned}
 \text{snorm}([x_1, x_2], \text{class}, w) = & \begin{cases} \frac{x_1 + x_2 - x_1 x_2 - \min(x_1, x_2, 1 - w)}{\max(1 - x_1, 1 - x_2, w)} & \text{if class is } \textit{dubois} \\ \min [1, (x_1^w + x_2^w)^{1/w}] & \text{if class is } \textit{yager} \\ \begin{cases} x_1 & \text{if } x_2 = 0 \\ x_2 & \text{if } x_1 = 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} & \text{if class is } \textit{dsum} \\ \frac{x_1 + x_2}{1 + x_1 x_2} & \text{if class is } \textit{esum} \\ x_1 + x_2 - x_1 x_2 & \text{if class is } \textit{asum} \\ \max(x_1, x_2) & \text{if class is } \textit{max} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Определение функции:

$$y = \text{snorm}(x, \text{class} [, \text{class_par}],$$

где x – матрица, размерностью $[m, n]$; y – матрица, размерностью $[m, 1]$; **class** – строка, задает вид S-конормы (принимает значения: «dubois» для S-конормы Дюбуа-Прада, «yager» для S-конормы Ягера, «dsum» для вероятностного ИЛИ, «esum» для суммы Эйнштейна, «asum» для алгебраической суммы и «max» для операции нахождения максимума; **class_par** – скалярная величина для S-конорм «dubois» и «yager».

Пример 7. Программа использования операций min и max

```

x=[0:0.1:10]';
y1=gaussmf(x,[1.2 3]);
y2=gaussmf(x,[1 7]);
yy1=tnorm([y1 y2],'min');
yy2=snorm([y1 y2],'max');
yy3=tnorm([y1 y2],'dprod');
yy4=snorm([y1 y2],'dsum');
subplot(3,1,1);
plot2d(x,[y1 y2],leg='mf1@mf2',rect=[0 -0.1 10 1.1]);
xtitle('Member Function Evaluation','x','mu(x)'); subplot(3,1,2);
plot2d(x,[yy1 yy3],leg='min@dprod',rect=[0 -0.1 10 1.1]);

```

```

xtitle('AND OPERATION','x','and(mf1,mf2)'); subplot(3,1,3);
plot2d(x,[yy2 yy4],leg='max@dsum',rect=[0 -0.1 10 1.1]);
xtitle('OR OPERATION','x','or(mf1,mf2)');

```

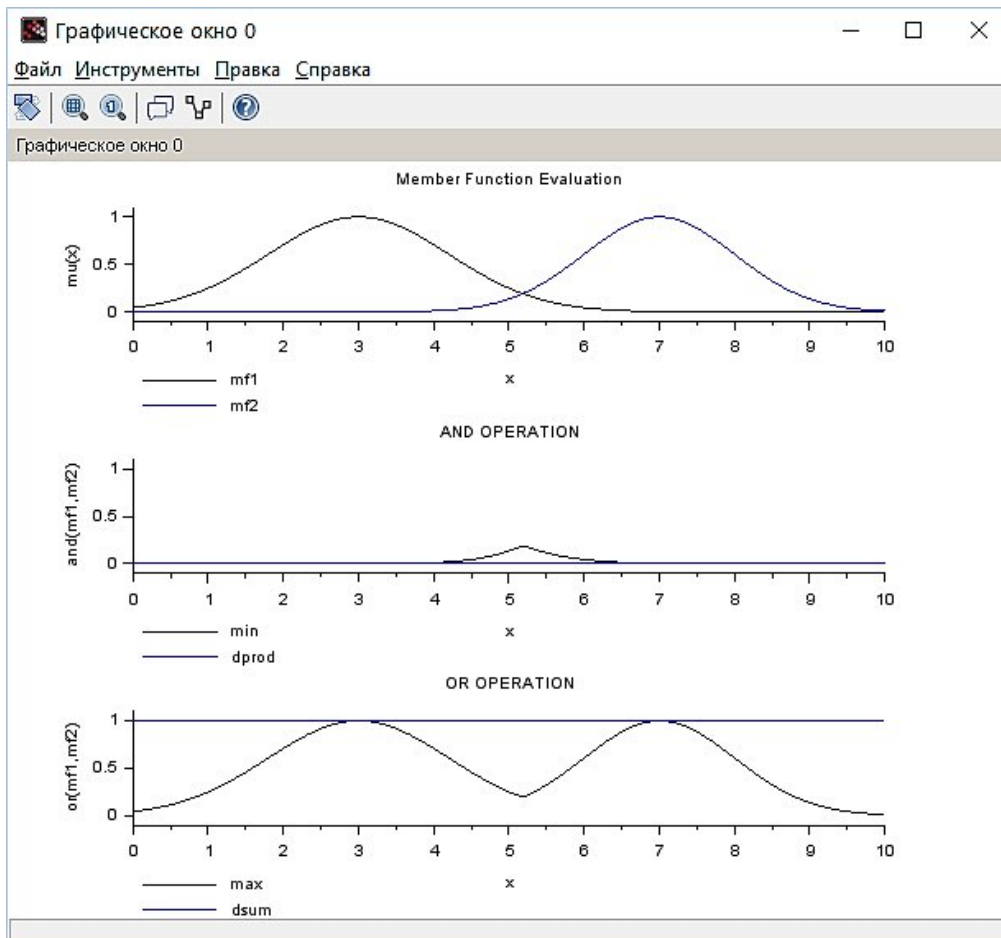


Рис. 2.7. Результаты работы программы примера 7

Минимаксная интерпретация наиболее часто используется при построении нечетких систем. Однако на практике также распространена и альтернативная вероятностная интерпретация конъюнктивных и дизъюнктивных операторов.

Операция «дополнение» есть не что иное, как математическое представление вербального выражения “НЕ А”, где А – нечеткое множество, описывающее некоторое размытое суждение.

Описание операции дополнения:

$y = \text{complement}(x, \text{class} [, \text{class_par}])$,

где x, y – матрицы, размерностью $[m, n]$;

class – строка вида оператора (значения: «one» для обычного дополнения, «sugeno» для дополнения по Сугено и «yager» для Ягера);
class_par – скаляр, используемый в S-конормах «sugeno» и «yager».

Аналитически функцию дополнения записывают так:

$$complement(x, class, w) = \begin{cases} 1 - x & \text{if class is on} \\ \frac{1 - x}{1 + wx} & \text{if class is sugeno if} \\ \frac{1 - x^w}{1 + (1 - x^w)^{1/w}} & \text{classis yager} \end{cases}$$

Пример 8. Программа использования операции дополнения

```
x=[0:0.1:10]';
y1=gaussmf(x,[1.2 3]);
y2=complement(y1,"one");
plot2d(x,[y1 y2],leg='mf1@Not_mf1',rect=[0 -0.1 10 1.1]);
xlabel('Member Function and Inverse','x','mu(x)');
```

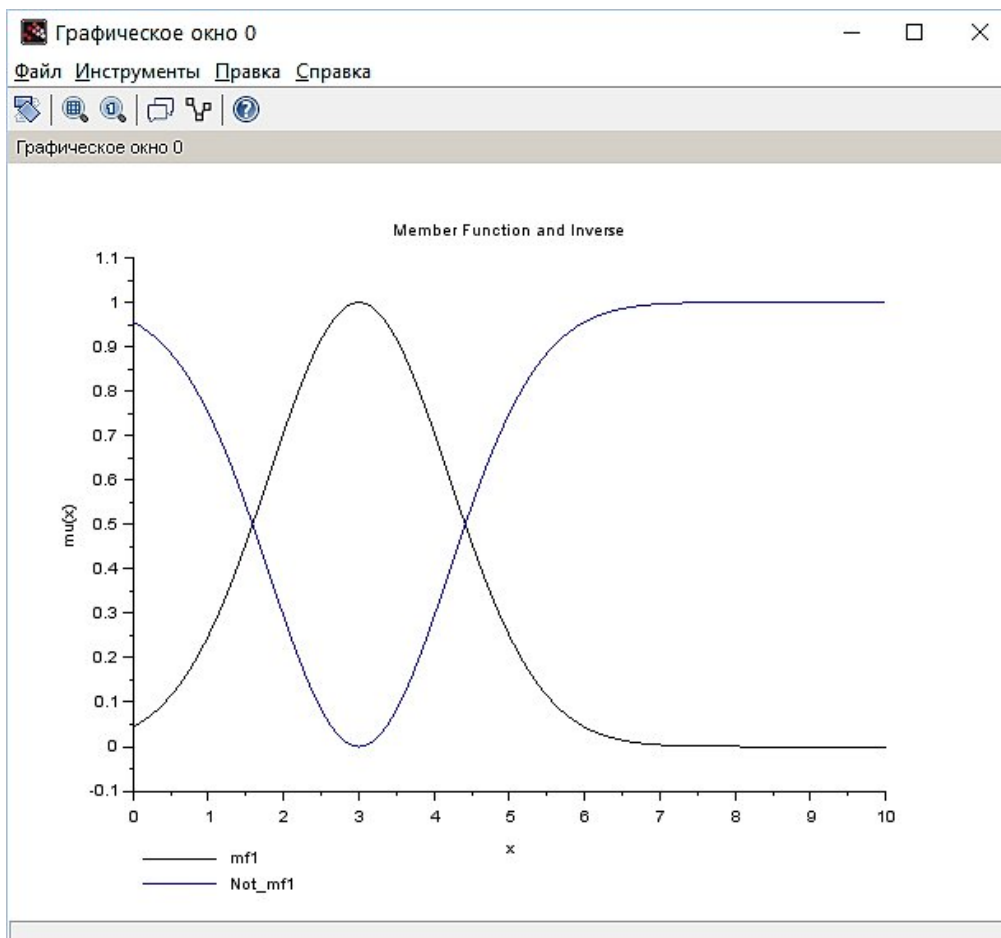


Рис. 2.8. Функция дополнения

Контрольные вопросы

1. Нечеткое множество и его отличие от обычного множества.
2. Функция принадлежности и ее свойства.
3. Конъюнктивные и дизъюнктивные операторы.

Цель работы: изучить метод построения нечеткой системы в модуле SciFLT среды Scilab.

В SciFLT реализованы все основные функции, необходимые для создания и модифицирования систем нечеткого вывода.

Перед построением системы нечеткого вывода необходимо вначале в командной строке основного окна Scilab набрать команду *editfls*. С помощью этой команды вызывается графический редактор систем нечеткого вывода, как показано на рисунке 2.9.



Рис. 2.9. Графический редактор систем нечеткого вывода (СНВ)

Редактор СНВ. Построение нечетких систем

В меню нужно выбрать **File** → **New fls** → **тип системы** (Мамдани или Сугено). Выбираем систему нечеткого вывода по **Мамдани**, при этом в левой панели появится дерево создаваемой нечеткой системы.

Сначала выбираем в нем пункт **Description** и заполняем появившуюся справа форму. В ней необходимо указать имя системы, комментарии (не обязательно), виды Т-нормы и S-конормы, тип операторов дополнения, импликации, агрегации и метод дефаззификации.

Для системы по Мамдани выберите операторы (см. рис. 2.10).

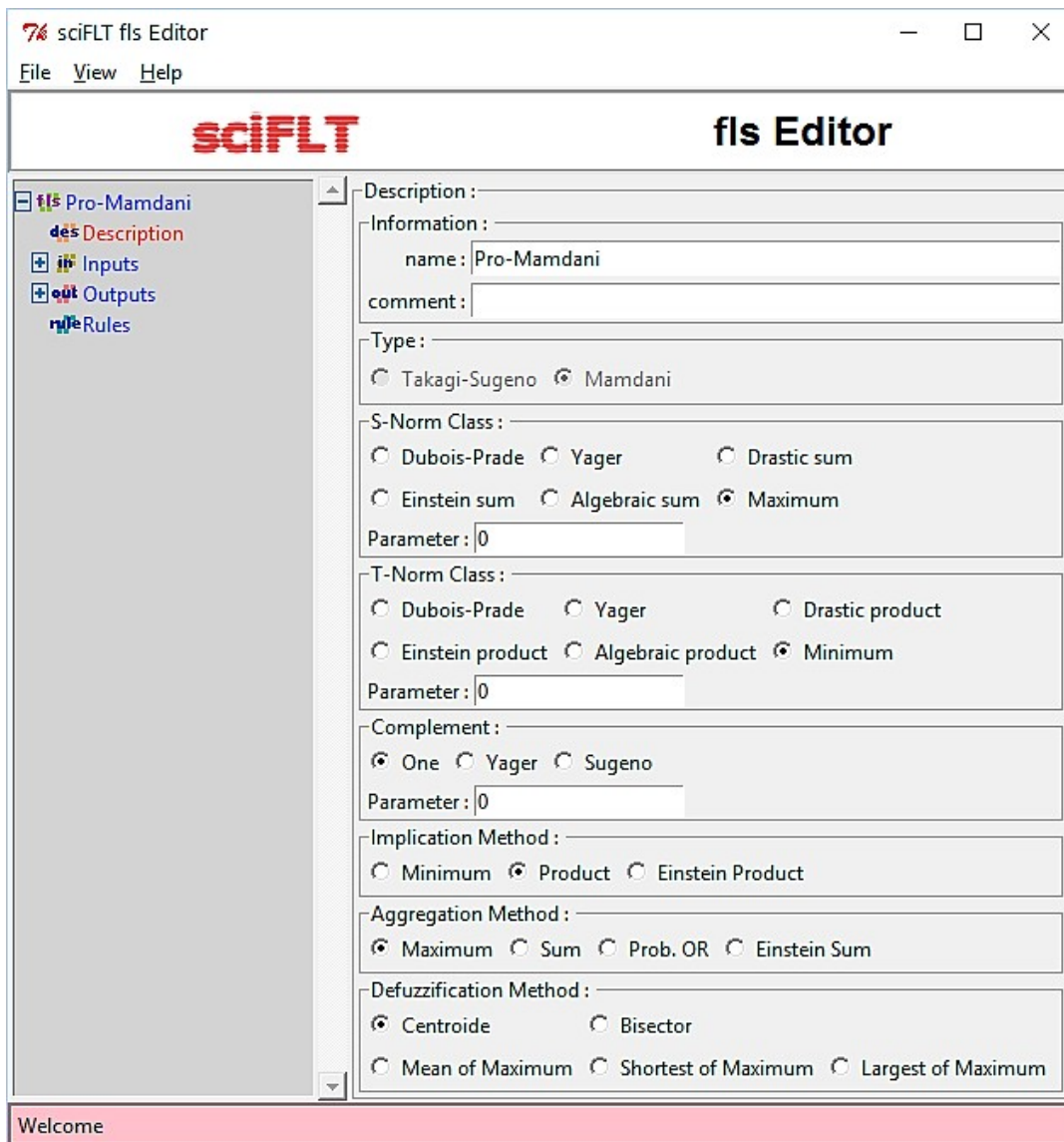


Рис. 2.10. Описание выбранных операторов

Затем определяем состав входных и выходных переменных. Для этого выбираем пункты **Inputs** и **Outputs** соответственно. В окне справа появится число переменных, их список, а также кнопки **Add**, **Delete** и **Exit**. Добавляем новые переменные кнопкой **Add**.

Сохранение проектируемой системы в рабочее пространство среды Scilab осуществляют командой **File** → **Export** → **to workspace**. При этом данные сохраняются до окончания сеанса работы с Scilab. Для сохранения данных на диск после окончания сеанса работы применяется соответствующий пункт того же меню – **to fls file**....

Редактор переменных

Для редактирования переменных (переименования, задания диапазона значений, связывания функциями принадлежности) необходимо выбрать в списке входных или выходных переменных нужную.

Тогда в правом окне появится редактор переменной:

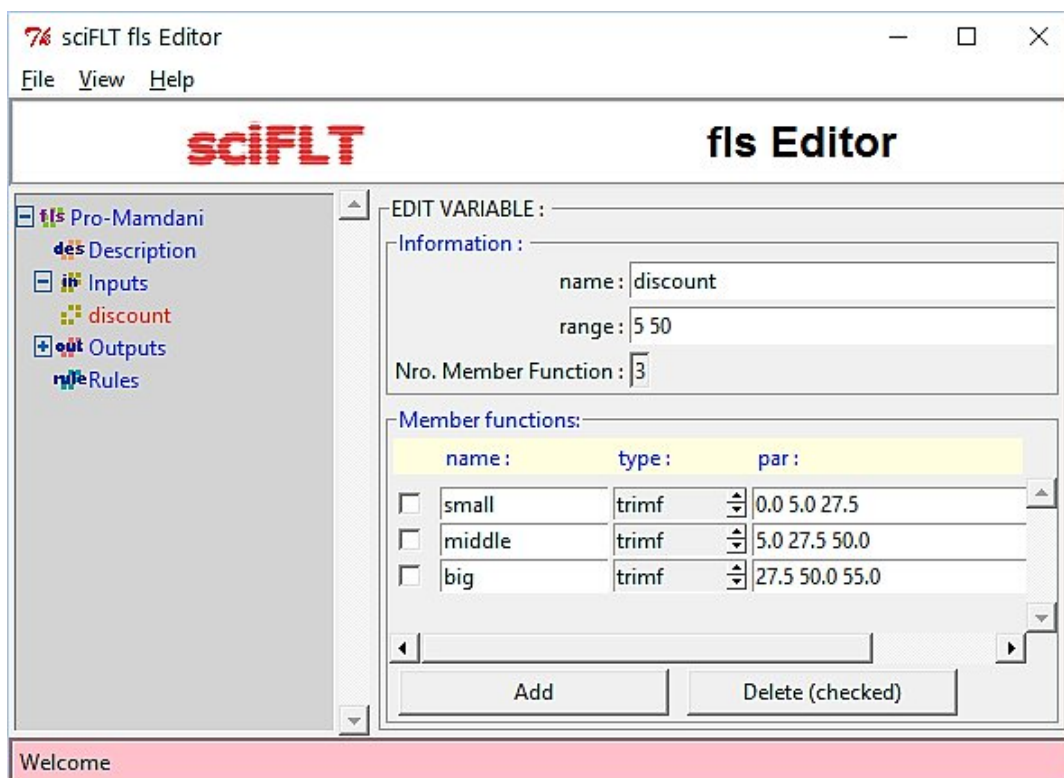


Рис. 2.11. Редактор переменных (входная переменная discount)

- 1) в редакторе нужно задать имя;
- 2) диапазон допустимых значений;
- 3) с помощью кнопки **Add** внизу окна добавить функции принадлежности (удаляют их нажатием кнопки **Delete**).

Редактор переменных – инструмент, позволяющий отображать и редактировать любые ФП, ассоциированные (связанные) со всеми входными и выходными переменными разрабатываемой СНВ.

Редактируют ФП текущей переменной изменяя ее характеристики (имя, тип и числовые параметры). То есть при построении СНВ нужно с помощью редактора ФП определить соответствующие функции для каждой из входных и выходных переменных.

Редактор правил вывода

После указания количества входных и выходных переменных, определения их наименования и выбора соответствующих ФП, в СНВ включают правила вывода с помощью пункта **Rules**.

Основываясь на описаниях входных и выходных переменных, определенных в редакторе ФП, редактор правил вывода формирует структуру правила автоматически. От пользователя требуется лишь связать значения входных и выходных переменных, выбирая из списка заданных ранее ФП, и определить логические связки между ними. Также допускается использование логического отрицания (НЕ) и изменение весов правил в диапазоне от 0 до 1.

Правила вывода отображаются в окне в следующей форме:

$$\text{if } (input_1 \text{ is } [not] mf_1j_1) < \text{and, or } > \dots (input_i \text{ is } [not] mf_ij_i) \dots < \text{and, or } > \\ (input_n \text{ is } [not] mf_nj_n) \text{ then } (output_1 \text{ is } [not] mf_n+1j_{n+1}) < \text{and, or } > \dots \\ (output_k \text{ is } [not] mf_k+nj_{k+n}) < \text{and, or } > \dots (output_m \text{ is } [not] mf_m+nj_{m+n})(w),$$

где i – номер входной переменной; j_i – номер ФП i -й переменной; k – номер выходной переменной; n – количество входных переменных; m – количество выходных переменных; w – вес правила. Круглые скобки заключают обязательные параметры, квадратные – необязательные, а угловые – альтернативные (один на выбор).

Пример 1. Создание СНВ

В качестве примера, иллюстрирующего метод построения СНВ, рассмотрим следующую ситуацию. Необходимо оценить степень инвестиционной привлекательности конкретного бизнес-проекта на основании данных о ставке дисконтирования и периоде окупаемости.

Шаг 1. Вызываем редактор для создания СНВ, набирая в командной строке *editfls*. В появившемся окне редактора создаем новую систему по Мамдани. Заполняем описание как показано на рис. 2.10. Добавляем 2 входные переменные и 1 выходную переменную.

В результате получаем следующую структуру СНВ: два входа, механизм нечеткого вывода по Мамдани, один выход. Объявляем первую переменную как *discount*, а вторую – *period*, которые, соответственно, будут представлять ставку дисконтирования и период окупаемости бизнес-проекта. Наименование выходной переменной, на основании которой принимается решение о степени инвестиционной привлекательности бизнес-проекта, задается как *rate*. Сохраним создаваемую модель под именем *Invest*. На рис. 2.13 представлено состояние окна редактора СНВ после сохранения.

Шаг 2. Каждой входной и выходной переменной поставим в соответствие набор ФП. Для *discount* определяем диапазон базовой переменной от 5 до 50 (единица измерения – проценты). Такой же диапазон выбираем для ее отображения. Добавим три ФП, тип которых – *trimf*, и присвоим им наименования – *small*, *middle*, *big*, соответственно, небольшой, средней и большой ставке дисконтирования (рис. 2.2).

Переменной *period* диапазон базовой переменной определен равным [3, 36] (единица измерения – месяцы), поставлены в соответствие три ФП типа *gaussmf* с наименованиями – *short*, *normal*, *long*. Таким образом, переменная срока окупаемости бизнес-проекта будет принимать следующие значения: короткий, обычный и длительный срок окупаемости (рис. 2.12).

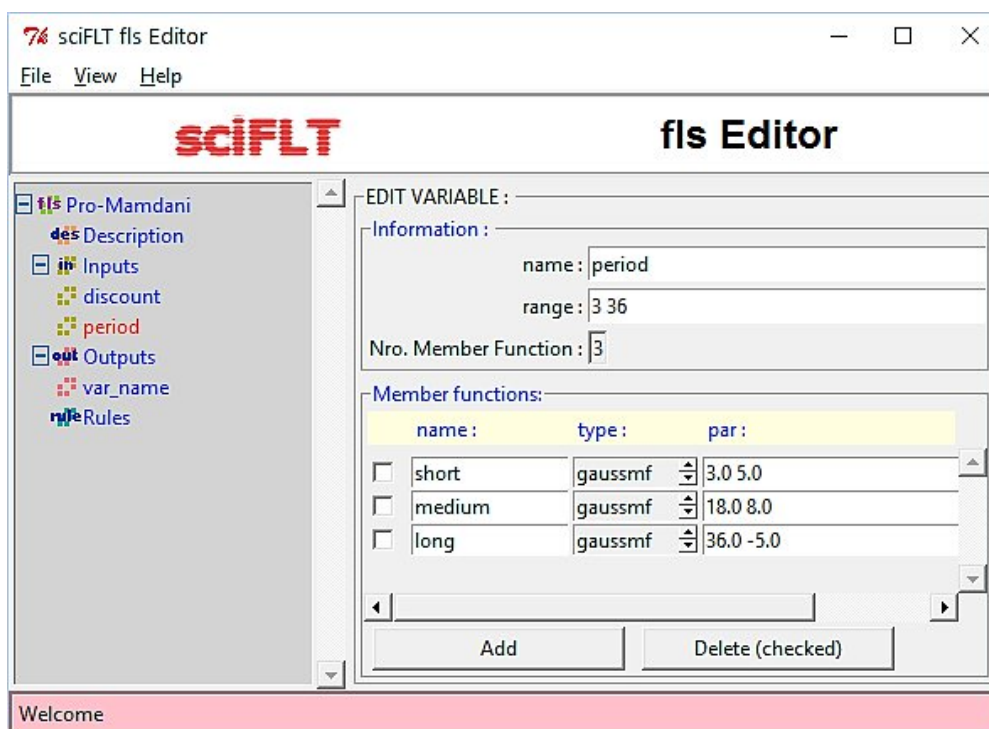


Рис. 2.12. Входная переменная Period

Наконец, для переменной *rate* определяем: базовая переменная изменяет значение в диапазоне $[0, 1]$, семантика описывается тремя ФП типа *trimf* с наименованиями: *bad*, *normal*, *good* (рис. 2.13).

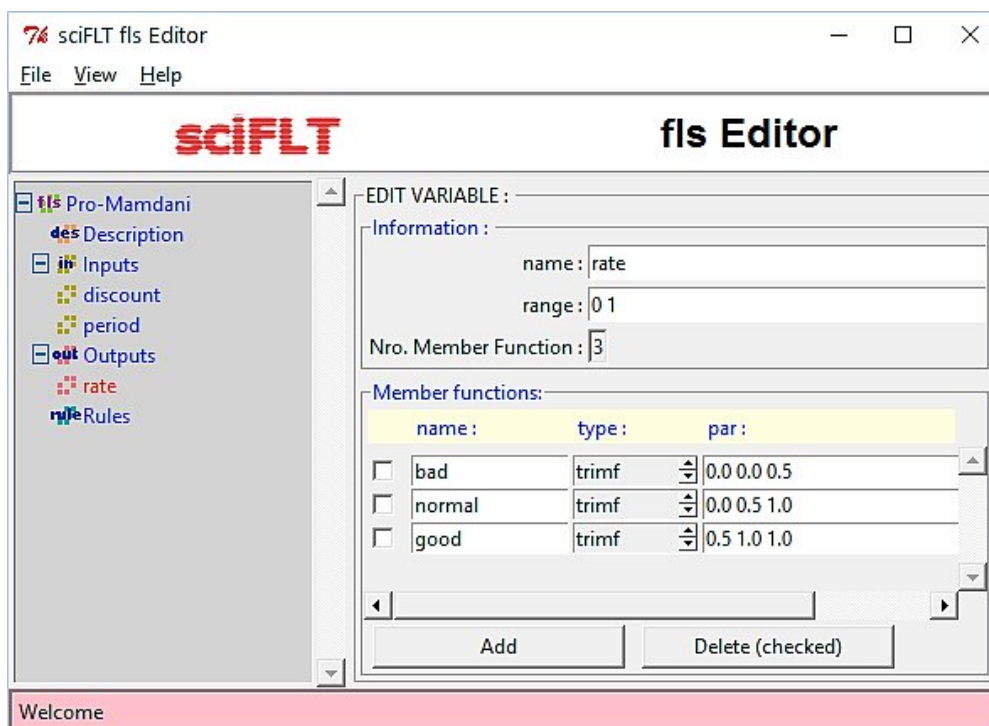


Рис. 2.13. Выходная переменная Rate

В графическом виде переменные представлены на рис. 2.14 и 2.15 (меню **View** → **Plot Current Var**).

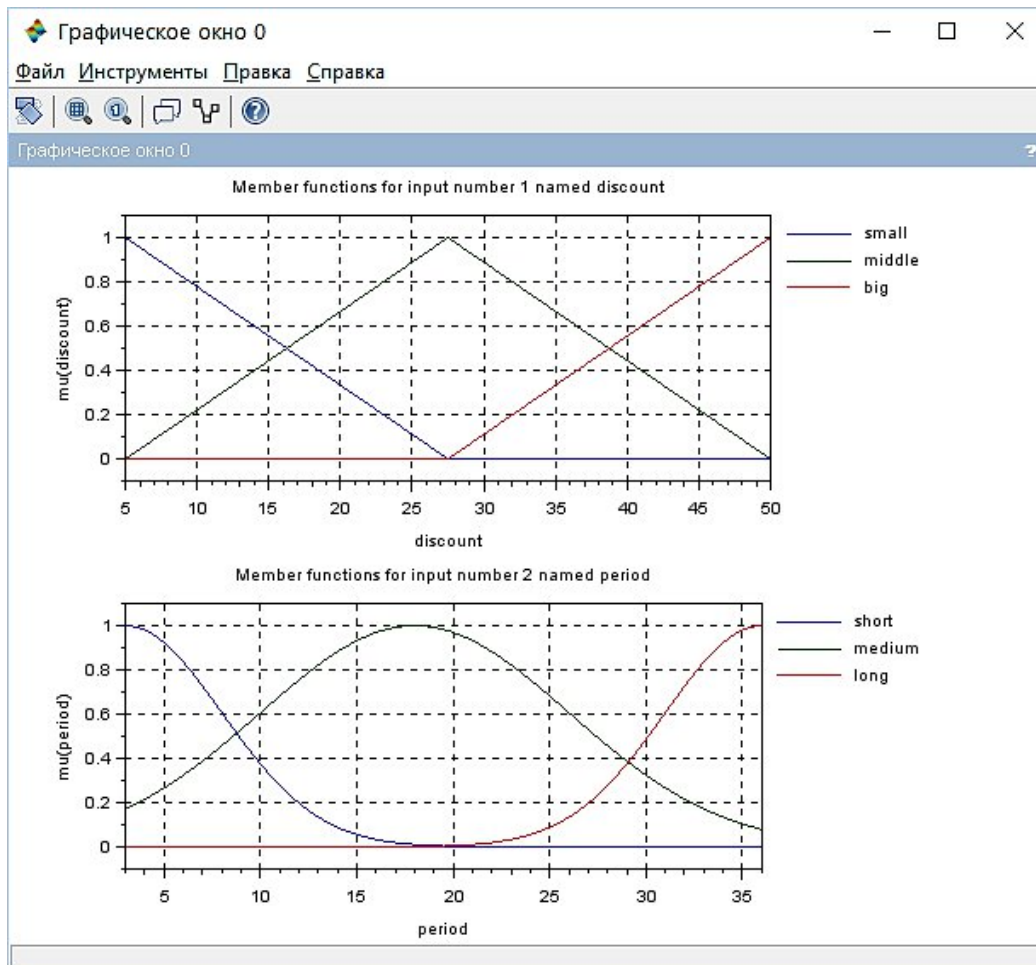


Рис. 2.14. Графическое представление входных переменных

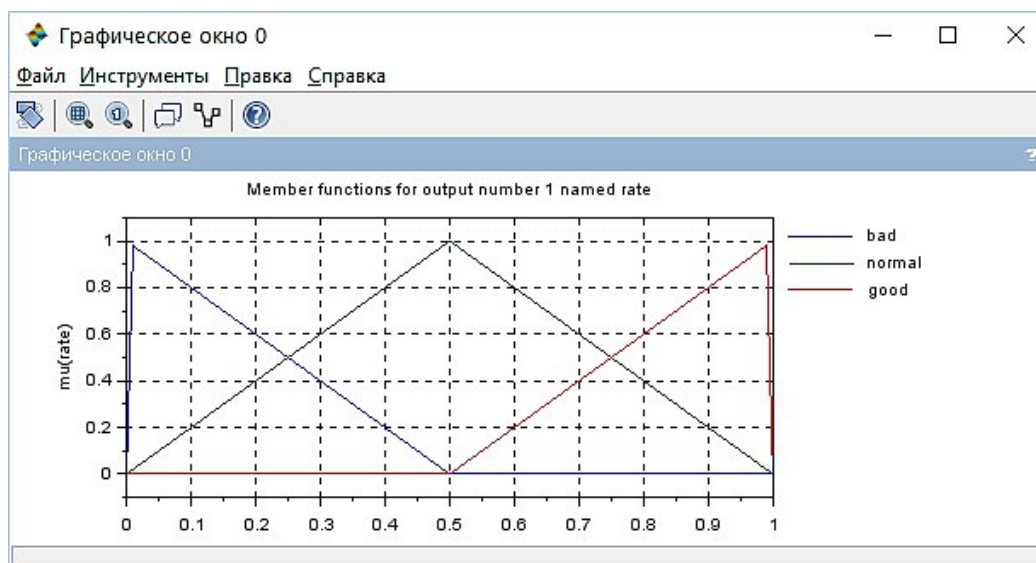


Рис. 2.15. Графическое представление выходной переменной

Шаг 3. Заключительным этапом построения СНВ является определение набора правил, которые задают связь входных переменных с выходными. Для этого в редакторе правил вывода определим:

ЕСЛИ *discount = small* И *period = short* ТО *rate = good*

ЕСЛИ *discount = НЕ small* И *period = long* ТО *rate = bad*

ЕСЛИ *discount = middle* И *period = normal* ТО *rate = normal*

ЕСЛИ *discount = big* И *period = short* ТО *rate = normal*

Состояние окна редактора правил вывода показано на рис. 2.16.

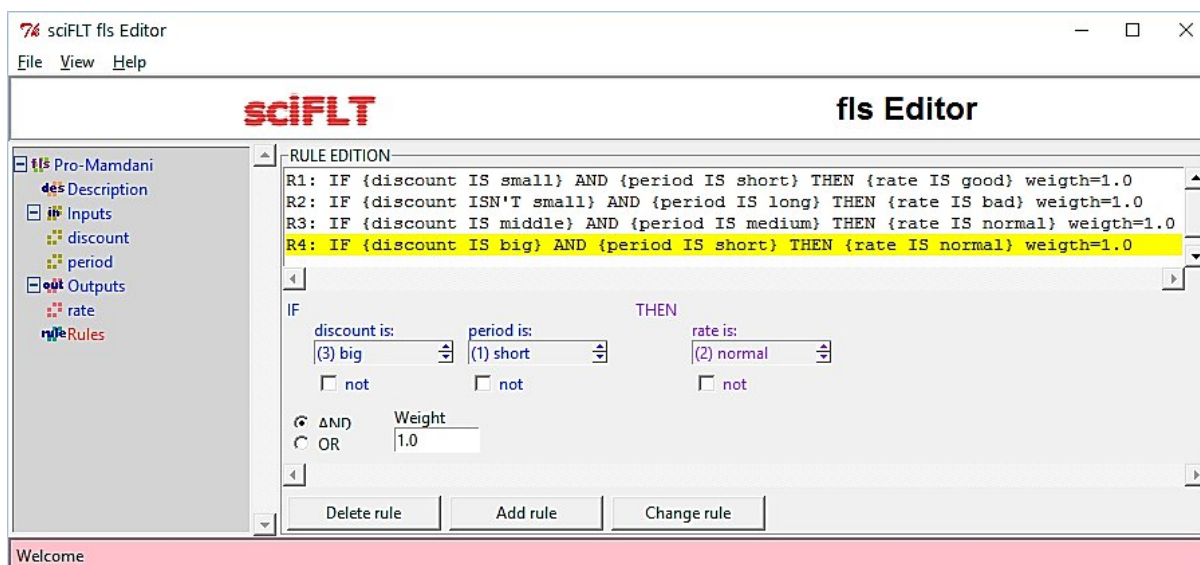


Рис. 2.16. Редактор правил вывода

Средство просмотра поверхности вывода

Для этого существует функция **plotsurf**, которая вызывается из командной строки окна Scilab и имеет следующие параметры:

`plotsurf (fls [, ivar, ovar, vivar [,npart [,mod]]])`.

Описание параметров функции:

fls – имя fls-структуры;

ivar – вектор входных переменных (задаются порядковые номера входных переменных, которые необходимо построить);

ovar – скаляр, номер выходной переменной;

vivar – вектор значений входных переменных;

`npart` – вектор, число разделов для каждой входной переменной;
`mod` – скаляр, вид отображения поверхности на экране (1 – grayscale, 2 – jetcolormap, 3 – hotcolormap, 4 – internal colormap).

Пример 2.

```
fls=loadfls("E:\Tmp\Invest.fls");  
plotsurf(fl,[1 2],1,[0 0]);
```

Поверхность вывода, которая соответствует правилам вывода из примера 1, показана на рисунке 2.17.

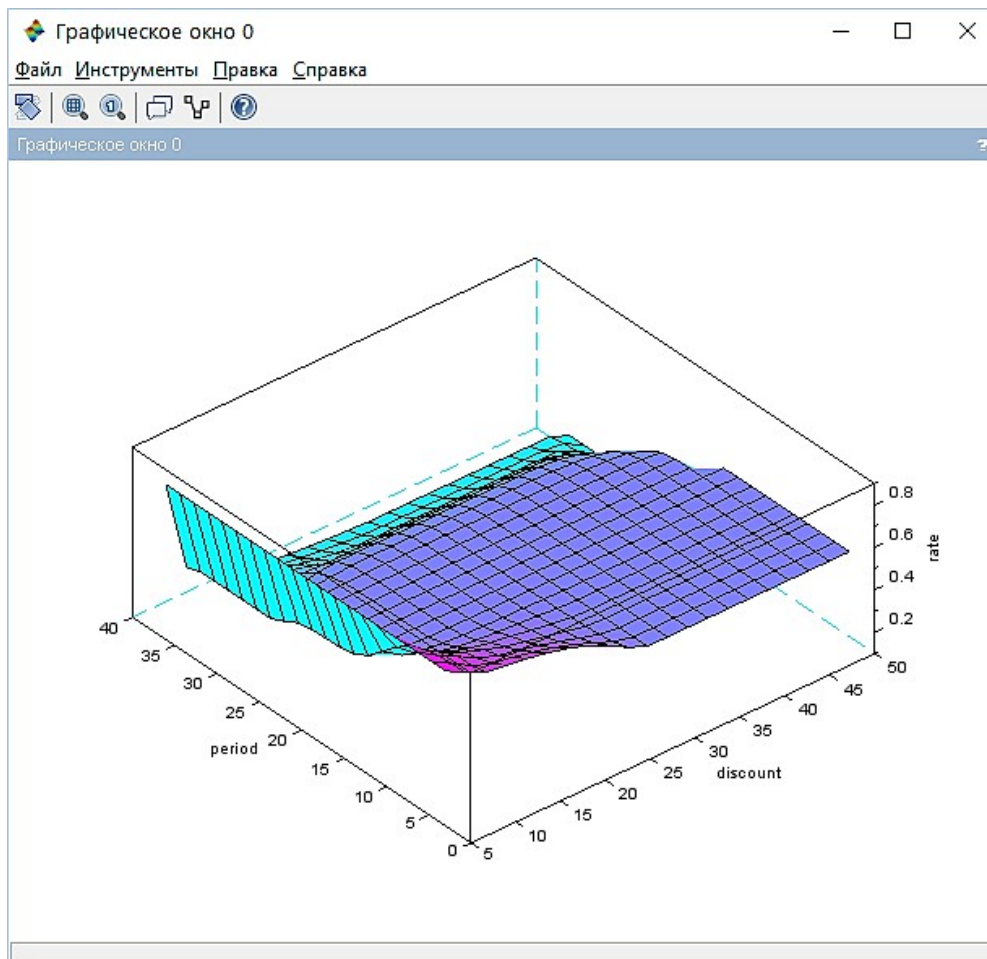


Рис. 2.17. Поверхность нечеткого вывода

Построение нечетких систем типа Суджено

Чтобы построить СНВ типа Суджено, нужно в меню **File** выбрать **New fls** → **Takagi-Sugeno**. Количество переменных определяется так же, как и при построении СНВ типа Мамдани.

Для СНВ типа Суджено изменения касаются только схемы определения ФП для выходных переменных. В Scilab можно разрабатывать два вида нечетких моделей. Первая модель – это нечеткая модель Суджено нулевого порядка с нечетким правилом вывода:

$$\text{if } x \text{ is } A \text{ and } y \text{ is } B \text{ then } z = k,$$

где A и B – нечеткие множества антецедента; k – четко заданная константа консеквента. Для построения такой модели при добавлении ФП выбирают тип – константа (constant) и задают ее численное значение. Вторая модель – нечеткая модель Суджено первого порядка. Для нее нечеткое правило вывода имеет следующий вид:

$$\text{if } x \text{ is } A \text{ and } y \text{ is } B \text{ then } z = p \cdot x + q \cdot y + r,$$

где p , q и r – константы.

В данном случае тип ФП – линейная зависимость (linear). Для определения параметров ФП необходимо ввести вектор, элементы которого соответствуют численным значениям констант консеквента.

Работа с редактором правил вывода, а также со средствами просмотра правил и поверхности вывода выполняется аналогично случаю построения СНВ по Мамдани.

Основное отличие нечеткого вывода по Суджено с использованием нечеткой модели нулевого порядка и правил вывода, определенных выше, заключается в том, что выходная переменная имеет три значения: bad, normal, good, которые задаются соответственно тремя константами: 0, 0.5, 1.

Контрольные вопросы

1. Структура типовой системы нечеткого вывода.

2. Отличие метода нечеткого вывода по Суджено от метода нечеткого вывода по Мамдани.
3. Формирование антецеденты и консеквенты для нечеткого правила вывода в Scilab.

Цель работы: изучить алгоритм нечеткой кластеризации, получить навыки решения задач методами нечеткой логики.

FCM алгоритм кластеризации

Алгоритм нечеткой кластеризации называют FCM-алгоритмом (Fuzzy Classifier Means, Fuzzy C-Means). Его целью является автоматическая классификация множества объектов, задаваемых векторами признаков в пространстве признаков. Цель достигается так: вначале этот алгоритм определяет кластеры, а затем классифицирует объекты. Кластеры представляются нечеткими множествами, причем границы между кластерами также являются нечеткими.

FCM-алгоритм кластеризации предполагает, что объекты принадлежат всем кластерам с определенной ФП. Степень принадлежности определяется расстоянием от объекта до соответствующих кластерных центров. Данный алгоритм с помощью итераций вычисляет центры кластеров и новые степени принадлежности объектов.

Для множества K входных векторов x_k и N выделяемых кластеров c_j предполагается, что любой x_k принадлежит любому c_j с принадлежностью $\mu_{jk} \in [0,1]$, где j – номер кластера, а k – входного вектора. Принимаются во внимание следующие условия нормирования для μ_{jk} :

$$\sum_{j=1}^N \mu_{jk} = 1, \quad \star k = 1, \dots, K,$$

$$0 < \sum_{k=1}^K \mu_{jk} \leq K, \quad \star j = 1, \dots, N.$$

Цель алгоритма заключается в минимизации суммы всех взвешенных расстояний $\|x_k - c_j\|$:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K (\mu_{jk})^q \|x_k - c_j\| \rightarrow \min,$$

где q – фиксированный параметр, задаваемый перед итерациями.

Чтобы достигнуть указанной цели работы, необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial \mu_{jk}} \left(\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K (\mu_{jk})^q \|x_k - c_j\| \right) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial c_j} \left(\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K (\mu_{jk})^q \|x_k - c_j\| \right) = 0.$$

Совместно с условиями нормирования μ_{jk} данная система дифференциальных уравнений имеет следующее решение:

$$c_j = \frac{\sum_{k=1}^K (\mu_{jk})^q \cdot x_k}{\sum_{k=1}^K (\mu_{jk})^q}$$

(взвешенный центр гравитации) и

$$\mu_{jk} = \frac{1/\|x_k - c_j\|^{1/(q-1)}}{\sum_{j=1}^N (1/\|x_k - c_j\|^{1/(q-1)})}.$$

Алгоритм нечеткой кластеризации выполняется по шагам.

Шаг 1: Инициализация

Выбираются следующие параметры:

- необходимое количество кластеров N , $2 \leq N \leq K$;

- мера расстояний, как Евклидово расстояние;
- фиксированный параметр q (обычно ~ 1.5);
- начальная матрица принадлежности $U^{(0)} = (\mu_{jk}^{(0)})$ объектов x_k с учетом заданных начальных центров кластеров c_j .

Шаг 2: Регулирование позиций $c_j^{(t)}$ центров кластеров

На t -м шаге итерации при известной матрице $\mu_{jk}^{(t)}$ вычисляется $c_j^{(t)}$ в соответствии с решением системы дифференциальных уравнений, которое приведено выше.

Шаг 3: Корректировка значений принадлежности μ_{jk}

Учитывая известные $c_j^{(t)}$, вычисляются $\mu_{jk}^{(t)}$, если $x_k \neq c_j$, в противном случае значение принадлежности определяется так:

$$\mu_{jk}^{(t+1)} = \begin{cases} 1, & l = j, \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Шаг 4: Остановка алгоритма

Алгоритм нечеткой кластеризации останавливается при выполнении следующего условия:

$$\|U^{(t+1)} - U^{(t)}\| \leq s,$$

где \cdot – матричная норма (например, Евклидова норма), а s – заранее задаваемый уровень точности.

Решение задач кластеризации в Scilab

В Scilab отсутствуют готовые средства для решения задач кластеризации. Поэтому для данной лабораторной работы необходимо разработать приложение, реализующее алгоритм кластеризации, который был описан выше. Данный алгоритм должен обеспечивать вычисление функции нахождения центров кластеров.

Описание функции: $[center, U, obj_fcn] = fcm(data, cluster_n)$.

Аргументами данной функции являются:

data – множество данных, подлежащих кластеризации, каждая строка описывает точку в многомерном пространстве характеристик;

cluster_n – количество кластеров (более одного).

Левая часть функции (в квадратных скобках) содержит параметры вывода, которые эта функция возвращает:

center – матрица центров кластеров, каждая строка которой содержит координаты центра отдельного кластера;

U – результирующая матрица ФП;

obj_fcn – значение целевой функции на каждой итерации.

Для работы данной функции необходимо обеспечить загрузку данных, которые подлежат кластеризации. Эту операцию можно осуществить либо из заранее подготовленного файла, либо обеспечить ручной ввод данных с помощью клавиатуры.

Также необходимо предусмотреть возможность вызова функции кластеризации при обеспечении ею дополнительного набора параметров: $fcm(data, cluster_n, options)$:

- *options*(1) – показатель степени матрицы *U* (по умолчанию 2.0);
- *options*(2) – максимальное число итераций (по умолчанию 100);
- *options*(3) – шаг изменения целевой функции (по умолчанию $1e-5$);
- *options*(4) – отображение на каждом шаге (по умолчанию 1).

Задание. В таблице вариантов, которая приведена на следующей странице, для каждого из вариантов представлены сверху вниз координаты 20-ти точек (первая координата по оси X, вторая по оси Y). Необходимо выполнить их кластеризацию. Число кластеров нужно подобрать так, чтобы были явно видны разделяемые области (рекомендованное число кластеров 3...5). Каждая точка отдельного кластера и его центр должны быть представлены своим цветом.

Таблица вариантов

1	2	3	4	5	6	7	8
0.1964506	62.25464	2.3218025	18.993749	59.145097	89.41365	5.1847671	77.075744
50.752213	98.225833	72.654473	25.839815	68.067427	34.903639	41.492418	24.352242
40.76043	75.429888	15.340586	9.8787374	7.3929611	11.053652	72.212356	21.261149
84.080461	54.547881	23.552638	6.1990272	94.336947	20.233778	7.7462539	10.992342
50.172657	72.86016	8.7973828	4.0349683	12.863307	13.04691	58.558784	69.814808
91.287808	2.5259695	71.059537	74.001472	20.190808	85.73953	37.079446	41.509065
44.357295	40.251685	68.887276	61.626601	19.693034	63.780164	21.161167	50.298188
59.83784	9.8313199	65.953195	65.835834	89.286902	40.711227	19.032685	75.116068
77.418426	26.086253	18.151161	25.145971	46.17919	66.919379	56.079538	99.401472
79.220083	36.363423	39.04966	38.433501	62.512917	20.426016	94.247916	18.287624
55.046049	17.466178	15.869047	43.964602	70.597066	83.104313	68.177248	30.219174
40.850437	92.341395	62.40715	65.407369	70.181696	1.221633	27.34241	37.854864
72.174381	76.051409	63.760356	58.781064	40.879997	48.844617	20.717754	71.531986
47.685359	56.402041	42.704886	60.208319	6.3622138	95.498771	19.379388	95.241537
63.930579	37.970652	10.716815	4.5350203	6.5739339	5.8743121	67.978376	47.039186
99.638653	87.762262	23.822966	20.294443	53.310041	82.584649	58.836574	18.709417
15.747883	82.174258	94.629474	78.442738	3.3158187	29.807416	93.317538	25.571879
53.506937	67.870581	45.766853	26.375362	31.578356	7.7575968	55.091229	44.350661
21.290646	8.2200981	89.644787	43.832764	37.858232	58.460923	80.40547	72.340782
55.914506	25.527314	44.384705	86.64859	46.195234	75.287136	10.744897	87.619101
43.04966	74.444567	80.895682	37.921421	62.873698	5.172298	74.039251	3.7332086
2.2805485	22.695036	68.317985	76.687161	28.785153	59.586251	56.103317	42.934664
57.614598	68.369308	3.4019315	60.066213	32.920487	38.337053	76.61155	31.572331
71.491304	93.650726	23.805456	78.567356	47.19233	49.002203	78.306589	36.824773
93.21636	50.530174	94.920116	73.871156	33.537696	52.727951	14.388315	14.587743
12.326993	25.248146	21.827886	55.442603	55.530697	6.8894547	16.471925	67.683793
28.655522	68.188398	61.546878	99.291496	11.960808	88.430778	31.774142	52.619794
1.2479957	28.363682	83.135434	97.574285	76.139997	71.912938	50.265956	40.036257
57.694048	14.094857	77.340126	37.096223	47.909885	6.9425958	69.204961	0.2910803
39.386961	67.591096	42.44191	30.322382	28.169693	11.522096	70.065794	30.681815
68.885837	45.126776	72.62126	95.195201	23.800978	48.626807	88.70612	79.026939
97.023218	75.430292	70.999773	71.278581	32.942055	76.715826	69.797695	95.779504
85.157643	13.702143	47.45746	11.923701	23.06728	8.8052981	67.989912	66.892712
33.933045	66.082405	94.386921	50.091632	21.362966	70.085613	36.159398	29.29616
87.725318	38.900542	14.596486	32.900535	40.54998	18.791388	26.739977	82.238994
11.314025	70.018205	7.1410105	48.089468	30.953712	20.178856	7.7368706	1.798455
52.641283	91.680057	67.337386	33.03696	67.629716	40.628213	14.941003	87.107014
52.973941	21.229	65.369247	63.044754	97.069163	40.96657	32.018391	31.810243
92.917561	26.978331	19.968961	21.171908	54.417966	17.695645	20.260546	57.244733
97.654303	31.998894	60.141252	44.860231	2.0474797	33.129312	44.988587	57.386581

Контрольные вопросы

1. Понятия кластера и его особенности.
2. Назначение алгоритма нечеткой кластеризации.
3. Условия нормирования функции принадлежности.
4. Понятие суммы взвешенных расстояний.
5. Содержание шагов алгоритма нечеткой кластеризации.
6. Функция нахождения центров кластеров и ее параметры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебное пособие включает в себя дополнительную теорию к основным лекциям, а также задания лабораторного практикума, содержащего восемь лабораторных работ.

Тематика лабораторных работ включает как общие методы программирования в Scilab, так и функционал готовых модулей, использующих математические методы нечеткой логики, искусственных нейронных сетей и генетические алгоритмы.

Лабораторный практикум проводится на персональных ЭВМ с применением базового математического пакета Scilab версии 5.5.2, а также дополнительных модулей:

- ANN Toolbox (инструменты для работы с искусственными нейронными сетями);
- Scilab Neural Network Module (модуль нейронных сетей);
- Fuzzy Toolbox (инструменты нечеткой логики).

Пособие дает возможность студентам на практических примерах усвоить положения и принципы систем искусственного интеллекта, а также способы анализа задач в этой области.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алексеев, Е. Scilab. Решение инженерных и математических задач / Е. Алексеев, Москва: ALT Linux; БИНОМ. Лаборатория знаний. 2008, 260 с.
2. Андриевский, Б. Элементы математического моделирования в программных средах MATLAB 5 и Scilab / Б. Андриевский, А. Фрадков, Санкт-Петербург: Наука, 2001. 286 с.
3. Chandler G. Stephen R. Introduction to Scilab. 2002, 27 p.
4. Domanie de Voluceau. Introduction to Scilab. Scilab Groupe. 125 p. URL: <http://www./Intro.pdf>.
5. Domanie de Voluceau. Scilab Reference Manual. Scilab Groupe. 700p. URL: <http://www./manual.pdf>.
6. Gomez C. Communication Toolbox. 12 p. URL: <http://www./comm.pdf>.
7. Domanie de Voluceau. Guide for Developers. Scilab Groupe. 29 p. URL: <http://www./Internals.pdf>.
8. Domanie de Voluceau. InterSci. A Scilab interfacing tool. Scilab Groupe. 14 p. URL: <http://www./Intersci.pdf>.
9. Hagan M.T., Demuth H.B., Beale M.H., De Jesus O. Neural Network Design, 2-nd Edition, eBook. URL: <https://hagan.okstate.edu/nndesign.pdf>.
10. Nikoukbah K. LMI Tool: a Package for LMI Optimization in Scilab. 16 p. URL: <http://www./Imi.pdf>.